

3724
M37E
G/L

Instituto para la Investigación Educativa
y el Desarrollo Pedagógico - IDEP



38

LAS TENDENCIAS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y SU IMPLEMENTACIÓN EN LOS CURRÍCULOS Y PRÁCTICAS DOCENTES

ORLANDO MESA BETANCUR

Informe presentado al IDEP

Bogotá, 2000

801101108

000 744

Inv. IDEP
28

1. INTRODUCCIÓN	3
2. EL CAMPO PEDAGÓGICO COMO REFERENTE GENERAL	4
2.1 Del paradigma de la era industrial al paradigma del uso y creación de información.	5
2.2 El nuevo paradigma	6
3. REFERENTES PARA LA CONSTRUCCIÓN DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA COMO DISCIPLINA	7
3.1 Las disciplinas fundantes de la educación matemática	9
3.2 La psicología y la educación matemática	10
3.2.1 El enfoque de la psicología de la instrucción	11
3.2.2 El enfoque de la psicología cognitiva	11
3.2.3 Los modelos constructivistas actuales	13
3.2.4 El enfoque de procesamiento de la información	14
3.2.5 El Grupo PME (Psychology of Mathematics Education).	15
3.3 El enfoque sociocultural	16
3.4 El enfoque tecnológico	16
4. UNA GUÍA PARA INDAGAR LOS MODELOS DE INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	17
4.1 Las investigaciones descriptivas	18
4.2 Las investigaciones explicativas	18
4.3 Las investigaciones contrastativas	24
4.4 Las investigaciones aplicativas	25
5. LA INFLUENCIA DE LAS ESCUELAS EN LAS PROPUESTAS CURRICULARES	25
6. LOS CAMBIOS CURRICULARES	26
7. LAS INVESTIGACIONES EN EVALUACIÓN	27
8. SÍNTESIS DE LAS INVESTIGACIONES EXAMINADAS	30
8.1 Investigación pedagógica	30

8.2	Una investigación en evaluación de procesos	31
8.3	Una investigación en construcción de pensamiento teórico	32
8.4	Las investigaciones sobre la argumentación	34
8.5	Relación lenguaje - pensamiento matemático	36
8.6	Investigaciones sobre construcción de conceptos en el aula	37
8.7	Investigaciones sobre el desarrollo de procesos	39
8.8	Investigaciones sobre concepciones de los docentes	40
8.9	Investigaciones sobre currículo	43
8.10	Sistematización de encuentros sobre investigación educativa	45
9.	UNA MIRADA A LAS COMPONENTES PREDOMINANTES DE LOS TRABAJOS	48
9.1	La componente descriptiva	49
9.2	La componente explicativa	49
9.3	La componente contrastativa	52
9.4	La componente aplicativa	52
10.	SUGERENCIAS PARA IMPULSAR Y DESARROLLAR LA INVESTIGACIÓN EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA	52
11.	BIBLIOGRAFÍA UTILIZADA	54

Las tendencias en educación matemática y su implementación en los currículos y prácticas docentes.

Por Orlando Mesa Betancur

PRIMERA PARTE

Tendencias predominantes

1. Introducción

La educación matemática, como objeto de preocupación y estudio, llega al año 2000 como un problema abierto con múltiples interrogantes, pero también enriquecido con los aportes, continuamente crecientes, de las comunidades académicas que estudian temáticas relacionadas con ella, principalmente los grupos de expertos en didáctica de las matemáticas y en teorías sobre el aprendizaje humano, además de la influencia que recibe de las nuevas concepciones sobre la disciplina matemática y la creación de sus constructos en contextos socioculturales e individuales específicos.

Aunque el campo de aplicación de la educación matemática se extiende a todos los niveles educativos, es en los niveles básico y medio en donde se viene construyendo más eficazmente como un campo autónomo de conocimiento, es decir, con un objeto propio de estudio y con unas metodologías para obtener conocimientos a partir de unos referentes teóricos aceptados por comunidades de pares.

La construcción del campo conceptual de la educación matemática, como disciplina científica, no cubre totalmente el *campo real* de la educación matemática que, como práctica social, existe allí donde alguna institución tiene como propósito la enseñanza de las matemáticas. En otras palabras, la educación matemática real es el campo de interpretación y aplicación del concepto *educación matemática* que ocurre en las escuelas y bajo la responsabilidad de pequeñas comunidades o de individuos. Parece adecuada la interpretación de Steiner (1985)¹ para quien la Educación Matemática, además de ser una disciplina científica, también es un sistema social interactivo que comprende teoría, desarrollo y práctica. Esta disciplina encierra "el complejo fenómeno de la matemática en su desarrollo histórico y actual y su interrelación con otras ciencias, áreas prácticas, tecnología y cultura; la estructura compleja de la enseñanza y la escolaridad dentro de nuestra sociedad y las condiciones y factores altamente diferenciados en el desarrollo cognitivo y social del alumno" [Steiner (1984), p. 16)]²

La expresión *educación- matemática* evoca dos conceptos (educación y matemática) en cuya relación se crean múltiples significados que originan tendencias curriculares

¹ Steiner, H.G. (1985). Theory of mathematics education (TME): an introduction. *For the Learning of Mathematics*, Vol 5. n. 2, pp. 11-17.

² Steiner, H.G. (1984); Balacheff, N. y otros. (Eds.) *Theory of mathematics education (TME)*. ICME 5. Occasional paper 54. Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.

diferentes, muchas veces contradictorias. Así, por ejemplo, si se entiende la educación como el arte de preparar a los futuros hombres y mujeres para que puedan hacer uso de informaciones y medios, de acuerdo con las normas y los recursos disponibles en sus entornos socioculturales, entonces, *educar* será fundamentalmente *enseñar*, pero, si la educación pretende *formar* al nuevo y deseado ciudadano, con unos propósitos y unos fines que impliquen el cambio y la cualificación de la vida individual y colectiva, tendrá que pensarse en la educación como acción prioritariamente integradora de los saberes específicos necesarios con los requerimientos sociales y con las posibilidades e intereses individuales para adecuar o crear nuevos conocimientos.

Refiriéndose a la educación, escribe Miguel de Guzman (1993)³:

La educación ha de hacer necesariamente referencia a lo más profundo de la persona, una persona aún por conformar, a la sociedad en evolución en la que esta persona se ha de integrar, a la cultura que en esta sociedad se desarrolla, a los medios concretos personales y materiales de que en el momento se puede o se quiere disponer, a las finalidades prioritarias que a esta educación se le quiera asignar, que pueden ser extraordinariamente variadas,....

En el mismo sentido; pero precisando la tarea educativa actual, afirma Carlos Hernández (1999)⁴:

La educación tiene hoy una tarea muy compleja: debe recoger y transmitir el saber acumulado, aquellos conocimientos y formas de pensamiento y de trabajo alrededor de los cuales podría decirse que hay un consenso a nivel mundial; pero también debe formar los ciudadanos de una nación, capaces de compartir ideales y de trabajar mancomunadamente en la producción de la riqueza colectiva y en la solución de sus necesidades materiales y espirituales. La educación debe asegurar, en síntesis, la formación de ciudadanos competentes para el trabajo y para la vida social."

2. El campo pedagógico como referente general

La definición de Pineau (1999)⁵ sobre el concepto de campo pedagógico como: "conjunto de saberes no necesariamente coherentes, ni cerrados, ni completos que se organizan disciplinariamente para referirse a lo educativo en su acepción moderna" ofrece la gran ventaja de permitir la consideración, tanto de las teorías organizadas con pretensión disciplinar, como las teorías y prácticas mayoritarias que se imponen desde otras concepciones y condiciones, sin olvidar, de acuerdo con Pineau, que "La organización disciplinaria -forma típica de la modernidad- implica una determinada relación poder/saber,

³ De Guzmán Miguel (1993). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura, Editorial Popular Edición HTML: Joaquín Asenjo.

⁴ Hernández Carlos A: *Aproximaciones a la Discusión sobre el Perfil del Docente*. II Seminario Taller sobre perfil del docente y estrategias de formación, Países de Centroamérica, El Caribe, México, España y Portugal (San Salvador, El Salvador del 6 al 8 de Diciembre de 1999).

⁵ Pineau, Pablo (1999): *La pedagogía entre la disciplina y la dispersión: una mirada desde la historia* Editorial del IEF "E. Romero Brest, Argentina.

una manera especial de ordenar el uso y la economía de los saberes a fin de producir sujetos útiles y dóciles".

Recurrir al concepto de *campo pedagógico* como referente general para insertar en él la *educación matemática* como un campo pedagógico particular ofrece la posibilidad de establecer puentes analíticos entre la multiplicidad de concepciones e interpretaciones que se han producido y se continúan produciendo para explicar las relaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en contextos socioculturales e individuales específicos y particulares.

En palabras de Godino (1991)⁶ quien, como otros autores, no diferencia los conceptos de educación matemática y didáctica de la matemática:

El estado de la Didáctica de la Matemática puede definirse como el de un campo de investigación científico- tecnológico emergente en el que se identifican un cúmulo de teorías competitivas, expresadas generalmente de un modo informal y dependientes especialmente de planteamientos psicológicos. Sin embargo, el número y calidad creciente de las investigaciones en el área nos hacen ser optimistas sobre la consolidación de nuestra disciplina como campo autónomo de conocimiento en un futuro no muy lejano.

2.1 Del paradigma de la era industrial al paradigma del uso y creación de información.

El sistema educativo actual posee, en todo el mundo, una dinámica de cambio originada en múltiples propuestas que buscan encontrar soluciones para enfrentar los problemas que plantean los nuevos paradigmas, en una sociedad cada vez más globalizada.

Si bien parece cierto que no es posible disponer de un único paradigma, en el sentido de Kuhn (1975)⁷, para la educación matemática, sí tiene más sentido aceptar el nacimiento de un paradigma general para la educación, sustitutivo del paradigma industrial, dentro de la era de la información

La era industrial tuvo como propósito educativo preparar trabajadores y profesionales que se adaptaran a la producción y a los servicios que se derivaban de la ciencia y la tecnología. Los saberes y las habilidades requeridas, en cada trabajo y profesión, podían precisarse y jerarquizarse, de modo que la función principal de la escuela fuera garantizar la preparación necesaria. Esto originó el enfoque educativo instruccional conductual, en donde el papel del alumno es pasivo; el del docente se limita a la interpretación, organización y presentación de conocimientos claramente establecidos y secuenciados y los currículos se evalúan, principalmente, de acuerdo con la demanda laboral sobre los egresados. No tiene sentido, en esta concepción, que el alumno participe en la construcción de sus conocimientos, puesto que ya han sido pensados y definidos por grupos de expertos y aceptados por grupos de poder. La rigidez conceptual y operativa se ve favorecida por la guerra económica de las editoriales, que imponen sus interpretaciones de las políticas y orientaciones educativas en cada país, relegando a un segundo plano la capacidad creativa de los docentes y las instituciones educativas.

⁶ Godino Juan D. Hacia una teoría de la didáctica de la matemática. En: A. Gutierrez (Ed.), Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática (pp. 105-148). Madrid: Síntesis, 1991

⁷ Kuhn, T.S. (1975). La estructura de las revoluciones científicas. México: F.C.E.

La reacción mundial a la concepción industrial de la educación queda bien representada en palabras del profesor Robert B. Reich⁸, exsecretario de trabajo de Clinton:

Los sistemas de las actuales escuelas primarias y secundarias imitan a los sistemas de producción en masa de mitad de siglo. Los niños pasan de grado en grado de acuerdo con una secuencia planificada de temas, como moviéndose sobre la cinta transportadora de una fábrica. En cada etapa, se inyectan determinadas informaciones en sus cabezas. Los de mayores capacidades para absorber las nociones transmitidas y los más sumisos al orden imperante son transferidos en una vía más rápida; aquellos con menos memoria y más indisciplinados a una lenta; la mayoría de los niños se ubica en una cinta transportadora de velocidad media. En diversos puntos de la línea, se realizan evaluaciones rutinarias a fin de medir cuánta instrucción recibieron y los "productos defectuosos" son retirados de la línea y llevados hacia atrás para su "reprocesado". Al igual que en un sistema de producción en masa, el orden y la disciplina están por encima de todo.

Con los maestros sucede lo mismo que con los trabajadores de las líneas de montaje, quienes tienen poca injerencia sobre el producto final que contribuyen a ensamblar. Están obligados a seguir fielmente planes de estudios diseñados por especialistas ubicados en niveles altos y que les son impuestos y comunicados por una jerarquía de administradores, inspectores, directores, etc. Esta es la solución para la preparación de una sociedad de grandes volúmenes de producción.

La robotización de las industrias desplaza, cada vez más, grandes cantidades de trabajadores del centro de producción. La demanda laboral se concentra en la búsqueda de personas capaces de utilizar y producir conocimientos, a través del uso de tecnologías que posibilitan el manejo de inmensos volúmenes de información actualizada e interdisciplinaria, liberándolas de las limitaciones para informarse, en el espacio y en el tiempo. Hoy es posible estudiar y trabajar desde el hogar, lo que obliga a replantear el papel de los centros educativos y más específicamente el de los docentes, para que se adapten a las nuevas condiciones y asuman propósitos, fines y didácticas más adecuados para la construcción del nuevo hombre y la nueva mujer.

2.2 El nuevo paradigma

La superación de los problemas que enfrenta la educación actual exige un replantamiento de las concepciones, los propósitos, los fines y las didácticas existentes. Como un punto de partida que permita interpretar el estado actual de las tendencias predominantes en educación matemática, se resumen, más adelante, las posiciones más aceptadas en el mundo sobre la educación, en general.

Concepciones para el nuevo paradigma

Refiriéndose al paradigma educativo emergente, Reggini⁹ presenta, como elementos constitutivos de él, las siguientes condiciones:

⁸ Citado por Horacio C. Reggini: Miradas a la educación actual, Las nuevas tecnologías y la reformulación del papel de la educación en la nueva sociedad de la información. Artículo publicado en la revista IDEA, Buenos Aires, abril 1994.

- La educación centrada en el alumno y la construcción de su conocimiento (enfoque construccinista).
- Los nuevos medios de información fundamentalmente en manos del alumno.
- El maestro en tareas de observación y guía.
- Visión global evitando la fragmentación de conocimientos.
- Criterios interdisciplinarios para comprender y resolver problemas que requieren hoy respuestas de muchas disciplinas.
- Reversión epistemológica hacia formas más concretas de aprender.
- La educación debe suministrar experiencias significativas de la vida diaria.

3. Referentes para la construcción de la educación matemática como disciplina

Vasco, en su artículo "*la educación matemática: una disciplina en formación*"¹⁰, identifica ocho disciplinas como referentes constitutivos para analizar las complejas relaciones de este campo de estudio. Distribuye, en un octágono la biología (principalmente la neurología), la lingüística (o la semántica general), la psicología, la antropología (¿incluyendo la sociología?), la informática (o ciencias de la información), la historia de las matemáticas, la lógica y la filosofía (o gnoseología general). Amplía de este modo el modelo del tetraedro de Higginson¹¹, en donde las componentes fundamentales de la educación matemática son las matemáticas, la filosofía, la psicología y la sociología; modificando también la ampliación de Bonilla¹², quien le agregó la antropología y la lingüística. Sin embargo, es posible esperar una ampliación de las componentes, originada en las preguntas que se planteen los investigadores y en aquellos otros contactos que nacen cuando se considera la educación matemática como un caso particular de la educación, en general.

Si la investigación en educación matemática supera el concepto de enseñanza para penetrar en la compleja red de los contextos individuales y socioculturales es razonable no esperar disponer de una única teoría científica que dé cuenta unívoca para cada uno de los interrogantes actuales y futuros. En su lugar, se validan cada, vez más, diferentes teorías particulares que responden circunstancialmente a los problemas, pero que pueden flexibilizarse y enriquecerse continuamente. Esta posición prevalece actualmente en la cultura occidental, en donde el concepto *educación matemática* se identifica con el concepto *didáctica de la matemática* que incluye otras teorías como referentes, pero no como globalizantes.

En el Artículo: *Didáctica de las matemáticas y Psicología* (Armendariz y otros, 1993)¹³, se describen los elementos constitutivos de un programa para la didáctica de las matemáticas:

⁹ Regini, C. Horacio : *Miradas a la educación actual, La nuevas tecnologías y la reformulación del papel de la educación en la nueva sociedad de la información*. Artículo publicado en la revista IDEA, Buenos Aires, abril 1994.

¹⁰ Vasco, Carlos. E: "*la educación matemática: una disciplina en formación*". En: *Matemáticas. Enseñanza Universitaria*. Revista de la ERM. Vol. 3, N° 2, Mayo de 1994., pp.59-75.

¹¹ Presentado por Elisa Bonilla en: *Educación matemática*. Grupo editorial Iberoamericana, S. A, México, vol. 1, N° 2, agosto de 1989, pp. 1-18.

¹² Op. Cit. p. 8

¹³ Armendariz G M. Victoria, Carmen Azcárate y Jordi Deulfeo. *Didáctica de las matemáticas y psicología*. Infancia y Aprendizaje. 62-63. 1993.

Ideas principales del artículo:

1. El análisis del currículo debe abordarse interdisciplinariamente.
2. El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas son objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas y será el didacta el que modelará el currículo interpretando, en primer lugar, un saber disciplinar para elaborar un conocimiento a enseñar. Este proceso exige reconceptualizaciones que sólo serán posibles tras los filtros epistemológicos, socioantropólogos y psicopedagógicos. El "saber a enseñar" que surge de esta transposición didáctica es ya un producto de otra naturaleza, de naturaleza didáctica. Pero, además, dado el componente finalista de la acción didáctica, ningún producto didáctico puede surgir al margen de las teorías psicológicas que explican el comportamiento inteligente del ser humano, su estructura y su génesis, ni del proyecto educativo, globalmente considerado, que preside un currículo concreto.
3. La didáctica no se identifica con la práctica educativa. El didacta selecciona información de distintas áreas del conocimiento, como las siguientes:
 - La matemática con su estructura específica.
 - La historia y la Epistemología de la Ciencia que explican la génesis, el desarrollo y la evolución del conocimiento científico y en particular de las matemáticas.
 - La Sociología, que permite plantearse la interdependencia entre Ciencia y Sociedad y su influencia en la formación de los individuos de una sociedad democrática cada vez más inmersa en la tecnología.
 - La lingüística cuyo papel es fundamental para comprender muchos de los problemas conceptuales propios de las dificultades de aprendizaje.
 - La Psicología que aporta el conocimiento del desarrollo del individuo y de los modelos teóricos para el análisis del conocimiento a enseñar, del aprendizaje y de los procesos de enseñanza /aprendizaje en los que el profesor actúa como mediador.
 - La Pedagogía que aporta el análisis de las relaciones entre enseñanza en el marco de las instituciones escolares.

Todo ello sin dejar de lado otras áreas, como la Comunicación y la Tecnología, con las cuales existe una relación cada vez más importante.

4. La didáctica de las matemáticas es una disciplina autónoma, interdisciplinar, con un campo teórico y práctico propio, en fase de desarrollo pero cada vez más definido.
5. Para los enseñantes es importante el desarrollo de una metodología que propicie el hábito de análisis de los problemas concretos que aparecen con unos alumnos concretos, en un aula y en unas condiciones determinadas, análisis que propiciará la comprensión de los mecanismos profundos del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Los puntos anteriores resumen el punto de vista de Steiner (1985, 1990)¹⁴, quien considera el carácter global y dialéctico de la educación matemática como disciplina, pero también como un sistema social que se relaciona con otros sistemas, cada uno con sus teorías, sus desarrollos y sus prácticas.

¹⁴ Steiner, H.G. (1985). Theory of mathematics education (TME): an introduction. *For the Learning of Mathematics*, Vol 5. n. 2, pp. 11-17.

Steiner, H.G. (1990). Needed cooperation between science education and mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* n. 6, pp. 194-197.

La primera conclusión, al observar un panorama tan amplio y complejo, es que la educación matemática como disciplina será siempre un campo en formación, cuyos avances y precisiones conceptuales estarán condicionados por los alcances de las otras disciplinas, pero esto no le niega la necesidad ni la posibilidad de encontrar y crear conceptos propios que sólo aparecen en las relaciones que definen su campo. Como argumenta Shulman (1986)¹⁵.

para el caso de las ciencias sociales y humanas y, por tanto, para la Educación Matemática, la coexistencia de escuelas competitivas de pensamiento puede verse como un estado natural y bastante maduro en estos campos ya que favorece el desarrollo de una variedad de estrategias de investigación y el enfoque de los problemas desde distintas perspectivas. La complejidad de los fenómenos puede precisar la coexistencia de distintos programas de investigación, cada uno sustentado por paradigmas diferentes, con frecuencia mezcla de los considerados como idóneos para otras disciplinas.

Desde esta visión no tiene sentido pretender, como lo hace el racionalismo crítico, que exista un sólo método científico (en el sentido de Popper) para construir la disciplina de la educación matemática como una ciencia. Está más cercana la posición de la teoría crítica, para cual, los métodos varían de acuerdo con los objetos de conocimiento (Habermas y Adorno).

Por otra parte, es común que quienes hablan de la educación matemática como disciplina traten los mismos temas que aquellos que hablan de la didáctica de la matemática (o de las matemáticas). Por esto es más conveniente analizar algunos pormenores de los planteamientos específicos que se hacen desde las distintas tendencias. Así, para quienes consideran la didáctica de las matemáticas *como una ciencia en construcción* (La Escuela fundamental Francesa y el grupo que dirige Godino en Granada, por ejemplo) es posible definir un campo autónomo de investigación que rompa la dependencia tradicional de este campo de estudio de otras teorías generales pedagógicas o psicológicas pero, quienes consideran la didáctica de las matemáticas *como un arte*, abandonan la pretensión de construir una teoría científica sin negar el rigor en los métodos de indagación. Es el caso de Freudenthal¹⁶ quien identifica el quehacer del educador matemático como una *ingeniería* y piensa que la pretensión científicista es de tipo ideológico.

3.1 Las disciplinas fundantes de la educación matemática

La matemática misma ha sido, históricamente, el referente fundamental para que las instituciones y los docentes se definan frente al qué y cómo hacer la enseñanza. Implícita o explícitamente se asumen concepciones sobre el significado y el sentido de las matemáticas en la cultura y, por lo tanto, en la escuela. Cuando la matemática es considerada como un saber terminado y rígido, la enseñanza se caracteriza como *instructiva* y la didáctica se reduce a la búsqueda de estrategias que ayuden a un aprendizaje eficiente de los conceptos y los procedimientos que con anterioridad han sido fijados como necesarios. Si la matemática es pensada como un saber en permanente construcción, en cuanto a sus significados y usos, y frente a la cual es posible, para la mayoría de las personas, una participación activa en la reconceptualización y conceptualización, entonces, la didáctica exige plantearse y responder preguntas en el espacio creciente de las complejas relaciones entre los objetos matemáticos, los sujetos que los aprenden o los crean, los sujetos que

¹⁵ Citado por Godino Juan D.op.cit.

¹⁶ Freudenthal, H. (1978) Weeding and Sowing, Dordrecht: Reidel Pub. Co

enseñan, los medios que se utilizan y los contextos internos y externos que afectan la educación matemática. En otras palabras, es necesario tener respuestas a preguntas como las siguientes: ¿Qué objetos estudia el saber matemático? ¿Cómo se organizan estos objetos? ¿Cuáles métodos utiliza para construir sus conceptos? ¿Qué exigencias cognitivas son planteadas para comprender sus constructos? ¿Qué vínculos genéticos pueden establecerse entre los conceptos y los fenómenos? ¿Qué relaciones se pueden establecer entre el lenguaje de quienes aprenden y los lenguajes matemáticos? ¿Qué usos tiene la matemática?

Con esta perspectiva se hace evidente la necesidad de una consideración interdisciplinaria para los objetos que intervienen en la educación matemática, básicamente para dar cuenta de los siguientes elementos constitutivos:

1. Las condiciones (cognitivas, socio-afectivas, culturales y económicas) de las personas que aprenden y crean matemáticas.
2. Los constructos de la cultura matemática que deben ser conocidos y conservados por la cultura actual (selección de contenidos temáticos).
3. Las temáticas particulares que deben tratarse según las necesidades Nacionales y Regionales.
4. Las estrategias de intervención pedagógica (modos de la enseñanza) que optimen la participación de los estudiantes y de los docentes.
5. La selección de medios y mediadores, incluyendo el diseño de situaciones para el aprendizaje que permitan el abordaje no mecánico ni atomista de las informaciones y los problemas.
6. La definición y precisión de sistemas de evaluación cualitativa (que no nieguen la cuantificación, cuando ella tiene sentido) que garanticen la más alta calidad posible en los logros formativos y cognitivos.

El panorama, hasta ahora presentado, justifica el por qué de la participación de otras disciplinas en la construcción del objeto de la educación matemática, principalmente de la psicología, la sociología y la tecnología pero, como cada una de estas disciplinas posee diferentes propósitos, con marcos teóricos y métodos de investigación también diferentes, afectan de igual manera las concepciones, las investigaciones y las prácticas educativas. A continuación se presentan, sintéticamente, los enfoques más sobresalientes de las disciplinas citadas como fundantes de la educación matemática.

3.2 La psicología y la educación matemática

En principio, toda psicología aporta a la educación en general y a la educación matemática en particular. Sin embargo, algunas ramas de esta disciplina han ejercido, tradicionalmente, una mayor influencia. Es el caso de *la psicología de la instrucción* y de *la psicología cognitiva*; además, existe una escuela específica, dedicada a la construcción de la rama *psicología de la educación matemática*. De estas corrientes se presentan en seguida los resúmenes de sus enfoques educativos.

3.2.1 El enfoque de la psicología de la instrucción

Este enfoque, también llamado conductivo o asociacionista, por Skinner y Thorndike y acumulativo por Gagné, es caracterizado por Armendariz, Azcárate y Deulfeo¹⁷ (1993, p. 81):

Para una concepción de orientación conductiva la enseñanza se planeaba así: por medio del "análisis de tareas" se identifican los objetivos elementales que constituyen otro complejo y los objetivos, expresión de metas de aprendizaje, quedan jerarquizados.

Se imponen, aquí, criterios de orden y de aplazamiento para entender el "sentido" global. Se da gran importancia a la "práctica y a la ejercitación de rutinas con la consiguiente hipertrofia de lo sintáctico. Las secuencias en el aprendizaje son enormemente rígidas.

Según García Cruz¹⁸ (Internet, 2000) "Se presta importancia principal al producto, respuesta de los alumnos, y no al proceso, cómo y por qué se ha dado la respuesta. En definitiva, existe poco o nulo interés en explorar las estructuras y los procesos cognitivos. La enseñanza programada, las fichas y las secuencias largas de objetivos y subobjetivos caracterizan la corriente más radical dentro del conductismo".

La tendencia a la "partición atomista" de los conocimientos y a la planeación y organización exacta de los contenidos temáticos, hizo que el conductismo se transformara en un orientador para una educación memorística y, en gran parte, acumuladora de conocimientos rara vez comprendidos.

3.2.2 El enfoque de la psicología cognitiva

La psicología cognitiva aporta a la educación matemática fundamentalmente a través de la descripción que hace sobre los procesos de aprendizaje y el posible uso de estos conocimientos para guiar los procesos de enseñanza. Las tendencias más relevantes se orientan hoy hacia el conocimiento del comportamiento humano; las formas de representación y el uso del conocimiento durante los aprendizajes; los estudios de formas de comportamientos cognoscitivos, cada vez más complejas; el aprendizaje significativo y la comprensión.

De esta disciplina se desprende la llamada *orientación cognitiva* para la enseñanza de las matemáticas en donde se consideran las interrelaciones entre los conceptos y las organizaciones cognoscitivas que permiten los comportamientos matemáticos. Se origina a partir de las concepciones de Jean Piaget y Jerónimo Bruner y continúa con la teoría sobre el aprendizaje significativo de Ausubel, entre otros.

El estructuralismo piagetano es *una superación*, en el sentido más positivo, del estructuralismo Alemán de Wertheimer y Kohler, o escuela de la Gestalt, quienes, según Carretero¹⁹ se interesaban por "analizar los aspectos internos de la conducta, es decir la elaboración de la información que realiza el sujeto para que aparezca la nueva conducta (....)

¹⁷ Armendariz G M. Victoria, Carmen Azcárate y Jordi Deulfeo. *Didáctica de las matemáticas y psicología*. Infancia y Aprendizaje. 62-63. 1993.

¹⁸ García Cruz. Antonio:: Matemáticas en Secundaria. La Didáctica de las Matemáticas: una visión general. Internet, 2000.

¹⁹ op. cit, p 28

los gestalistas pusieron su interés en estudiar como el sujeto elabora soluciones posibles al problema que el sujeto concibe como tales desde la primera vez que las utiliza". El estructuralismo piagetano es diferente al estructuralismo gestalista, en muchos aspectos que no pueden explicarse en unas cuantas frases. Se puede afirmar simplemente que, mientras los gestalistas estudiaron fundamentalmente la conformación de las estructuras perceptivas, Piaget estudió las estructuras de conformación del pensamiento lógico y las relaciones de éste con las estructuras perceptivas.

De Piaget, la enseñanza de las matemáticas recibió muchos aportes. Principalmente aquellos que permiten interpretar los procesos de conformación de las nociones matemáticas y la calidad de esta conformación. Se sabe, por ejemplo, como distinguir un esquema mental *aditivo* de un esquema mental *multiplicativo*, un estado de pensamiento *operatorio concreto* de un estado de pensamiento *operatorio formal*; se diferencia la *abstracción matemática* de la *abstracción física*; y es posible inspirarse en su análisis y descripción del proceso *equilibrio inicial-desequilibrio-reequilibrio*, para diseñar estrategias de intervención pedagógica y de evaluación de los aprendizajes pero, con Piaget ocurrió algo similar a lo ocurrido con el conductismo de Thorndike, Skinner y Gagné, también se presentó *reduccionismo* y *transposición acrítica* de sus teorías a las didácticas. En matemáticas se creyó, ingenuamente, que se podían enseñar las estructuras formales. Se confundió el nivel explicativo con el operativo y logístico; por eso se diseñaron unidades de lógica y conjuntos, y de relaciones y operaciones abstractas, para ser enseñadas desde los primeros años.

Era tan "evidente" la profunda relación entre la investigación piagetana y las condiciones para aprender las matemáticas que muchas personas en todo el mundo, acosadas por las dificultades que siempre ha tenido la educación matemática, corrieron a inferir, precipitadamente, contenidos y métodos de enseñanza, sin profundizar en el estudio directo a los trabajos de Piaget. Una muestra de ello se puede encontrar en los contenidos de las cuatro primeras conferencias Latinoamericanas²⁰

Otra fue la intención de los investigadores en educación matemática, formados en la escuela de Piaget. En palabras de Howson y Bruner²¹ (citados por Armendariz, 1993, p. 82):

Para el enfoque estructuralista el propósito de transmitir las estructuras científicas no es la adquisición del conocimiento de esas estructuras por los alumnos; no es tanto el tratar las estructuras como contenido educativo como el "desplegar" la esencia explicativa existente bajo lo particular. Así, a largo plazo, se hace posible la correspondencia entre estructuras científicas y cognitivas promoviendo los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.

Bruner asume el problema de cómo enseñar y mantiene que los alumnos cuyas estructuras cognitivas no alcancen los grados de complejidad adecuados para asimilar "las estructuras matemáticas" pueden acceder a ellas de forma intuitiva e incluso emprender generalizaciones y abstracciones aun cuando sólo perciban parte de lo relacionado y lo generalizado.

La combinación de actividad-descubrimiento y el desarrollo del currículo en espiral se convierten en recursos metodológicos que permiten

²⁰ Barrantes, Hugo; Ruiz, Ángel: *La Historia del Comité Interamericano de Educación Matemática*. Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Colección Enrique Pérez Arbeláez, N° 13, Santafé de Bogotá, 1998, pp. 1-10.

²¹ Op. cit

al alumno comportarse en cierta medida como un científico que va "rellenando" tales estructuras; además asegura que el progreso tendrá lugar secuencialmente desde los niveles más bajos a los más altos y de lo menos a lo más complejo. Conceptos como conjunto, función, grupo de transformaciones, isomorfismo pueden ser introducidos de forma rudimentaria a los alumnos jóvenes y ser presentados en sucesivas ocasiones hasta conseguir una comprensión más amplia y profunda de los mismos.

La mayoría de las propuestas estructuralistas, en el sentido de Howson, no alcanzaron a tener suficiente experimentación y aplicación generalizada. Es el caso de la metodología de Zoltan. P. Dienes²², con su propuesta para ayudar a construir las nociones matemáticas a través de materiales, como los bloques lógicos; y frente a los cuales se organizaría un trabajo que respetara las etapas: juego libre, detección de regularidades, representación, descripción verbal y definición. También es importante citar la propuesta, menos extensa pero muy orientadora para la intervención pedagógica, del profesor Gastón Mialaret²³, quien propone recorrer un proceso de acompañamiento desde las acciones con materiales concretos hasta las representaciones simbólicas, recurriendo a las conductas del relato durante las acciones y después de las acciones.

Es apenas lógico que un estructuralista organice los elementos de su propuesta, respondiendo a una mirada de conjunto, y que relacione estos elementos en subconjuntos jerarquizados; pero esto no es lo mismo que conocer todos los pasos y todas las posibilidades de las secuencias.

3.2.3 Los modelos constructivistas actuales

Inspirados en el enfoque cognitivo aparecen los modelos constructivistas que se originan en el supuesto de que el sujeto construye, activamente, el conocimiento a través de la interacción y organización entre sus constructos mentales y el medio. Aunque la instrucción afecta claramente a lo que el sujeto aprende, no determina tal aprendizaje. Así, desde esta perspectiva, y como una propuesta alternativa de los modelos expositivos surgen las didácticas participativas que incluyen variantes que van desde las posiciones "sumisas" (constructivismo radical) a lo que los estudiantes quieran aprender y hacer, hasta los modelos de acción fina y exigente, para que los estudiantes, además de encontrar respuestas a sus inquietudes, también se confronten frente a las preguntas planteadas por el profesor, en un ambiente de conocimiento, conservación y promoción del saber formal. Según Vergnaud²⁴: "La construcción del conocimiento consiste en la construcción progresiva

²² Dienes, Zoltan. P. *Las seis etapas del aprendizaje en matemática*- 2a edición, Barcelona: Teide, 1975.

-----*La construcción de las matemáticas*. Barcelona: Vincens Vives, 1970.

Dienes, Zoltan. P. y Golding. E. *Los primeros pasos en matemáticas*. Barcelona: Teide, 1980.-----*La matemática moderna en la enseñanza*

primaria. Barcelona: Teide, 1973.

²³ Mialaret. Gastón. *Las matemáticas. Cómo se aprenden y cómo se enseñan*. Madrid: Pablo del Río, 1977.

²⁴ Citado por Godino en: *Hacia una teoría de la didáctica de la matemática*. En: A. Gutierrez (Ed.), Área de Conocimiento: *Didáctica de la Matemática* (pp. 105-148). Madrid: Síntesis, 1991

de representaciones mentales, implícitas o explícitas, que son homomórficas a la realidad para algunos aspectos y no lo son para otros.

3.2.4 El enfoque de procesamiento de la información

Se desprende de las investigaciones sobre inteligencia artificial. Escribe García²⁵ (Internet, 1997), refiriéndose a las capacidades cognitivas y a las posibilidades de estudiarlas científicamente:

Los hombres poseemos capacidades o habilidades cognitivas o mentales. Podemos razonar y resolver problemas; actuar de forma racional para conseguir objetivos; ver cosas, reconocerlas y dotar de significado a lo que vemos; formarnos imágenes mentales de las cosas; hablar, comprender el lenguaje y comunicarnos; inventar cosas nuevas, diseñar cosas útiles, crear cosas bellas, (...). La Ciencia Cognitiva es el estudio científico de las capacidades cognitivas(...). Podemos realizar experimentos psicológicos que intenten explicar las capacidades cognitivas. Se puede observar a la gente para ver como resuelven problemas; estudiar en que difieren y en que son similares sus respuestas; estudiar cómo los cambios en su cerebro pueden afectar a cambios en sus estados mentales(...). Podemos estudiar los cerebros. Cómo las diferentes partes realizan diferentes funciones; como los daños cerebrales afectan al comportamiento(...). También podemos usar ordenadores que simulen las capacidades cognitivas de los hombres e implementar y probar las teorías que explican las capacidades cognitivas.

Algunos, entendiendo mal el propósito de esta ciencia, creen que se trata de imitar los modelos estructurales de los ordenadores para analizar los procesos mentales pero, por el contrario, los investigadores en este campo utilizan propuestas estructurales sobre el pensamiento humano, originados en campos tan variados como la neurobiología y la semántica, para crear los modelos cibernéticos que hacen posible el trabajo de los ordenadores. Se hacen observaciones detalladas de las formas como las personas resuelve los problemas, para buscar regularidades y caracterizarlas, de manera que sirvan para proponer modelos de procesos de comprensión. Modelos que se simulan en los ordenadores y que pueden llegar a aportar como propuestas para la acción educativa. Estas investigaciones plantean un verdadero problema para las investigaciones futuras, que puede enunciarse así: Si el resolutor principal de los problemas tiende a ser el ordenador, ¿qué papel de resolutor le corresponderá a los sujetos?

A continuación se presentan algunos apartes de la descripción que hace Godino (1994)²⁶ sobre el grupo que estudia la psicología matemática como una disciplina autónoma.

²⁵ García, B. Alvaro: arreiro :*Qué es Ciencia Cognitiva?*. Tue Apr 1 13:30:35 MET DST 1997.

²⁶ Godino Juan D. Hacia una teoría de la didáctica de la matemática. En: A. Gutierrez (Ed.), Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática (pp. 105-148). Madrid: Síntesis, 1991

3.2.5 El Grupo PME (Psychology of Mathematics Education).

Este grupo considera que el aprendizaje de las matemáticas posee características especiales que no puede estudiar, por su formación, un psicólogo general. Entre ellas cita Balachef (1990a): *La especificidad del conocimiento matemático*, que exige un análisis epistemológico sobre los diferentes conceptos y un conocimiento sobre los procesos para construir estos conceptos y, *la dimensión social*, que considera, tanto el estatus social del conocimiento como las múltiples interacciones que lo afectan. Se promueve, entonces, las investigaciones en el aula y el diseño de nuevos y adecuados referentes teóricos y metodológicos que permitan avanzar hacia modelos didácticos prácticos.

Al preguntarse sobre cuáles son las cuestiones esenciales para la Educación Matemática para las cuales una aproximación psicológica puede ser apropiada, Vergnaud (1988) cita las siguientes:

- El análisis de la conducta de los estudiantes, de sus representaciones y de los fenómenos inconscientes que tienen lugar en sus mentes;
- Las conductas, representaciones y fenómenos inconscientes de los profesores, padres y demás participantes.

De un modo más especial, analiza cuatro tipos de fenómenos cuyo estudio desde una aproximación psicológica puede ser fructífero:

- 1) La organización jerárquica de las competencias y concepciones de los estudiantes.
- 2) La evolución a corto plazo de las concepciones y competencias en el aula.
- 3) Las interacciones sociales y los fenómenos inconscientes.
- 4) La identificación de teoremas en acto, esquemas y símbolos.

Sin embargo, el análisis de las actas de las reuniones anuales del PME revela que los informes de investigación aceptados incluyen tanto investigaciones empíricas como teóricas y que cubren ámbitos no estrictamente psicológicos. No es posible detallar, por su amplitud, los temas tratados en las distintas Conferencias, pero si puede ser de interés citar el esquema de clasificación de los informes de investigación (research report) presentados en la última reunión (Furinghetti, 1991) ya que indica, a grandes rasgos, las cuestiones sobre los que se está trabajando en la actualidad. Dicho esquema indica en el cuadro 1.

- | |
|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. Geometría y pensamiento espacial 2. Ordenadores y aprendizaje matemático 3. Pensamiento algebraico 4. Funciones 5. Pensamiento matemático avanzado 6. Fracciones, decimales, números racionales, razonamiento proporcional 7. Imágenes y visualización 8. Aprendizaje matemático en los primeros niveles 9. Demostración 10. Resolución de problemas 11. Concepciones de los alumnos, creencias, ... |
|---|

12. Concepciones de los profesores, creencias, ...
13. Factores sociales y afectivos, metacognición
14. Construcción social del conocimiento matemático y lingüística
15. Matemáticas fuera de la escuela, el papel del contexto
16. Evaluación
17. Cuestiones teóricas y epistemológicas
18. Materiales curriculares
19. Formación de profesores

Cuadro 1: Clasificación de temas en la XV Conferencia PME

3.3 El enfoque sociocultural

Se centra en el análisis de las interacciones sociales, dando importancia, tanto a los sujetos que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje como a los efectos que pueden tener los diferentes entornos sobre dichos procesos. Son representantes de este enfoque Vygotsky y Bandura. Kilpatrick²⁷ (1994, p. 14 y 15) se refiere a este enfoque así: "profesores y estudiantes son miembros de varios grupos sociales; la enseñanza y el aprendizaje son procesos sociales; y las matemáticas que se enseñan están determinadas socialmente(...) Un área creciente de la literatura de investigación se está preocupando por la relación entre la cultura de las matemáticas escolares, la cultura que el niño trae a la escuela y la cultura dentro de la cual el adulto hace matemáticas".

Para Vygotsky²⁸, el desarrollo de las funciones psicológicas superiores se presenta en el plano social antes que en el individual. Acepta que se pueden transmitir y adquirir conocimientos a través de la interacción (plano interpsicológico) y la internalización (plano intrapsicológico). La internalización es el paso de lo interpersonal a lo intrapersonal. En este proceso de lo social a lo personal juegan un papel determinante *los mediadores*, entendidos como instrumentos que transforman la realidad en lugar de imitarla. El docente es un mediador, como también lo son las herramientas y los símbolos. Se trata de promover estructuras cognitivas para el pensamiento y la acción a través de medios como: el modelamiento, el manejo de contingencias, la instrucción, las preguntas y la estructuración cognoscitiva. Introduce el concepto *zona de desarrollo próximo* entendido como la distancia entre el nivel de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con un par más capacitado.

3.4 El enfoque tecnológico

Si se analiza este enfoque desde una visión antagónica, por ejemplo comparándolo con la posición crítica hermenéutica de Habermas²⁹, para afirmar que el enfoque tecnológico confronta el mundo de la vida y niega el humanismo, entonces se pierde la posibilidad humana de recurrir a los objetos y procedimientos que nos ofrece la tecnología para recurrir

²⁷Kilpatrick, J.: *Investigaciones en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad*, En *Educación Matemática*. Kilpatrick, J, Rico, L, y Gómez, P. (Eds) "Una empresa docente" & Grupo editorial Iberoamericana, Santafé de bogotá, 1994, pp. 1-18.

²⁸ Vygotsky, L.S.: 1977, 'Pensamiento y Lenguaje', La Pléyade, Buenos Aires.

²⁹ Habermas, J. (1987): *Teoría de la acción comunicativa*, 2 vol. , Madrid, Taurus.

a prácticas que sin ella sería imposible realizar; además haciendo uso de la oferta liberadora, en cuanto al tiempo y las herramientas, para poder pensar críticamente y extender el espacio de los conocimientos.

Hoy, la tecnología en educación matemática está centrada, fundamentalmente, en el uso de calculadoras y los programas de ordenadores como medios y mediadores para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ampliando sorprendentemente el espacio de las situaciones didácticas. Se viene favoreciendo, entre otros temas, el estudio de las geometrías, las matemáticas discretas, el cálculo variacional y los problemas de estrategias; temas para los cuales el texto tradicional ofrece pocas opciones didácticas.

4. Una guía para indagar los modelos de investigación en educación matemática

Frente a la cantidad y variedad de enfoques existentes que comparten la construcción del campo pedagógico en educación matemática, conviene recurrir a categorías que faciliten alguna clasificación. Se presenta a Kilpatrick (1994)³⁰, para recoger las grandes temáticas, y a Padrón (1998)³¹, para acoger unas categorías.

Kilpatrick, después de un breve recorrido por la historia de la investigación en educación, ubica los orígenes de la investigación en educación matemática en el siglo diecinueve, cuando las universidades se propusieron ampliar los programas para cualificar la preparación de los profesores de matemáticas, lo que generó el comienzo de la investigación en este campo. En los comienzos del siglo veinte, la psicología empieza a influir predominantemente, sobre todo en Alemania y Estados Unidos.

Para este autor, las temáticas que han determinado los estudios tienen que ver con: los cambios en las metodologías de investigación, los cambios curriculares, la práctica docente, el proceso de aprendizaje, el empleo de tecnología, las prácticas de evaluación, el desarrollo profesional y el contexto social.

En cuanto a los cambios en las metodologías de investigación responden a las concepciones predominantes en cada momento histórico, desde cuando las ciencias humanas imitan los métodos de las ciencias naturales, influenciadas por el pensamiento positivista y neo-positivista, hasta las visiones fenomenológicas, socio-críticas, antropológicas y sistémicas actuales.

Como un punto de referencia para observar los modelos de investigación en educación matemática se presenta la visión de Padrón sobre la estructura de los procesos de investigación. que llama *Modelo de Variabilidad de la Investigación Educativa*. Según este autor, para analizar las posibles variaciones observables en las investigaciones es necesario considerar, como criterios mayores de diferenciación, la *estructura diacrónica* (evolución temporal) y la *estructura sincrónica* (independiente del tiempo)

³⁰ Kilpatrick, J.: *Investigaciones en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad*, En *Educación Matemática*. Kilpatrick, J , Rico, L, y Gómez, P. (Eds) "Una empresa docente" & Grupo editorial Iberoamericana, Santafé de bogotá, 1994, pp. 1-18.

³¹ Padrón, J. (1998): *La estructura de los procesos de investigación*. Caracas: *Publicaciones del Decanato de Postgrado, USR*. pp 160-169.

Bajo una perspectiva diacrónica, toda investigación supera los límites del individuo y es observada dentro de una red temática y problemática dentro de la cual trabajan y han estado trabajando otros investigadores (programa de investigación o, mejor, línea de trabajo)

Con el propósito de fijar categorías que den, con alguna claridad, un informe sobre grupos homogéneos en educación matemática es conveniente interpretar, para este campo de estudio, las fases que, sobre el desarrollo investigativo, exhibe Padrón (descriptiva, explicativa, contrastativa y aplicativa). Fases que se interpretaran de acuerdo con los intereses de este trabajo, como organizadoras de amplios grupos de investigadores, no siempre conectados entre sí.

4.1 Las investigaciones descriptivas

Comprenden las observaciones o registros de la realidad estudiada.

Sus técnicas típicas de trabajo varían según el enfoque epistemológico adoptado dentro del Programa de Investigación o dentro de la Línea: mediciones por cuantificación aritmética o estadística (enfoque empirista-inductivo), registros de base cualitativa (enfoque introspectivo-vivencial) o construcción de estructuras empíricas mediante sistemas lógico-formales (enfoque racionalista-deductivo). Padrón (1998, p. 162)

Tiene sentido comprender en este grupo a todas las investigaciones en el aula o para el aula, es decir, que se realizan observando, analizando e interpretando el comportamiento de individuos o grupos de individuos, mientras aprenden o enseñan; ya sea que lo hagan con un enfoque psicológico, sociológico, antropológico o tecnológico: Los individuos son, generalmente, estudiantes, docentes o ambos en relación.

Las observaciones y registros que sirven de punto de partida de cualquier investigación en educación, y particularmente en educación matemática se originan en campos restringidos que "olvidan" otras observaciones, posiblemente también determinantes del problema estudiado. Así, por ejemplo, investigaciones de tipo cuantitativo, centradas en la obtención de logros como las pruebas TIMMS y las Olimpiadas de matemáticas (en el nivel internacional) y las pruebas ICFES (en el nivel nacional) no recogen directamente toda la información sobre el currículo real ofrecido a los estudiantes, ni sobre los contextos sociales, culturales y afectivos que rodean las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en cada caso (sería imposible hacerlo). En el otro extremo, un modelo cualitativo, de fuerte tendencia constructivista, puede olvidar el aprendizaje significativo que muchos estudiantes logran desde la enseñanza, llamada tradicional o recurriendo a los actuales modelos tecnológicos, la mayoría de los cuales son resultado de calificaciones al modelo instruccional. Esta inevitable circunstancia debería servir como filtro de control para las pretensiones globalizantes, propias de la mayoría de los grupos de investigación.

4.2 Las investigaciones explicativas

Estas son las más sólidas, teóricamente, pero también las más atrevidas en los modelos de investigación.

El objetivo central de estas investigaciones consiste en proveer modelos teóricos (explicativos, abstractos, universales, generales) que nos permitan elaborar predicciones y retrodicciones dentro del área fáctica a la cual se refiere el modelo. Se estructuran sobre la base de preguntas cuya forma lógica se orienta a interpretar la ocurrencia de una cierta clase de eventos (consecuentes) por mediación de otra clase de eventos (antecedentes): ¿Por qué ocurre p? ¿De qué depende p? ¿Qué clase de hechos condiciona la ocurrencia de p?. Sus operaciones estandarizadas son las formulaciones de sistemas de hipótesis, los desarrollos de hipótesis (por comprobación o por derivación), las construcciones de sistemas interpretativos, etc. Sus técnicas típicas de trabajo varían según el enfoque epistemológico adoptado dentro del Programa de Investigación o dentro de la línea: inducción y construcciones probabilísticas (enfoque empirista-inductivo), introspección y elaboraciones simbólico-culturales (enfoque introspectivo-vivencial), deducción y construcción de sistemas de razonamiento (enfoque racionalista-deductivo) Padrón(1998,162)

Sobresalen en esta categoría, el grupo de estudio de La Teoría de La Educación Matemática TME, la escuela de psicología matemática PME (que ya fue presentada) y La Escuela Francesa de la Didáctica de la matemática. A continuación se reproducen, por su importancia, los apartes que hace Godino³², sobre los dos grupos faltantes.

4.2.1.1 El grupo TME (Theory of Mathematics Education),

El grupo TME fue fundado por Steiner en el V Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), celebrado en 1984 y tuvo como propósito la construcción de *Una Teoría de la Educación Matemática*. Su importancia radica en que logró promover y recoger un amplio campo académico que integrara la investigación, el desarrollo y la práctica. Las componentes fundamentales para esta línea de investigación fueron:

(A) La identificación y formulación de los problemas básicos en la orientación, fundamento, metodología y organización de la Educación Matemática como una disciplina, tales como:

- (1) La existencia de distintas definiciones, incluso discrepantes, de la Educación Matemática como disciplina.
- (2) El uso de modelos, paradigmas, teorías, y métodos en la investigación y de herramientas apropiadas para el análisis de sus resultados.
- (3) El papel que deben jugar los "macro-modelos", esto es marcos de referencia generales que relacionan significativamente los múltiples aspectos de la Educación Matemática y los micro-modelos, que proporcionan información detallada sobre áreas restringidas del aprendizaje matemático.
- (4) El debate entre "teorías específicas" frente a interdisciplinariedad y transdisciplinariedad.
- (5) Las relaciones entre la Educación Matemática y sus campos referenciales como matemáticas, pedagogía, psicología, sociología, epistemología, etc.
- (6) Las relaciones entre teoría, desarrollo y práctica: las tareas integradoras y sintéticas de la Educación Matemática frente a las tendencias recientes hacia una ciencia normal y la creciente especialización.
- (7) Los aspectos axiológicos éticos, sociales y políticos de la Educación Matemática.

³² Op. Cit. pp. 26-

- (B) El desarrollo de una aproximación comprensiva a la Educación Matemática, que debe ser vista en su totalidad como un sistema interactivo, comprendiendo investigación, desarrollo y práctica. Esto lleva a destacar la importancia de la teoría de sistemas, especialmente de las teorías de los sistemas sociales, basadas en conceptos como interacción social, actividad cooperativa humana, diferenciación, subsistemas, autoreproducción y sistemas auto-organizados, auto-referencia y reflexión en sistemas sociales, etc.

Asimismo, interesa la identificación y el estudio de las múltiples interdependencias y mutuos condicionantes en la Educación Matemática, incluyendo el análisis de las complementariedades fundamentales.

- (C) La organización de la investigación sobre la propia Educación Matemática como disciplina que, por una parte, proporcione información y datos sobre la situación, los problemas y las necesidades de la misma, teniendo en cuenta las diferencias nacionales y regionales y, por otra, contribuya al desarrollo de un meta-conocimiento y una actitud auto-reflexiva como base para el establecimiento y realización de los programas de desarrollo del TME.

La Segunda Conferencia del Grupo TME (Bielefeld, 1985) se centró sobre el tema genérico "Fundamento y metodología de la disciplina Educación Matemática (Didáctica de la Matemática)" y, por tanto, la mayoría de las contribuciones resaltaron el papel de la teoría y la teorización en dominios particulares. Entre estos temas figuran:

- teorías sobre la enseñanza;
- teoría de las situaciones didácticas;
- teoría interaccionista del aprendizaje y la enseñanza;
- el papel de las metáforas en teoría del desarrollo;
- el papel de las teorías empíricas en la enseñanza de la matemática;
- la importancia de las teorías fundamentales matemáticas;
- conceptos teóricos para la enseñanza de la matemática aplicada;
- la teoría de la representación como base para comprender el aprendizaje matemático;
- estudios históricos sobre el desarrollo teórico de la educación matemática como una disciplina.

Los grupos de trabajo se dedicaron a diferentes dominios de investigación con el fin de analizar el uso de modelos, métodos, teorías, paradigmas, etc.

El tema de trabajo de la Tercera Conferencia (Bélgica, 1988) trató sobre el papel y las implicaciones de la investigación en Educación Matemática en y para la formación de los profesores, dado el desfase considerable existente entre la enseñanza y el aprendizaje. Concretamente las cuestiones seleccionadas fueron:

- El desfase entre enseñanza - aprendizaje en el proceso real en las clases de matemáticas como un fenómeno tradicional y como un problema presente crucial.
- El desfase ente investigación sobre la enseñanza e investigación sobre el aprendizaje.
- Modelos para el diseño de la enseñanza a la luz de la investigación sobre el aprendizaje.
- La necesidad de la teoría y la investigación en trabajos y proyectos de desarrollo y su posición en el contexto de investigación sobre enseñanza - aprendizaje.
- El papel del contenido, la orientación del área temática y las distintas perspectivas de las matemáticas en el estudio y solución del desfase investigación - aprendizaje y el desarrollo de modelos integradores.

- El desfase enseñanza - aprendizaje a la luz de los estudios sobre procesos e interacción social en la clase.
- Implicaciones del tema de la conferencia sobre la formación de profesores.
- El ordenador como una tercera componente en la interacción enseñanza- aprendizaje.

Los temas tratados en la cuarta Conferencia celebrada (México, 1990) fueron los siguientes:

- I. Relaciones entre las orientaciones teóricas y los métodos de investigación empírica en Educación Matemática.
- II. El papel de los aspectos y acercamientos holísticos y sistémicos en Educación Matemática.

Asimismo, se inició en esta reunión la presentación de distintos programas de formación de investigadores en Educación Matemática en el seno de distintas universidades, tanto a nivel de doctorado como de "master"..

En la quinta Conferencia (Italia, 1991) los temas fueron:

- I. El papel de las metáforas y metonimias en Matemáticas, Educación Matemática y en la clase de matemáticas.
- II. Interacción social y desarrollo del conocimiento. Perspectiva de Vygotsky sobre la enseñanza y el aprendizaje matemático en la zona de construcción.

Como se ha expuesto, los fenómenos estudiados en las conferencias del TME incluyen un rango muy diverso: matemáticas, diseño de currículum, estudio de los modos de construcción por los alumnos del significado de las nociones matemáticas, las interacciones profesor - alumno, la preparación de los profesores, métodos alternativos de investigación, etc. La razón de esta diversidad se debe a que el término "Educación Matemática" no está aún claramente definido. No parece existir un consenso acerca de las cuestiones centrales para la Educación Matemática que agrupe todos los intereses aparentemente diversos del campo.

Si bien los temas tratados en las Conferencias TME son de interés para distintos aspectos de la Educación Matemática, no resulta fácil apreciar en ellos un avance en la configuración de una disciplina académica, esto es, una teoría de carácter fundamental que establezca los cimientos de una nueva ciencia por medio de la formulación de unos conceptos básicos y unos postulados elementales. Se encuentran muchos resultados parciales, apoyados en supuestos teóricos externos (tomados de otras disciplinas) que tratan de orientar la acción en el aula, aunque con un progreso escaso.

4.2.1.2 La escuela fundamental Francesa

En Brousseau (1989, p. 3) se define la concepción fundamental de la Didáctica de la Matemática como: *"una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos"*.

Sus representantes más sobresalientes son Brousseau, Chevallard y Vergnaud. Esta escuela posee una "concepción global de la enseñanza, estrechamente ligada a la matemática y a teorías específicas de aprendizaje y búsqueda de paradigmas propios de investigación, en una postura integradora entre los métodos cuantitativos y cualitativos... Los

modelos desarrollados comprenden las dimensiones epistemológicas, sociales y cognitivas y tratan de tener en cuenta la complejidad de las interacciones entre el saber, los alumnos y el profesor, dentro del contexto particular de la clase". Asumen el concepto de sistema interno, considerando en él, como subsistemas, al alumno; el docente, el saber enseñado y el medio (materiales, juegos, situaciones didácticas); este sistema estaría afectado por los entornos cercanos (la sociedad, los padres, los matemáticos, etc.). Trabajan fundamentalmente los siguientes temas:

Aprendizaje y enseñanza: Teoría de Situaciones Didácticas

Asumen la perspectiva piagetana al aceptar que el conocimiento se construye en un proceso interactivo entre el sujeto y el objeto, pero considerando que los contenidos son el substracto que permite desarrollar las estructuras mentales, "el problema principal de investigación es el estudio de las condiciones en las cuales se constituye el saber pero con el fin de su optimización, de su control y de su reproducción en situaciones escolares. Esto obliga a conceder una importancia particular al objeto de la interacción entre los dos subsistemas, que es precisamente la situación - problema y la gestión por el profesor de esta interacción".

Puesto que el conocimiento matemático incluye, conceptos, sistemas de representación simbólica y procedimientos de desarrollo y validación de nuevas ideas matemáticas, contemplar varios tipos de situaciones:

- SITUACIONES DE ACCION, sobre el medio, que favorecen el surgimiento de teorías (implícitas) que después funcionarán en la clase como modelos proto-matemáticos.
- SITUACIONES DE FORMULACION, que favorecen la adquisición de modelos y lenguajes explícitos. En estas suelen diferenciarse las situaciones de comunicación que son las situaciones de formulación que tienen dimensiones sociales explícitas.
- SITUACIONES DE VALIDACION, requieren de los alumnos la explicitación de pruebas y por tanto explicaciones de las teorías relacionadas y los medios que subyacen en los procesos de demostración.
- SITUACIONES DE INSTITUCIONALIZACION: que tiene por finalidad establecer y dar un "status" oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad de la clase. En particular se refiere al conocimiento, las representaciones simbólicas, etc, que deben ser retenidas para el trabajo posterior.

Los obstáculos y sus tipos

El aprendizaje por adaptación al medio, implica necesariamente rupturas cognitivas, acomodaciones, cambio de modelos implícitos (concepciones), de lenguajes, de sistemas cognitivos. Si se obliga a un alumno o a un grupo a una progresión paso a paso, el mismo principio de adaptación puede contrariar el rechazo, necesario, de un conocimiento inadecuado. Las ideas transitorias resisten y persisten. Estas rupturas pueden ser previstas por el estudio directo de las situaciones y por el indirecto de los comportamientos de los alumnos (Brousseau, 1983).

Un obstáculo es una concepción que ha sido en principio eficiente para resolver algún tipo de problemas pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo se resiste a ser modificado o a ser rechazado: viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarles en conseguirlo.

Brousseau (1983) da las siguientes características de los obstáculos:

- Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento;
- El alumno utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto que encuentra con frecuencia;
- Cuando se usa este conocimiento fuera de este contexto genera respuestas incorrectas. Una respuesta universal exigiría un punto de vista diferente;
- El alumno resiste a las contradicciones que el obstáculo le produce y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber;
- Después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándolo, de forma esporádica.

Se distinguen los siguientes tipos de obstáculos:

- **OBSTÁCULOS ONTOGENÉTICOS** - a veces llamados obstáculos psicogenéticos: son debidos a las características del desarrollo del niño.
- **OBSTÁCULOS DIDÁCTICOS**: que resultan de las elecciones didácticas hecho para establecer la situación de enseñanza.
- **OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS**: intrínsecamente relacionados al propio concepto.

Evidenciado por medio de un análisis histórico, tal tipo de obstáculo debe ser considerado como parte del significado del concepto. Por tanto, encontrarlo y superarlo, parece ser una condición necesaria para la construcción de una concepción relevante.

Observamos que, frente a la teoría psicológica que atribuye los errores de los alumnos a causas de tipo cognitivo, se admite aquí la posibilidad de que tales errores puedan ser debidos a causas epistemológicas y didácticas, por lo que la determinación de este tipo de causas proporciona una primera vía de solución.

Relación con el saber: Relatividad del conocimiento respecto de las instituciones

Recientemente, Chevallard (1989) ha adoptado una posición de notable generalidad para los estudios de Didáctica. Desde una perspectiva antropológica, la Didáctica de la Matemática sería el estudio del Hombre - las sociedades humanas - aprendiendo y enseñando matemáticas.

Para Chevallard (1989) el objeto principal de estudio de la Didáctica de la Matemática está constituido por los diferentes tipos de sistemas didácticos - formados por los subsistemas: enseñantes, alumnos y saber enseñado - que existan actualmente o que puedan ser creados, por ejemplo, mediante la organización de un tipo especial de enseñanza.

La problemática del estudio puede ser formulada, globalmente y a grandes rasgos, con la ayuda del concepto de relación con el saber (*rapport au savoir*) (institucional y personal). Para este autor, dado un objeto conceptual, "saber" o "conocer" dicho objeto no es un concepto absoluto, sino que depende de la institución en que se encuentra el sujeto. Así la expresión "sabe probabilidad", referida a una persona dada, puede ser cierta si nos referimos a las probabilidades estudiadas en la escuela y falsa si nos referimos al mundo académico, e incluso en éste habría que diferenciar si nos referimos al conocimiento necesario para la enseñanza en los primeros cursos de una carrera técnica o al que sería preciso para realizar investigación teórica sobre Cálculo de Probabilidades.

Hay que distinguir pues entre relación institucional (saber referido al objeto conceptual, que se considera aceptable dentro de una institución) y relación personal (conocimiento sobre el objeto de una persona dada) que puede estar o no en coincidencia con el institucional para

la institución de la que forma parte. Sobre estos conceptos, se plantean dos preguntas fundamentales:

- (1) ¿Cuáles son las condiciones que aseguran la viabilidad didáctica de tal elemento del saber y de tal relación institucional y personal a este elemento del saber?
- (2) ¿Cuáles son las restricciones que pueden impedir satisfacer estas condiciones?

El problema central de la Didáctica es para este autor el estudio de la relación institucional con el saber, de sus condiciones y de sus efectos. El estudio de la relación personal es en la práctica fundamental, pero epistemológicamente secundario. Este programa, sin embargo, no puede tener éxito sin una toma en consideración del conjunto de condicionantes (cognitivos, culturales, sociales, inconscientes, fisiológicos, etc.) del alumno, que juegan o pueden jugar un papel en la formación de su relación personal con el objeto de saber en cuestión.

Transposición didáctica

La relatividad del saber a la institución en que se presenta lleva al concepto de transposición didáctica, (Chevallard, 1985), el cual se refiere a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado.

En una primera fase de la transposición se pasa del saber matemático al saber a enseñar. Se pasa de la descripción de los empleos de la noción a la descripción de la misma noción y la economía que supone para la organización del saber. La constitución de un texto para fines didácticos, reduce así la dialéctica, esencial al funcionamiento del concepto, de los problemas y los útiles matemáticos. Hay una descontextualización del concepto. También se asiste a un fenómeno de deshistorización, por el cual el saber toma el aspecto de una realidad ahistórica, intemporal, que se impone por sí misma, que, no teniendo productor, no puede ser contestada en su origen, utilidad o pertinencia.

Una vez realizada la introducción del concepto, el funcionamiento didáctico va, progresivamente, a apoderarse de él para hacer "algo", que no tiene por qué tener relación con los móviles de quienes han concebido el programa. Su inmersión en el saber enseñado va a permitir finalmente su recontextualización. Pero ésta no conseguirá, en general, sobre todo en los primeros niveles de enseñanza, ni reconstituir el modo de existencia original de la noción, ni llenar todas y únicamente las funciones para las cuales se había decidido introducirlo.

4.3 Las investigaciones contrastativas

Es la tarea de "evaluar o validar las explicaciones o modelos teóricos construidos en los grupos explicativos, con el objeto de establecer respaldos de confiabilidad para los productos elaborados dentro de la teoría. Sus operaciones típicas son las derivaciones de proposiciones particulares a partir de hipótesis globales, la búsqueda de inconsistencias e incompletitudes, el hallazgo de casos que contradicen o escapan al modelo teórico, etc." Padron (1998, p. 163)

Se pueden incluir aquí todas las investigaciones sobre cuyas hipótesis se intenta una validación práctica: Responden a la pregunta: ¿cuáles son los efectos resultantes al aplicar un modelo A?. Son la fuente más importante de nuevas preguntas, nuevas propuestas y replantamientos a los modelos iniciales. De cierto modo puede afirmarse que las teorías sobre educación matemática crecen, se transforman o desaparecen, gracias a la

investigación contrastativa. De este modo se ha podido verificar la validez de algunos planteamientos de Piaget y la insuficiencia de otros, para explicar lo que realmente ocurre durante el aprendizaje. Similarmente, con todos los teóricos y todas las teorías.

Desde una mirada global existe, en casi todos los países, una frustración por los resultados de la educación matemática, lo que cuestiona la validez de los modelos predominantes y hace evidente el desfase entre los resultados de las investigaciones de los académicos y sus posibles impactos en las prácticas educativas.

4.4 Las investigaciones aplicativas

Su objetivo central está en proveer tecnologías o esquemas de acción derivados de los conocimientos teóricos construidos dentro de la secuencia de la Línea. Estas investigaciones carecen, propiamente hablando, de preguntas. Más bien tienden a establecer una relación productiva, ingeniosa y creativa, entre las posibilidades de un modelo teórico, por un lado, y las dificultades o necesidades que se confrontan en el terreno de la práctica, por otro lado. Mientras en los tres tipos anteriores de investigación el "Problema" es una pregunta formulada desde una actitud de ignorancia, en las investigaciones aplicativas el "Problema" es una cierta situación práctica formulada desde una actitud de expectativas de cambio, situación que resulta deficitaria, inconveniente o mejorable y que puede ser transformada o manejada mediante un cierto prototipo de control situacional Padrón (1998, p. 164)

Pertencen a este grupo las investigaciones sobre prácticas educativas, centradas en los modelos de enseñanza, las investigaciones relacionadas con las creencias y con los conocimientos de los docentes, las investigaciones sobre estrategias para formar docentes y las tesis de grado que elaboran, en las universidades, los estudiantes de posgrado en temas relacionados con la educación matemática.

5. La influencia de las escuelas en las propuestas curriculares

Indudablemente, ninguna de estas referencias justifica las reformas que se aplicaron a la enseñanza de las matemáticas desde la década del sesenta, con el nombre de *matemáticas modernas*. Para analizar las concepciones y los efectos de esta reforma en los currículos Europeos y Latinoamericanos, pueden consultarse los informes sobre las nueve primeras conferencias realizadas por el comité *Interamericano de Educación Matemática*³³. Importa, aquí, resaltar el enfoque deductivo que orientó la enseñanza, acorde con una concepción de la matemática como un conocimiento a priori, sin relaciones con la experiencia, lo que promueve una enseñanza que niega el papel de la intuición y las aproximaciones heurísticas en la comprensión de los conceptos. Consecuentemente con esta ideología se transformaron los programas de formación de docentes de matemáticas y se escribieron los textos para los estudiantes. En la tercera conferencia Latinoamericana, celebrada en Argentina en 1972, ya comenzó a socializarse el fracaso de la reforma, aunque se imputaba, principalmente, a la mala preparación de los docentes "sin embargo, el aspecto

³³Barrantes, Hugo; Ruiz, Ángel: *La Historia del Comité Interamericano de Educación Matemática*. Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Colección Enrique Pérez Arbeláez, N° 13, Santafé de Bogotá, 1998, pp. 1-10.

psicológico y pedagógico de los educandos, las posibilidades reales de que esto se pudiera llevar a cabo rara vez se tuvieron en consideración." A partir de la quinta conferencia (Brasil, 1979) aparecen con fuerza las influencias de las corrientes cognoscitivas e interpretativas. De esto dan cuenta los títulos de las conferencias y los paneles de trabajo. Conferencias: *Aprendiendo matemáticas para la vida futura* (Whitney), *Talento creatividad y expresión* (Nachbin), *La geometría en la enseñanza* (Lluis). Paneles: *Situación de la enseñanza de la geometría, frente a las nuevas tendencias de la educación matemática, el impacto de las calculadoras en la educación matemática, Métodos no tradicionales, en la enseñanza y su incidencia en la educación matemática, Nuevas tendencias en el aprendizaje y evaluación matemática*. Los paneles de la sexta conferencia (México, 1985) trataron los siguientes temas: *Raíces culturales e históricas de la enseñanza de las matemáticas, Cambios programáticos ante la influencia de las calculadoras y computadoras, Los procesos de elaboración de modelos en la formulación y en la solución de problemas, La reprobación en matemáticas: identificación de causas y posibles soluciones*. En la séptima conferencia (Santo Domingo, 1987), los paneles trataron: *Integración del contexto sociocultural en la enseñanza de la matemática; ¿Cómo desarrollar en los estudiantes habilidades para resolver problemas?, Usos innovadores de las calculadoras y las computadoras en la enseñanza de las matemáticas, ¿Cómo mejorar la enseñanza de la geometría en las escuelas primarias y secundarias?*. En la Octava conferencia (Miami, 1991) se abordaron los siguientes temas: *Integración del contexto sociocultural a la enseñanza de la matemática, La enseñanza eficaz de las matemáticas, Usos innovativos de las calculadoras y las computadoras en la enseñanza de las matemáticas, Cambios curriculares para el siglo XXI*. En la novena conferencia (Chile, 1995) los temas fueron: *Tendencias, políticas y enfoques, estándares y de evaluación, Informática y educación matemática, Investigación y educación matemática*.

6. Los cambios curriculares

Los cambios curriculares se investigan considerando la enseñanza de la matemática como "facilitadora de la adquisición del conocimiento en contraposición de una visión transmisora del conocimiento"; buscan incorporar las nuevas tecnologías, analizar los errores originados en un determinado proceso de instrucción; se pretende dar más importancia a las matemáticas aplicadas, haciendo uso de la tecnología computacional; pretende el desarrollo de las habilidades para razonar a través de la resolución de problemas; se le da más importancia a los procesos de enseñanza que a los contenidos temáticos, y se estudian los efectos sobre el currículo de diferentes contextos exteriores e interiores al salón de clase; además se retoma la clasificación que presentan Robitaille & Travers³⁴, como un tema importante de investigación: El currículo propuesto por las autoridades escolares, el currículo implantado por el profesor y el currículo aprendido por los estudiantes. Finalmente aparece la problemática epistemológica de la enseñanza de las matemáticas como un tema de investigación.

³⁴ Robitaille, D. F. y Travers, K. J. (1992). *Internacional Studies of Achievement in Mathematics*. En Grows, D. A. (Ed). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New Jprck: Macmillan.

7. Las investigaciones en evaluación

Para los propósitos de este trabajo, y como marco de referencia, se presenta la taxonomía de significados que, sobre el concepto de evaluación, presenta la Enciclopedia Práctica de Pedagogía³⁵ (1988, p. 11) Según ella:

1. Evaluar ha sido y es aún, de alguna manera, medir, contabilizar, dimensionar. Como fruto de la evaluación surgía una puntuación obtenida a partir de unos parámetros o instrumentos de medida.
2. Diagnosticar, determinar una situación, unas posibilidades y un potencial, detectar los puntos débiles y fuertes en un momento determinado del desarrollo.
3. Evaluar es asimismo establecer una determinada comparación. Se puede establecer una comparación entre individuos que se hallan en un mismo proceso o se proponen unos objetivos comunes. Establecer comparaciones no competitivas entre individuos. Establecer comparaciones diacrónicas de un mismo individuo en dos momentos distintos de su trayectoria de desarrollo, o lo mismo entre individuos para analizar el peso de distintos factores y leyes generales del desarrollo.
4. Evaluar ha sido valorar, es decir, enjuiciar.
5. Evaluar ha sido la mejora y optimización del proceso y los resultados obtenidos.
6. Evaluar para orientar, guiar, favorecer formar en y a través de la propia acción(p. 11).

Los anteriores significados dan cuenta de las diferentes interpretaciones que se le asignan al concepto evaluación. Interpretaciones que se utilizan de acuerdo con las teorías que se estén considerando durante el análisis de un fenómeno o de unos datos específicos.

Generalmente, se acostumbra evaluar las habilidades matemáticas a partir de dos grandes tendencias teóricas: las que se basan en *la medición al volumen de adquisiciones* logrados por las personas, y las que se basan en las investigaciones psicogenéticas sobre *los procesos de comprensión de los conceptos*. Las primeras, independientemente de su origen conceptual, no se preocupan fundamentalmente por el análisis a los procesos del sujeto o del entorno donde ellos ocurren; parece que sólo les interesara el resultado obtenido frente a las preguntas y las situaciones propuestas en las pruebas y, en los mejores casos, en el análisis a los tipos de problemas o las categorías definidas para clasificarlos. Las segundas, con "vocación de laboratorio", pretenden reducir la evaluación de las competencias y las habilidades a la interpretación cualitativa de los comportamientos cognoscitivos que muestran los sujetos, una vez sometidos a los interrogatorios o situaciones problemáticas que previamente han establecido las teorías. Sin embargo, están surgiendo una tendencia integradora, por una parte, de ambas tendencias (cualitativa-cuantitativa) y, por otra, de los nuevos elementos que vienen aportando las investigaciones relacionadas con las características del pensamiento, en cuanto a su construcción y posible movilización.

El cuestionamiento más contundente a los métodos cuantitativos de evaluación la hace Gould³⁶ La crítica científica a la psicometría está basada en la refutación a las que llama las dos grandes falacias del determinismo biológico: *la reificación* o tendencia a

³⁵Enciclopedia práctica de pedagogía. vol. 4. Planeta. Barcelona, 1988.

³⁶ Gould, Stephen, J. *La falsa medida del hombre*. Un devastador ataque contra el determinismo biológico de la inteligencia(trad. cast.). Antoni Bosch. Barcelona. 1984

convertir los conceptos abstractos en entidades (cosas que pueden ser precisadas y ubicables en algún lugar), y *la gradación* o tendencia a ordenar las variaciones complejas utilizando una escala graduada ascendente.

La obra de Gould descubre la terrible red de implicaciones políticas y éticas que se tejió para defender el racismo y justificar el desprecio y sometimiento de grupos humanos —negros, judíos, europeos pobres y latinos— que vivían en situaciones desventajosas desde un punto de vista económico, social o cultural. Sin embargo, justo es reconocerlo, la gran mayoría de los científicos, profesionales e instituciones, que recurren a los test que pretenden medir la inteligencia, lo hacen con propósitos sanos, tratando de conocer las potencialidades mentales, y de este modo ayudar en la superación de las limitaciones o en la promoción de las habilidades.

Por otra parte, la interpretación del "C.I."³⁷ se ha modificado con las investigaciones; en general ya no se utiliza el concepto de razón, la psicometría ha sido penetrada por los avances de la estadística. Es común, por ejemplo, utilizar la técnica de correlación de Karl Pearson (intensidad de la relación entre dos medidas); la formulación vectorial, realizada por Thurstone, a partir del análisis factorial de Charles Sperman y, en general, las pruebas de hipótesis y demás nociones de la estadística inferencial.

Otras escuelas, con orientación epistemológica moderna, consideran que el gran problema de la psicometría parece deberse a su reduccionismo. La inteligencia no debe medirse, exclusivamente, por la cantidad de conocimientos adquiridos por una persona, es fundamental conocer los procesos mediante los cuales conoce y la calidad de la comprensión de los conocimientos adquiridos.

Se trabaja, entonces en la construcción de modelos de evaluación integral, que incluyan los aportes de diferentes teorías y tendencias, teniendo en cuenta la complejidad del ser humano.

³⁷ C. I = 100xEM/EC. Donde EM es la edad mental o edad del sujeto promedio: Un niño de 6 años tiene una edad mental de 6 años.

SEGUNDA PARTE

Tendencias y enfoques en la investigación en educación matemática en Santafé de Bogotá.

La presencia, cada vez más creciente, de pequeños grupos de investigadores que asumen un tema específico de investigación permite reconocer la influencia, explícita o implícita, que en la mayoría de los casos ejercen las diferentes escuelas, tendencias y enfoques citados en este trabajo; sin embargo, la precisión sobre las características, significados y sentidos de esta influencia no es tarea fácil; entre otras razones, porque las teorías y los conceptos generalmente se transponen y se integran para ser usados como referentes en contextos de aplicación que no son los mismos que han definido las respectivas teorías. Así, por ejemplo, las teorías cognitivas infieren afirmaciones sobre las condiciones y características del aprendizaje matemático. Afirmaciones obtenidas en contextos bajo control de variables y que requieren investigaciones contrastativas en las condiciones normales de una acción educativa para poder ser usadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

Una mirada, primero global, a los problemas de investigación planteados y a los métodos y procedimientos utilizados para obtener inferencias, permite detectar las siguientes características como sobresalientes:

1. Predomina *la investigación en el aula* con dos intenciones diferentes: algunos quieren contrastar sus teorías para poder validar sus concepciones sobre la educación matemática, sacrificando, a veces, el uso de otras informaciones, posiblemente útiles o necesarias para la investigación respectiva. Otros, la mayoría de los examinados, investigan para transformar las prácticas educativas buscando recoger elementos para obtener una educación de mejor calidad que la actual.
2. Casi todas las investigaciones son asumidas como *propuestas alternativas*, aceptando que el modelo existente es el tradicional, implícitamente negativo. Esto que seguramente es válido en la mayoría de los casos, puede inducir a no investigar los modelos exitosos, o menos catastróficos, en sus causas y posibilidades. Recordemos que siempre han existido instituciones y docentes que con sus modelos y métodos han formado una elite académica nacional. Los paradigmas predominantes, siempre, y afortunadamente, han estado confrontados por paradigmas creados y vividos por minorías críticas u opuestas.
3. Las tendencias predominantes en la comunidad internacional de educadores matemáticos son aceptadas, en la generalidad de los casos, como válidas para ser interpretadas y adecuadas en nuestro medio. Es de esperarse que una vez se avance en la constitución disciplinar e integral de la comunidad nacional en este campo se pueda disponer de un discurso crítico autónomo.
4. Las investigaciones más exitosas, en cuanto a intenciones y logros, son aquellas realizadas por docentes en ejercicio o a través de ellos con la ayuda de investigadores; sobre todo cuando forman parte de la labor cotidiana y continua de los docentes.
5. Conforta descubrir una tendencia a superar la evaluación negativa, centrada en lo que los estudiantes y docentes *no son capaces de hacer*, para ensayar *propuestas positivas*, en donde lo deseable es facilitado y propiciado.

8. Síntesis de las investigaciones examinadas

A continuación se presentan los resúmenes de las investigaciones examinadas, en los que puede observarse la influencia de varias de las tendencias citadas en la primera parte. Es común la multiplicidad de influencias, para casi todos los casos, sino en los métodos de investigación, si en las concepciones que las inspiran. Esta cercanía con la diversidad de informaciones tiende a favorecer la eficacia del trabajo de investigación en un campo que no permite el control de condiciones y variables, como si ocurre en la investigación, en las ciencias naturales y exactas.

8.1 Investigación pedagógica

La investigación pedagógica recibe un gran aporte en el trabajo: "*PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS Y EVALUATIVAS EN LENGUAJE Y MATEMÁTICAS*" (DÍAZ Y CAICEDO, 1999). Sin pretensiones fundantes, ni asumiendo principios absolutistas o universales para hacer derivar de ellos todas las didácticas, el estudio acoge que "investigar es *resaltar* lo que por anticipado estaba y pasaba desapercibido; investigar es *reconocer*, ver lo que ya estaba con otra mirada, otro gesto, otro estilo; investigar es ver la realidad en opciones comunicativas, hermenéuticas y complejas" (p. 47). Aborda, sistemáticamente, el registro de las concepciones predominantes en la cultura occidental sobre las prácticas pedagógicas (didácticas?) en lenguaje y matemáticas para leerlas en un contexto regional, muy representativo de las prácticas nacionales, consultando docentes, estudiantes y directivos.

El planteamiento hipotético de que la evaluación es fundamentalmente *anticipadora* de las prácticas pedagógicas, en cuanto a sus acciones, significados, fines y sentidos, aparece como *un aporte* en este estudio. Se avanza sobre la interpretación de la evaluación como "revisión y verificación" para delimitar y aclarar los contextos (precomprensiones e ideologías) bajo los cuales se actúa, para la escuela y en la escuela.

El resultado de este refinado trabajo aparece en la clarificación y tipificación de tres tendencias predominantes y coexistentes, muchas veces, en las prácticas pedagógicas y evaluativas (p.p 143 a 152): la tendencia "en la que se favorecen las rutinas preestablecidas, los hábitos estereotipados, las acciones formativas basadas en "el deber ser" en las que no se abre espacio para la problematización". Responden *al paradigma de la simplificación*, en donde se privilegia la adquisición de conocimientos, habilidades y competencias y, además, prescribe "la reducción —unificación de lo que es diverso— o bien la disyunción—separación de lo que está ligado—". La segunda tendencia persigue *la experimentación*, facilita la problematización y, en la evaluación favorece la *autorregulación*, privilegiando los procesos cognitivos y comunicativos, previo reconocimiento de las condiciones de partida de los sujetos en formación. Sobre esta tendencia estarían obrando diferentes grupos de poder que pretenden "institucionalizar unas determinadas identidades pedagógicas", principalmente el discurso pedagógico oficial que responde a las nuevas exigencias del mercado internacional y nacional y los grupos que pretenden el resurgir de orientaciones religiosas, nacionales y culturales "con el propósito de estabilizar el pasado en el futuro". Ambos grupos crean tensiones institucionalizadas entre las exigencias endógenas y las internas. En cualquier caso "la identidad de los estudiantes sería formada más a través de mecanismos de proyección que de mecanismos de introyección". Por último la tendencia que busca crear rupturas y fisuras en el paradigma vigente, generando condiciones para la emergencia de un nuevo(s) paradigma(s) centrados en la recuperación del sujeto que tendría efectos individualizantes y efectos colectivizantes, transformándolo en actor de su propia historia liberándolo, por una parte, de la sociedad de masas y, por otra de la comunidad que lo distancia de la cultura. Inspirados en Touraine y su concepto de *La*

escuela del Sujeto, escriben: "La escuela del Sujeto se alejará cada vez más del modelo que la concibe como agente de socialización, pues aunque la escuela forma parte de una sociedad, enseña unos conocimientos específicos y reconoce la realidad nacional o regional —enraizamiento que se ve como necesario—, ella no ha de estar hecha para la sociedad, su misión principal no ha de ser la formación de lo ciudadanos o los trabajadores sino, más bien, el aumento de la capacidad de los individuos para ser Sujetos".

Este estudio despierta inquietudes y motiva nuevos problemas de investigación, relacionados con preguntas como estas:

¿Es posible dentro del concepto escuela del Sujeto diseñar estrategias que garanticen la participación eficiente y crítica de los individuos en el paradigma vigente, a la vez que los potencie como germinadores de un nuevo paradigma?

¿Qué condiciones y características deben tener los procedimientos para seleccionar las teorías y las informaciones provenientes de las múltiples disciplinas que se relacionan con la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas?

La evaluación anticipadora supone precisiones sobre los fines de la educación y una concreción sobre los procedimientos de organización, relacionales y didácticos que aterricen en los contextos del aula, la familia y la comunidad para ser viable lo deseable.

8.2 Una investigación en evaluación de procesos

La investigación *EVALUACIÓN DEL PROCESO DE CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DEL NIÑO DE PREESCOLAR A SEGUNDO*, (CASTAÑO Y OTROS, 1997).

El proyecto pretende construir un modelo evaluativo que supere los modelos de tipo analítico y prescriptivo; para esto se buscó trabajar indicadores de logro con los que pudiera hacerse una evaluación efectiva de los procesos de construcción del pensamiento matemático.

El procedimiento seguido en la investigación consistió en la formulación inicial del modelo que luego es contrastado en la práctica para obtener una formulación final, que finalmente fue socializada.

La indagación empírica partió de entrevistas de "tipo piagetano" que buscaban definir, entre otros aspectos, el tipo de tareas a evaluar y el cómo presentarlas. Además se aplicaron pruebas escritas, cuyos resultados fueron revisados con el propósito de eliminar o dejar las tareas. También observaron y registraron hechos durante las clases.

Los referentes conceptuales se presentan así: en principio se hacen unas reflexiones de carácter general sobre las concepciones sobre evaluación, diferenciado la evaluación por objetivos de la evaluación por procesos. A continuación reflexionan sobre la concepción de educación que se desprende de las dos concepciones anteriores y precisan sobre la diferenciación entre evaluación de logros y evaluación por objetivos en la función de la escuela. Por último hacen referencia a la construcción del pensamiento matemático.

Los referentes conceptuales muestran con claridad la concepción evaluativa con la cual se pretende construir el modelo. Se acepta la importancia de desarrollar competencias y de definir los procesos específicos, desde el área, con los cuales se busca alcanzar las

competencias. Se reconoce que es fundamental organizar los contenidos que orienten el proceso. Lo esencial, para ellos es evaluar el proceso de construcción que de un conocimiento se da en el alumno y de las condiciones pedagógicas que se propician

Su modelo evaluativo posee la siguiente estructura: procesos cognitivos, procesos interactivos y procesos pedagógicos

En *los procesos cognitivos* se consideran "los procesos de pensamiento que se generan para *aprehender* los sistemas conceptuales propios del conocimiento matemático" (p. 44)

Obsérvese como la palabra *aprehender*, usada por los autores, convoca al significado: "coger" "asir"; es decir, se considera que los conceptos matemáticos son externos al sujeto y éste debe apropiarse de ellos.

Diferencian, con Vasco, el sistema conceptual de los números naturales (conceptualizaciones de los individuos) del sistema de los números naturales como construcción dentro de la disciplina matemática.

Se nota la influencia (a través de otros autores) de la conceptualización piagetana sobre los esquemas aditivo y multiplicativo, aunque para Piaget estos esquemas responden a relaciones mucho más profundas y complejas que las citadas en el texto, incluyendo, no sólo el pensamiento lógico sino también, y simultáneamente, el pensamiento infralógico.

En *los procesos interactivos* tienen en cuenta el mundo subjetivo del niño, las reglas de interacción social, los lenguajes, el ejercicio del poder, el manejo de la disciplina, los afectos, la organización espacial, la interacción con el objeto de conocimiento, el deseo, la voluntad, la tenacidad y la culminación de tareas, entre otros.

En cuanto a los procesos pedagógicos "condiciones que favorecen u obstaculizan el aprendizaje por parte de los alumnos" (p. 63) consideran: lo institucional, el aula (desarrollo del currículo), tipo de situaciones problema, contenidos, metodología, organización de los tiempos, materiales y recursos.

Las actividades propuestas.

Las actividades se plantean teniendo en cuenta las mismas categorías de los indicadores de logro. Se establecieron unos rangos numéricos de acuerdo al grado, así:

Preescolar, números de 0 a 15.

Primero, números de 0 a 99.

Segundo, números de 0 a 999.

A partir de estos rangos fueron diseñadas varias actividades con el mismo esquema de preguntas. El nivel de dificultad se supone según el orden numérico.

8.3 Una investigación en construcción de pensamiento teórico

LAS CATEGORÍAS LÓGICAS COMO EXPRESIÓN DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO TEÓRICO, UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA ESTUDIANTES DE GRADOS SEXTO Y SÉPTIMO (JIMENEZ, BEJARANO Y OTROS, 1998).

Los autores aplicaron una estrategia pedagógica llamada "*Juegos de semejanzas y diferencias*" para ayudar a construir, en los estudiantes, elementos teóricos relacionados con *Categorías Lógicas*, desde una perspectiva aristotélica. Logran superar el reconocimiento empírico de propiedades para avanzar en la asignación de propiedades como La Cualidad, La Relación y la Cantidad, mejorando, además, las capacidades argumentativa e inferencial de sus estudiantes.

Los referentes conceptuales son el resultado de un trabajo colectivo de la asociación Anillo de Matemáticas, que viene realizando un trabajo de reflexión - acción, con todos sus participantes, y sobre su propia práctica docente; Por lo tanto, los referentes teóricos superan los aportes de los autores y emergen del trabajo previo que viene realizando, de tiempo atrás, la asociación; sin embargo, la teoría es sometida a prueba durante la intervención para modificarla o ampliarla de acuerdo con los resultados que van encontrando durante el proceso.

El piso teórico de la investigación, sin ubicarse en las teorías psicogenéticas (pero sin desconocerlas), asume la interpretación del desarrollo del pensamiento lógico mediante el análisis del cómo los estudiantes efectúan generalizaciones y abstracciones mediante la actividad con los objetos, el empleo de la lógica natural y el uso de lenguajes propios.

La pregunta objeto de la investigación es, para los autores: "¿El proceso de describir y comparar objetos favorece la construcción de categorías lógicas como expresión del desarrollo del pensamiento teórico?". Con esta pregunta buscan validar su estrategia didáctica como mediadora para el desarrollo del pensamiento teórico de los estudiantes. Evidentemente se supone el uso adecuado de la estrategia.

Sobresale la perspectiva teórica acogida como significado sobre la facultad de pensar, escriben:

Desarrollar la facultad de pensar se ha erigido en el propósito principal de corrientes pedagógicas y didácticas, que tienen entre sus presupuestos el de superar el acceso a los conocimientos como fin último de la enseñanza, empleando en cambio los contenidos como *mediación* para un desarrollo conceptual articulado a la comprensión de las reglas esenciales de constitución de las diferentes áreas del conocimiento. Este enfoque enmarca la presente propuesta, en la medida en que se apunta el desarrollo de la capacidad para explorar, tomar decisiones, plantearse hipótesis y someterlas a prueba, a través, entre otras situaciones didácticas, del análisis de situaciones problemáticas que requieran la explicación de diferentes procesos de solución.

La superación de la transposición conceptual de las teorías a la práctica escolar no es fácil, generalmente se olvidan las diferencias de construcción de los modelos y su relativa validez para los contextos prácticos; sin embargo, todas aquellas conceptualizaciones que no han sido negadas o superadas por investigaciones contrastativas pueden y deben ser utilizadas en el diseño y aplicación curricular, siempre cuando sean sometidas a las adecuaciones e interpretaciones que las condiciones particulares impongan. Es el caso, en esta investigación, del uso que se hace de dos teorías fundamentales para entender el pensamiento: la teoría piagetana y la teoría de Dadidov. Con la primera se le da significado a las operaciones lógicas construidas mediante la interacción con los objetos y con la segunda a la relación entre actividad práctica y actividad social. Como teoría básica referencial de las categorías se recurre al pensamiento aristotélico, recuperando, sin anquilosamiento, elementos conceptuales que todavía viven y pueden ser utilizados para explicar nuestras relaciones con el mundo. Esto sin abandonar, otras referencias históricas y actuales sobre las mismas categorías aristotélicas.

La respuesta afirmativa a la pregunta planteada en la investigación, acompañada de la sugerencia para investigar la estrategia en otras áreas del conocimiento, es un ejemplo del cómo transformar progresivamente, y desde diferentes metodologías, las prácticas educativas predominantes.

8.4 Las investigaciones sobre la argumentación

Se hace referencia, aquí, a dos investigaciones: *CARACTERIZACIÓN DE LOS REQUERIMIENTOS DIDÁCTICOS PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS ARGUMENTATIVAS EN MATEMÁTICAS* (LEÓN Y CALDERÓN, 2000, INVESTIGACIÓN EN CURSO) Y *DE LA GEOMETRÍA A LOS PROCESOS DE SUSTENTACIÓN DE SABERES. CONTEXTOS COGNITIVOS: ARGUMENTAR PARA TRANSFORMAR* (CORREA, DIMATÉ, MARTINEZ Y SILVA, 1999).

En la primera (León y Calderón, 2000) se trabaja para construir "un referente didáctico para el diseño de actividades de argumentación matemática en el aula, tendientes al desarrollo de competencias cognitivas y discursivas como la argumentación, la validación y la demostración, en los campos aritmético y geométrico" (p. 2). Se investiga en poblaciones de estudiantes de primer semestre de programas de educación matemática y en estudiantes de un curso posgrado en esta área, a partir de una síntesis bastante amplia y completa sobre el estado del arte en este tema, que muestra la influencia de la escuela fundamental francesa y los aportes anteriores de los mismos investigadores en este campo.

La gran importancia de este estilo de investigación radica en la búsqueda de didácticas que promuevan el cambio positivo sobre las arraigadas práctica actuales que no han resuelto los clásicos problemas de la enseñanza para lograr aprendizajes significativos. De esta intención dan cuenta las tres preguntas fundamentales que se plantean en la investigación:

1. ¿Qué competencias matemáticas desarrolla en los estudiantes la práctica de la interacción argumentativa en situaciones de validación y de demostración de lo geométrico y de lo aritmético en el aula?
2. ¿Cuáles son las condiciones didácticas que garantizan el desarrollo de competencias argumentativas en geometría y en aritmética en estudiantes de último grado de secundaria y de primer semestre de licenciatura en matemáticas?
3. ¿De qué naturaleza es la relación que se da entre los componentes epistemológicos, comunicativo y cognitivo en la situación didáctica? (p. 8)

Los contenidos temáticos explícitos —aritméticos y geométricos— que son usados como referentes para los diferentes análisis son prototipos adecuados y representativos de las prácticas pedagógicas en este campo, además permitieron que aparecieran variadas formas argumentativas y de validación de las creencias de los estudiantes, recurriendo a más de un modelo de representación externa (varios lenguajes).

En el punto de partida teórico para el trabajo se identifican tres requerimientos didácticos: el epistemológico, el cognitivo y el comunicativo y, posteriormente, lo amplían con el requerimiento sociológico. Para cada uno de estos requerimientos, los investigadores van estructurando una compleja y coherente red de conceptos y de relaciones entre ellos, que van convergiendo hacia la construcción de un modelo didáctico integral y flexible; es decir, adaptador de tendencias complementarias y modificable por datos experimentales. El sentido (individual y colectivo), las tramas de encadenamiento y de argumentación, los significados desde el saber disciplinar (las matemáticas, en este caso); los requerimientos

cognitivos para la significación (semiótica, sígnica, inferencial, inductiva, abductiva, analógica,...), los procesos de interacción social, los dialógicos, las normas que permitan el diálogo; La construcción social de conocimientos a partir de las construcciones individuales y mediante la socialización. Todo orientado hacia el diseño de actividades que reciben, implícita o explícitamente, los aportes de las teoría acogidas y de la modificaciones que la reflexión y la experimentación aportan.

La segunda investigación "*DE LA GEOMETRÍA A LOS PROCESOS DE SUSTENTACIÓN DE SABERES*" (CORREA Y OTROS, 1999) aborda el análisis al papel de la argumentación a partir del reconocimiento de procesos cognitivos (fundamentalmente perceptivos) y de competencias, que tienen que ver con la construcción del pensamiento geométrico, a través de actividades que potencian la capacidad argumentativa en el ámbito escolar.

Orientados en los trabajos de Sperber y Wilson (1994) sobre *los efectos contextuales*, para interpretar las injerencias del entorno en las concepciones de los sujetos, y acogiendo el modelo de Van Hiele para interpretar la construcción del pensamiento geométrico en la educación escolar, los autores investigan para desarrollar una propuesta pedagógica (didáctica) para trabajar los procesos argumentativos con base en la geometría. Su propuesta está constituida por dos componentes fundamentales: *El componente de construcción cognitiva* "maneras como los sujetos construyen su conocimiento en contextos de sustentación y cómo en esos contextos se avanza en la constitución del saber geométrico" (p. 88) y el componente estratégico "constituido por el conjunto de las estrategias básicas que se hacen pertinentes para la puesta en marcha de una didáctica de la argumentación y que se harán efectivas en la medida en que se creen las condiciones (micro y macro) curriculares requeridas" (p. 90).

La construcción cognitiva comprende, según los autores, cuatro momentos: el de la *aproximación intuitiva*, el de la *acción - reflexión*, el de la *representación* y el de la *sustentación* de saberes. El componente estratégico estaría conformado por las siguientes estrategias: la *tematización* de un problema de conocimiento, la *utilización de la pregunta* intencionadamente cognitiva, la *producción discursiva* contextualizada y el *encuentro de saberes*.

Importa resaltar que, en las conclusiones de este trabajo, se reconoce la insuficiencia del modelo de Van Hiele para dar cuenta de algunas complejidades y características en la construcción del pensamiento geométrico por nuestros estudiantes, lo que permite caracterizar, además, esta investigación como de carácter *contrastativo*. Por otra parte, plantea la posibilidad de ampliar este campo de investigación hacia otras áreas del conocimiento y de la vida: "*¿es que acaso el razonamiento deductivo debe circunscribirse a los ámbitos de la lógica y las matemáticas? ¿No es pertinente para ayudar a explicar el accionar humano cotidiano, lleno de incertezas, dudas, transformaciones y correcciones permanentes?*" (p.94) Más aún, promueven que la concepción de argumentación se extienda al currículo en general, para poder contar con "sujetos participativos, críticos y constructores de cualquier tipo de conocimiento" ...y la escuela se convierta "en el espacio en el que los interlocutores con acciones pedagógicas mancomunadas transforman las visiones, concepciones, haceres que se tienen frente al poder, al saber, al ser en todas sus dimensiones y no solamente para el campo de la geometría, sino para todos los ámbitos del conocimiento que se privilegian en el campo escolar" (p.95).

8.5 Relación lenguaje - pensamiento matemático

La relación lenguaje - pensamiento matemático es estudiada en la investigación: *CULTURA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA* (TORRES, ESPINOZA Y BEJARANO, 1997). Esta investigación de enfoque cualitativo, orientada por los modelos *investigación acción* y *etnográfico*, hace uso de la estrategia que llamaron *verbalización de las acciones* para indagar los tipos de discurso elaborados en la construcción de conceptos matemáticos en el contexto de la actividad escolar con niños de quinto grado de básica.

Se busca responder a la pregunta: ¿cómo se pasa de un no discurso sobre el conocimiento a un discurso matemático escolar?

Teóricamente el trabajo presenta elementos para tratar la relación entre el lenguaje y el pensamiento, centrándose en tres aspectos del funcionamiento del lenguaje: el desarrollo del habla, las funciones simbólicas y la verbalización de las acciones. Se busca desarrollar el habla en al producción del discurso matemático e investigar cómo puede la enseñanza ayudar a desarrollar en los niños habilidades para verbalizar formulaciones en lenguaje matemático.

Se profundiza en el concepto de acción y en sus formas (según Galparín): material, verbal, externa y mental; además se analizan las representaciones materiales, verbales y mentales, mediante la interpretación de las competencias matemáticas — con los aspectos sintáctico, semántico, pragmático y argumentativo — y la competencia cultural, considerando la relación de los niños con el conocimiento, la actividad de estudio (su desarrollo) y las prácticas sociales. También se analizan las diversas relaciones que se generan entre los niños en una determinada acción, la que puede manifestarse de una manera interna o externa y destinados para otros o para sí.

El procedimiento para la investigación consiste en presentar, a los niños, situaciones problema para que las resuelvan y luego sustenten, verbalmente, las respuestas. El texto de las situaciones se refiere a contenidos variados (operaciones básicas, fraccionarios, medida). En la verbalización de las acciones (estrategia didáctica aplicada) se tienen en cuenta tres aspectos para el análisis: el cognitivo, las funciones del lenguaje y el lugar cultural. El maestro interviene haciendo las preguntas que considera necesarias para que el niño tome conciencia de lo que hizo.

Los registros se obtienen de cuatro fuentes: las notas de los estudiantes, el diario de campo, las relatorías de los maestros y las grabaciones. En el diario de campo se consignan, tanto los procedimientos y los pensamientos de los estudiantes como los obstáculos que se les presentan durante las actividades.

En la evaluación se usan, como categorías de análisis: la lógica del discurso, la articulación, la competencia pragmática, la competencia lingüística y las formas de validación, aunque falta más conceptualización sobre estas categorías.

Interrogantes pendientes

Dado que en la verbalización de las acciones pueden hacerse visibles problemas de comprensión de los conceptos implicados, y que no tienen que ver propiamente con la competencia comunicativa o con un problema en el lenguaje, sino con un aspecto cognitivo que compromete las estructuras con que cuenta el niño y el tipo de pensamiento que lo

caracteriza, parece pertinente reflexionar específicamente desde los procesos que se originan en las diferentes temáticas tratadas: operaciones básicas, fraccionarios y medidas.

Preguntas como las siguientes tienen sentido en este contexto:

¿Cómo promover e interpretar los cambios en los discursos durante la intervención didáctica?

¿Cómo detectar los avances conceptuales en cada alumno?

¿Cuáles son las implicaciones que, para movilizar de un tipo de discurso a otro, se derivan de las condiciones: edad de los niños, niveles en el proceso de lectura y escritura, estados culturales, dificultades específicas o trastornos en la comunicación oral, estructuras cognitivas y tipos de pensamiento?. En síntesis:

¿Cómo superar el carácter descriptivo y avanzar hacia la propuesta de estrategias para cualificar los discursos de los niños, mediante la acción del maestro?

8.6 Investigaciones sobre construcción de conceptos en el aula

LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ÁREA EN ESTUDIANTES DE QUINTO Y SÉPTIMO GRADO, (GARCÍA, GARZÓN Y SAAVEDRA, 1998)

Trabajo interesante y, además, adecuado para movilizar el pensamiento matemático. Pensado más en la posibilidad de cambio cualitativo que en la descripción psicológica de las limitaciones. Modelo de lo que debe ser, en intención, el verdadero trabajo de aula.

En la investigación se estructura de una manera diferente — a los otros trabajos analizados — la presentación de la información. Se va contando qué, cómo, por qué y para qué se hizo el estudio. Se integran en el discurso elementos como los referentes conceptuales, las concepciones de evaluación, aprendizaje, estrategia pedagógica y estrategia didáctica; además de las concepciones pedagógicas de los maestros.

El estudio se centra en el análisis y descripción del *trabajo de aula*, presentando ejemplos, con diversidad de situaciones, del proceso que se construyó con los estudiantes, desde la fase inicial (diagnóstico) hasta las últimas intervenciones con el grupo.

En el referente teórico se hace uso integral de las citas, de modo que les permite justificar lo que se está haciendo y ampliar y cualificar, progresivamente, su objeto de estudio; por ejemplo, en el proceso con el concepto de superficie, se van especificando las diferenciaciones entre los dos grados escogidos (5° y 7°) describiendo las proposiciones y las justificaciones que hacen los estudiantes para las respuestas de sus actividades.

Resumiendo, el informe de investigación muestra:

1. Una concepción de enseñanza que da prioridad al desarrollo del pensamiento matemático, superando la enseñanza de contenidos, mediante la promoción de procesos de construcción de conceptos matemáticos, en donde el alumno comprenda significativamente y avance en su aprendizaje. El maestro se asume como un orientador que no deja al libre albedrío las necesidades de los estudiantes, comprometiéndose con la cualificación y teniendo en cuenta el tipo de pensamiento que caracteriza a los alumnos.

2. Que es posible integrar experiencias de la vida cotidiana con el currículo de la escuela, y a partir de intervención didáctica construir conceptos y desarrollar competencias. Esto se evidencia en los niveles de construcción del concepto de superficie que alcanzaron los alumnos.
3. Que los maestros pueden construir, desde la experiencia de una investigación, elementos teóricos que sirvan para avanzar en el conocimiento de un objeto de estudio, en este caso el concepto de área. Por ejemplo, esta investigación propone unas etapas de desarrollo del concepto de superficie, que sirven como punto de partida para que otros maestros mejoren la intervención didáctica (aporte teórico del trabajo).
4. Que una investigación en el aula debe encausarse de acuerdo con las necesidades que aparecen durante el proceso de intervención, así haya que detenerse en una temática o situación, no pensada con anterioridad. Estos investigadores tuvieron que reconsiderar el objeto inicial de estudio (el concepto de área) para explorar primero el concepto de superficie, sin el cual no tendría sentido avanzar en el concepto de área.
5. Una concepción definida sobre lo que significa *la educación matemática* y cuales deben ser los tipos de interacciones que se deben generar en el aula para lograr que los alumnos piensen matemáticamente.

Hubiera sido conveniente un mayor cuidado en la enumeración de las figuras utilizadas y una mejor profundización en la presentación de los conceptos: sintaxis, semántica, pragmática y argumentación; con los cuales se describen las etapas para el concepto representación y medida de superficies.

SISTEMATIZACIÓN DE UNA EXPERIENCIA DE MATEMÁTICAS CONTEMPORÁNEAS EN EL AULA (CASTAÑEDA, 1997)

¡Sorpresa! es la palabra que carga de significado y sentido lo que se siente al leer este informe de investigación en el aula, y reconocer que es posible alcanzar logros de alto nivel cuando se combinan, en la práctica escolar, las concepciones modernas sobre la enseñanza de las matemáticas con el conocimiento matemático profundo del docente que acompaña el aprendizaje. El autor presenta su trabajo así: "el proyecto... plantea una forma de hacer matemáticas con los alumnos desde la contemporaneidad, donde el azar, el caos determinista, la iteración, los sistemas dinámicos, los fractales, las teselaciones y la utilización del ordenador son el centro de la actividad". Más adelante: "A nuestro juicio, la consolidación del pensamiento matemático requiere de mucho más que el simple manejo de algoritmos, se necesita de una conexión de diferentes conocimientos: información, experiencia, percepción, creatividad, búsqueda, etc."

Las propuestas alternativas en la enseñanza de las matemáticas están encaminadas a transformar al estudiante para que deje de ser un receptor pasivo y participe activamente en la construcción de sus propios conocimientos, aunque estos conocimientos ya existan, de alguna manera en los saberes institucionalizados. Las metodologías explorativas, lúdicas y confrontadoras de datos intuitivos, promueven e incitan al deseo de conocer y a la superación de las dificultades para la comprensión.

El tema de los contenidos en los currículos continúa como un interrogante sin respuestas o alternativas claras, pareciera que los lamentables resultados obtenidos por la mayoría de los estudiantes Colombianos sean imputables, por muchos docentes e investigadores, más a las limitaciones cognoscitivas de los alumnos que a las inadecuadas concepciones que sobre el aprendizaje, la enseñanza y la matemática, predominan en el campo pedagógico nuestro. La contrastación de lo que es posible aprender y enseñar sólo se logra mediante investigaciones positivas y optimistas,

orientadas a la cualificación permanente de procesos y logros relacionados con el pensamiento y los conocimientos matemáticos.

La filosofía educativa de la Escuela Experimental Pedagógica, ampliamente reconocida, pero no suficientemente divulgada, es un ejemplo contundente de las posibilidades de cambio en el sistema educativo Colombiano. El profesor Castañeda, como docente permanente en la institución, tuvo la gran ventaja de incorporar la investigación en el aula como una actividad normal, evitando la presencia de los elementos desestabilizadores que aparecen cuando personas ajenas a la institución llegan para realizar estudios, muchas veces desconociendo los contextos y situaciones particulares.

Las actividades se realizaron utilizando el tiempo necesario, con un buen número de estudiantes en grupos de a 24. Se recurre a materiales variados como el lápiz, el papel, el compás, la regla, el transportador, las calculadoras comunes y de gráficas y los programas del ordenador: Logo, Qbasic, Matemática, Derive, Matcad y Matlab, entre otros. Pero, lo importante del proyecto es la forma como se acompañan los procesos de construcción y explicación que dan los alumnos para que ocurran cambios conceptuales y se originen nuevos intereses de conocimiento. De aquí que los problemas que se plantean sean fundamentalmente abiertos, ya se trate de juegos de estrategias, laboratorios de matemáticas, construcción de teselaciones, problemas de lógica o realización de programas de ordenador, etc. La socialización y el trabajo en grupos permiten el planteamiento y la confrontación permanentes de hipótesis.

Esta investigación es un argumento más para los que pensamos que una estrategia de enseñanza, bien elaborada y bien apoyada institucionalmente puede alcanzar altos resultados formativos en la mayoría de los estudiantes (que es lo que debe interesar en el sistema educativo).

8.7 Investigaciones sobre el desarrollo de procesos

EL JUEGO DE LA TRIPLETA COMO HERRAMIENTA PEDAGÓGICA PARA CONTRIBUIR AL DESARROLLO DE ALGUNOS PROCESOS DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO. (GARZÓN Y REYES, 1998).

La propuesta pedagógica busca desarrollar algunos de los procesos de pensamiento matemático, considerando tres tipos de pensamiento: el numérico, el espacial y el lógico, y utilizando el juego como estrategia didáctica; específicamente el juego de las tripletas numéricas, de las tripletas de área y de las tripletas de relaciones.

Al igual que en otras investigaciones se expone el problema de la motivación en el aprendizaje de las matemáticas y la pretensión de que los alumnos cambien de actitud con respecto a ellas. Propician una construcción significativa de los conceptos con la participación activa de los estudiantes. Escriben: "La enseñanza debe orientar la búsqueda de la comprensión conceptual, presentándole al estudiante un campo amplio de aproximaciones, técnicas y estrategias con el fin de enfrentarlo con seguridad al análisis, la percepción de relaciones y estructuras; también la argumentación en cualquier tipo de situación problemática".

La gran cantidad de tendencias y autores citados, por fuera de una estructura organizadora, hace casi imposible detectar el hilo teórico conductor de la investigación; sin

embargo, es fácil detectar la estrategia didáctica aplicada y los procedimientos de evaluación utilizados. La estrategia didáctica consta de:

- 1) La aplicación de tres pruebas piloto.
- 2) La aplicación de una prueba diagnóstico
- 3) La realización de actividades de entrenamiento para el trabajo con la triplete numérica con operaciones combinadas, la triplete de construcción y cálculo de áreas y la triplete de relaciones matemáticas
- 4) Aplicación de las triplete para el pensamiento numérico, espacial y lógico.

Las tres pruebas piloto fueron diseñadas en forma de pregunta o de formulación de problema, intentando detectar los tres tipos de pensamiento matemático considerados y recurriendo a diferentes niveles de dificultad. Se presenta un cuadro en donde se explican las preguntas, los procesos que involucran, las dificultades que se presentaron al aplicarlas, y los cambios y correcciones que tuvieron que hacerse.

La prueba diagnóstica estuvo conformada por doce situaciones problema. Tanto en esta prueba como en la piloto existió un espacio para argumentar las razones de las respuestas dadas.

Las actividades de entrenamiento, basadas en juegos, tuvieron como propósito, en palabras de los autores, "afinar los dispositivos de aprendizaje y los procesos de pensamiento".

Después de cada actividad, ésta es analizada y evaluada con la ayuda de observadores externos. Se incluye un informe sobre avances de los estudiantes, en donde se describen, con gran detalle, la variedad de respuestas encontradas.

El procedimiento para la evaluación fue, en general, el siguiente:

Inicialmente se diseñan unos indicadores de logros para cada proceso y tipo de pensamiento; luego se registra la información obtenida para cada alumno y para cada actividad; con los anteriores datos se calculan los promedios de logros en los grupos y se hacen análisis descriptivos especificando avances y dificultades; sin embargo, la ausencia de una organización teórica impide detectar la metodología utilizada, tanto en el diseño de las pruebas como en la evaluación de los procesos.

Predominantemente es una investigación centrada en la cualificación de métodos de enseñanza.

8.8 Investigaciones sobre concepciones de los docentes

CÓMO ENSEÑAMOS LA ARITMÉTICA (BONILLA, SÁNCHEZ Y VIDAL, 1999)

En un detallado y sistemático estudio, las autoras investigan las concepciones que poseen algunos docentes de primaria, sobre las estructuras aditiva y multiplicativa, acompañadas de sus algoritmos respectivos. Ofrecen a continuación una propuesta de formación de maestros que incluye dichas temáticas.

Su perspectiva teórica se inscribe en el conocimiento que deben tener las instituciones formadoras de maestros sobre las relaciones que existen entre las concepciones previas sobre los contenidos temáticos y el modelo didáctico utilizado en la práctica escolar.

Es interesante observar como en esta investigación se constata, indirectamente, uno de los hechos más lamentables de la educación Colombiana: la pésima formación, que en la didáctica de los saberes específicos, reciben los educadores en las normales y facultades de educación; además de la poca pertinencia y limitada eficacia que muestran los programas de cualificación de maestros en ejercicio. Las características de la población estudiada en este trabajo son representativas para la mayoría de los docentes del país: normalistas, licenciados (algunos con posgrado) o estudiantes de licenciatura, y prácticamente todos han asistido a cursos de perfeccionamiento docente. Adicionalmente, en este estudio, 24 de los 62 profesores investigados han asistido a cursos sobre la temática tratada en este trabajo, 19 participaron en un curso sobre desarrollo del pensamiento matemático, dirigido por los investigadores de este proyecto y 43 son estudiantes de licenciatura en básica primaria. Explícitamente señalan las autoras:

Desde una perspectiva descriptiva, se puede decir, que el conocimiento de los profesores sobre los aspectos tratados, se puede considerar como un conocimiento en uso que ha sido adquirido más por la práctica que por la participación en programas académicos que traten los temas de manera explícita y desde la perspectiva de la elaboración de un conocimiento profesional adecuado desde las perspectivas tratadas en los referentes teóricos presentados en el capítulo inicial. (p.52).

Las falencias encontradas en los profesores van más allá de la pedagogía y la didáctica, dan cuenta del reduccionismo conceptual que tradicionalmente se utiliza en la presentación y análisis de los contenidos matemáticos. Hipotéticamente es posible que un educador matemático desconozca las presentaciones que hacen los investigadores en didáctica sobre los esquemas aditivo y multiplicativo que, desde un punto de vista cognitivo estudió la psicología genética, pero no tiene justificación el desconocimiento de las relaciones reversibles entre las operaciones básicas (y derivadas) ni la ignorancia sobre los procesos constructivos (semánticos y sintácticos) de los conceptos, incluyendo los algoritmos.

Metodológicamente, las autoras recurren, eficazmente, al uso de técnicas cualitativas y cuantitativas lo que les permitió profundizar en el análisis de los datos a través de categorías descriptivas, interpretativas y explicativas, cuyas unidades de análisis se desplazan, vertical y horizontalmente, de acuerdo con los estados de complejidad conceptual resultantes en la investigación o planeados en el diseño. Con rigor y precisión dan cuenta de las relaciones internas en cada categoría y de las comparaciones entre ellas, tanto para el análisis de los enunciados de los problemas aritméticos considerados como para el análisis de los algoritmos.

En síntesis, puede afirmarse que esta investigación cumplió con sus objetivos y aportó a los investigadores para el conocimiento de las necesidades reales de formación que tienen los profesores de básica primaria, en el área de matemáticas.

POTENCIACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES A TRAVÉS DE RED DE INSTITUCIONES EDUCATIVAS- FASE 1 (PERRY, VALERO Y OTROS, 1997)

Esta investigación, típica del modelo aplicativo, según fue definido anteriormente, estuvo encaminada a la formación de directivos docentes y profesores de colegios de Bogotá, con el propósito de refinar un modelo diseñado en otro proyecto (MEN-EMA). Tuvo, además, la intención de recoger información sobre el llamado Sistema Institucional de la educación Matemática (SIEM).

Con la metodología investigación - acción abordaron cuatro actividades para desarrollar con los directivos - docentes: a) una mini - investigación acción relacionada con la educación matemática que buscaba comprometerlos y ayudarles a tomar conciencia sobre la problemática en este campo; b) la participación en ocho seminarios que facilitarían la reflexión y toma de conciencia sobre los problemas en sus instituciones, se trabaja en grupos y se socializan las propuestas; c) la participación en reuniones de asesoría individual, mediante entrevistas a los rectores y directores del proyecto respectivo; d) la elaboración de un artículo, con la colaboración de los investigadores y que cumpliera con los requisitos para ser publicado. Cada actividad fue registrada y tabulada minuciosamente para evaluarla en detalle.

En el trabajo con los docentes se desarrollaron las mismas cuatro actividades pero dándole más énfasis a la investigación en el aula sobre algún tema puntual. Todos recibieron orientaciones teóricas y sobre procedimientos para el registro y sistematización de las informaciones.

Aunque un análisis detallado a la evaluación de las actividades realizadas permite descubrir pocos avances y reducidos logros en los propósitos, tanto con los directivos como con los docentes; sin embargo, si se recoge información sobre las características del SIEM, de modo que los investigadores puedan modificar sus estrategias para los programas de formación de profesores. Esto es lo que se percibe en los trabajos posteriores de "Una Empresa Docente".

EL ANÁLISIS DEL CONTENIDO MATEMÁTICO COMO HERRAMIENTA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS PEDAGÓGICOS: EL CASO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA (GÓMEZ Y CARULLA,)

Los autores interactuaron con profesores de matemáticas de básica secundaria para explorar las concepciones predominantes sobre un tema específico: *la función cuadrática*. Recurren a un procedimiento analítico que incluye los contenidos, la instrucción y la cognición; usan los sistemas de representación y los mapas conceptuales como mediadores para interpretar las concepciones y finalmente construyen un instrumento de codificación que, integrando todos los elementos analizados, permitió caracterizar las producciones de los maestros.

La calidad de la educación está fuertemente relacionada con la calidad de los contenidos tratados en ella. Ante una pobreza conceptual no existe pedagogía profunda válida.

Un conocimiento matemático presentado en forma atomista, desmembrado de las estructuras conceptuales que le dieron y le dan significado, no puede llegar a ser significativo para los estudiantes. De aquí la importancia de las organizaciones integrales y complejas con los conceptos de formación básica, *como se hace en este trabajo con la función cuadrática*. Este tema, como casi todos los temas tratados en la educación matemática en nuestra cultura, aparece, generalmente, aislado y parcialmente tratado, olvidando vínculos conceptuales con otros conceptos de la matemática (geometría y ecuaciones, por ejemplo) y de las ciencias fenomenológicas (física, química y economía, entre otras).

Las concepciones de los profesores de matemáticas son resultado, en gran parte, de la formación previa que recibieron sobre los conceptos y las didácticas de enseñanza, de aquí la importancia de promover la reflexión crítica y colectiva sobre su qué hacer y cómo hacer para que la enseñanza cambie. Vale la pena resaltar como la conclusión más importante de este trabajo se refiere a una estrategia de actuación que podría validarse desde el sentido común si no fuese por la tradicional permanencia de didácticas pensadas

desde la simple presentación de conceptos aislados. Escriben los autores, en sus conclusiones:

"El análisis intra - grupal muestra que la formación previa de los profesores, los aportes de los investigadores en las asesorías, el conocimiento de las producciones de los otros grupos y la posibilidad de trabajar e interactuar en grupo son factores que afectan la evolución de las producciones de los profesores" ... ésto "es producto de una experiencia de trabajo e interacción en la que ellos pudieron poner en juego sus concepciones previas y en la que ellos enfrentaron retos que los llevaron a re-estructurarlas y desarrollarlas" (p. 22). Se toca, así, uno de los problemas más graves de la organización escolar: el individualismo y la asignación de programas para los maestros. Cada quien es libre para interpretar y servir el programa como a bien quiera, en lugar de cumplir un programa diseñado colectivamente y con el aporte de todas las individualidades. Es necesario asumir una estructuración para los contenidos de acuerdo con unos propósitos claramente definidos y una argumentación sólida. No se pueden abandonar a lo que cada profesor piense, ni olvidar la historia institucional en cada saber. El verdadero sentido del concepto libertad de cátedra, es el de capacidad argumentativa y no el de imponer lo que un individuo o institución piensa.

Evidentemente, como creen los autores, el estudio presenta un método sistemático para evaluar el impacto que puede tener un programa de formación permanente de profesores, temática que es necesario definir en el panorama nacional, en donde se vienen invirtiendo grandes recursos económicos sin que existan, previamente, procedimientos que permitan una evaluación y valoración confiables. Es posible diseñar muchos métodos similares, y otros diferentes a los presentados en este trabajo, pero en todos es necesario considerar las relaciones entre las representaciones internas y las externas, además de las posibles transformaciones de ellas que se puedan obtener mediante la confrontación dialéctica sobre los significados y usos de los conceptos.

En síntesis, esta investigación aporta, tanto a las teorías sobre diseño curricular como a las relacionadas con la formación permanente de maestros y a los métodos para evaluar el impacto de esta formación.

8.9 Investigaciones sobre currículo

INNOVACIÓN CURRICULAR EN PRECÁLCULO PARA LA EDUCACIÓN MEDIA (CARULLA, 2000, INFORME DE AVANCE).

Después de haber realizado una investigación sobre el mismo tema, en las asignaturas introductorias de matemáticas en la Universidad de los Andes para estudiantes de carreras técnicas, el grupo de investigación inicia una aplicación - extensión, con docentes de la educación media, de la estrategia desarrollada

El proyecto se asume como innovador en el siguiente sentido, en palabras de la autora del informe:

Se puede mirar la innovación original como un "proceso" en donde los actores implicados hacen sistemáticamente unas reflexiones, se ayudan en la tarea de resolver problemas de aprendizaje con los estudiantes y en diseñar problemas que apunten a la solución de los mismos. Se puede mirar la innovación original como un "resultado" que se plasma en los problemas diseñados y en el programa y se puede mirar la innovación original como lo que sucedió en cada uno de los salones de los profesores implicados en el proceso. Todos estos

aspectos son importantes y no podemos reducir una innovación a alguno de ellos. (p.11)

Importa esta reflexión porque es fácil constatar que el desfase entre lo que se plantea y lo que se hace tiene mucho que ver con la manera de planear y apoyar las acciones; esto es, con la estructuración, sistematización y logística de las programas. Al respecto escribe Yurén³⁸:

La innovación introduce una novedad, que puede tener diversos niveles que van desde la que implica la sustitución de los propósitos (y, por tanto, valores) de la praxis que se innova, hasta aquellos que se reducen a una adecuación de las acciones a los propósitos ya existentes en dicha praxis. Podemos así hablar de proyectos de innovación tendientes a obtener otra calidad, que se postula mejor, en contraposición con proyectos tendientes a refuncionalizar la praxis educativa para hacerla más eficaz en relación con el mismo tipo de resultados, es decir, obtener niveles más elevados en la misma calidad, en el mismo tipo de satisfactor de una necesidad o un conjunto de necesidades educativas.

Análogamente a como ocurre en cualquier proceso de producción, se requiere conocer las características de los elementos que van a participar en el proceso. En este caso, *elementos humanos* (estudiantes, docentes, familia, administradores y comunidad), *medios disponibles* (económicos, físicos, técnicos y tecnológicos), *políticas concretas para la acción* (pedagógicas y didácticas) y procedimientos para evaluar los resultados obtenidos, de modo que se puedan tomar, a tiempo, medidas correctivas. Escribe Pacheco:³⁹

La innovación educativa sólo puede ser eficaz si es el proyecto de un grupo social, sobre todo (pero no únicamente) el de los agentes que tienen su sede en la escuela: los profesores y el personal académico — administrativo. Pero considerando la complejidad y niveles de especialización de sus actividades, que hagan suyo un proyecto no puede reducirse a ejecutarlo por obediencia o, siquiera, aceptarlo de manera pasiva y acrítica. De los proyectos (como ocurre con las normas morales) sólo puede decirse que son propios cuando se les ha examinado atentamente, se constata que son compatibles con los valores propios y, además, que estos se realizan en esos proyectos. En otras palabras, cuando son el resultado de procesos participativos.(p.18).

Los investigadores, equipados con el marco conceptual diseñado y experimentado en la investigación universitaria, asumen el proceso de adecuación par la educación media buscando respuestas a las preguntas que caracterizan las concepciones matemáticas de los estudiantes; las concepciones matemáticas y didácticas de los profesores; el significado des saber matemático escolar y su relación con el saber matemático esperado en la educación superior; las metas y objetivos de la educación matemática, media y superior; las diferentes visiones sobre el mismo tema en ambas instituciones; las diferencias en las condiciones de los contextos educativos, y las posibilidades y estrategias para innovar en la educación

³⁸ Yurén C., Ma. Teresa. ¿Qué significa elevar la calidad de la educación? En Cero en conducta. México, Año 5, Núm. 17, enero-febrero de 1990. pp. 33-37.

³⁹ Sobre la innovación participativa y otras estrategias de innovación, cfr. Pacheco Méndez, Teresa, "Los procesos de innovación educativa. Su medición institucional". En Revista latinoamericana de estudios educativos. México, Centro de Estudios Educativos, Vol. XXI, 1er. trimestre 1991. pp. 75-93/ pp. 79-83.

media. Todo orientado a crear un espacio de reflexión que les permita extender su propuesta con las adaptaciones y modificaciones necesarias y con los aportes de los profesores participantes.

Usan, al igual que en la investigación previa, un conjunto de herramientas didácticas (los mapas conceptuales, los sistemas de representación, y el análisis didáctico par los aspectos de contenido, comprensión, instrucción y evaluación); También utilizan, parcialmente, las calculadoras recurriendo al proyecto con la Texas.

Las temáticas acordadas con los maestros para ser tratadas con los alumnos fueron para 10°, las funciones lineal, cuadrática, logarítmica y exponencial y, para 11°, las funciones trigonométricas, racionales y radical. Intentan, así, ayudar a los estudiantes para que comprendan el concepto de función en general.

Sobresale el trabajo de campo que realizan los docentes, registrando y sistematizando sus experiencias para luego compartirlas con los investigadores y con otros docentes; esto beneficia a unos y a otros, sobretudo por el enriquecimiento que originan las confrontaciones positivas.

En síntesis, todo parece indicar que están logrando cambiar las concepciones de los maestros sobre sus prácticas educativas haciéndolos agentes y partícipes en la transformación curricular para el área de matemáticas en la educación media.

8.10 Sistematización de encuentros sobre investigación educativa

TEORÍA Y PRÁCTICA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. ENCUENTRO DE SABERES EN PRECÁLCULO Y TECNOLOGÍA, REPORTE FINAL. (MARGARITA DE MEZA Y OTROS, 2000).

El establecimiento de realizaciones dialógicas entre investigadores en educación matemática, profesores en ejercicio docente y funcionarios públicos es el propósito fundamental de los encuentros organizados por el grupo de trabajo de la Universidad de los Andes "una empresa docente". Aunque las temáticas tratadas se refieren fundamentalmente a los objetos de estudio de dicha empresa, no deja de ser significativo el esfuerzo para avanzar en la reducción de la brecha existente entre los tres tipos de agentes considerados, principalmente por que uno de los problemas que más influyen en nuestro atraso didáctico es el aislamiento y la soledad informativa que vivimos todos los que trabajamos en educación.

Tradicionalmente, el Ministerio de Educación y las Secretarías de Educación Departamentales y Municipales trabajan por recoger las tendencias pedagógicas más actualizadas, nacional e internacionalmente para, a partir de ellas, orientar la ejecución de los currículos; sin embargo, rara vez logran llegar con el significado de esas propuestas a las instituciones escolares. Entre otras razones, por el tradicional desfase entre la formación ofrecida a los docentes y sus necesidades reales. En la ya ampliamente conocida "feria de créditos y de recursos del Estado", la incompetencia y la improvisación actúan sin control ni evaluación para imponer a los docentes su ideología y perpetuar el estado actual de la pobreza pedagógica. Más grave, aún, que la expropiación económica es el impedimento real para que los educadores puedan transformarse, ayudados por los investigadores honestos y serios. No es suficiente la normatividad para que las instituciones y los docentes construyan su propio PEI, es necesario que posean las herramientas teóricas, logísticas e

instrumentales para lograrlo. La verdadera libertad es producto del conocimiento que posibilita escoger las orientaciones y asumir los cambios.

En los maestros se viene creando un movimiento nacional que presiona para que se les actualice y prepare adecuadamente. De alguna manera, no quieren seguir siendo tratados como discapacitados para realizar transformaciones. Cuando un docente pide la "receta" está manifestando un dolor más profundo: la conciencia de la negación de lo que está haciendo; por eso no es adecuado abandonarlo en su vacío. Por lo tanto, la creación de espacios de reflexión crítica para la construcción integral de currículos cumple, además, un papel remedial sobre la deficiente formación recibida en las Facultades de Educación y en las Normales. Problema difícil de superar; sobre todo si se sigue pensando que la formación de los maestros no es responsabilidad de todos los programas académicos relacionados en la enseñanza.

Encuentros como estos, de la "empresa docente" se han realizado y se vienen realizando en el país, organizados por entidades públicas y privadas pero, estas en particular tienen la gran ventaja de la continuidad y sistematización de las experiencias tratadas. En todos los casos es posible hablar de *las relaciones entre el poder y el saber*, sólo que cuando la convocatoria proviene de entidades oficiales, rara vez permanecen y se desarrollan en el tiempo. Los intereses momentáneos y ahistóricos de los funcionarios con capacidad de decisión impiden la incorporación de los avances positivos y la superación de los errores.

Sea esta la oportunidad para reconocer el trabajo de apoyo a la investigación y divulgación que viene haciendo *El Instituto de Investigación Educativa y Desarrollo Pedagógico* (IDEP) del Distrito de Bogotá. Si las administraciones lo conservan podrá llegar a influir notablemente en la calidad de la educación de la ciudad y, por extensión, del país entero.

Los siete encuentros realizados entre los meses de noviembre de 1999 y julio de 2000 contaron con una asistencia decreciente, cuyas causas convendría analizar (84, 58, 56, 60, 30, 29 y 19 personas).

En el primer encuentro, tres reconocidos investigadores de Bogotá: Gloria García, de la Universidad Pedagógica Nacional, Pedro Javier Rojas, de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Pedro Gómez, de una "empresa docente", de la Universidad de los Andes, se refirieron, respectivamente, a la "investigación en educación matemática", la "formación de profesores de matemáticas" y al "diseño curricular". En la primera conferencia se trataron las dificultades para, simultáneamente, investigar de acuerdo con los requisitos internacionales y formar maestros según las necesidades que demanda la sociedad; se planteó la necesidad de introducir la educación matemática como disciplina académica y de crear líneas de investigación e innovación con el apoyo de la sociedad; se propuso pasar de la búsqueda de modelos de enseñanza a modelos de aprendizaje y comunicación. En la segunda conferencia se consideró que la formación de maestros ha estado dominada por la enseñanza de contenidos con pocos elementos pedagógicos y humanistas; se sugirió una formación que se acerque más a la realidad escolar y a los significados de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En la tercera conferencia se plantearon varias posibilidades para que los investigadores universitarios participen en los diseños curriculares, principalmente mediante proyectos de investigación e innovación y acompañando a los maestros durante el diseño; se deja abierto el problema de la multiplicación de experiencias piloto, dado que las condiciones de cada situación son diferentes.

Las preguntas de los asistentes dan cuenta de las necesidades más sentidas por los maestros de matemáticas: ¿qué debe saber de matemáticas? ¿qué de la enseñanza y el

aprendizaje? ¿cómo se relacionan la calidad del docente y la calidad de los aprendizajes de los alumnos? ¿qué uso tiene la matemática de la educación media en la práctica social? ¿cómo diseñar currículos, integrados y continuos? ¿cómo investigar en el aula? ¿cómo superar la cultura de lo fácil? ¿cómo hacer para que la investigación en la universidad no se aleje del conocimiento de las condiciones reales de la escuela? ¿cómo evaluar un docente?. y otras.

En el segundo encuentro, fundamentalmente se escucharon experiencias de profesores que realizaron investigaciones en sus instituciones; se hizo patente el aislamiento de estos trabajos y los obstáculos para incidir en los PEI respectivos. Obstáculos con los significados de los conceptos de investigación e innovación y con la participación de los otros docentes en las investigaciones.

El tercer encuentro tuvo como propósito escuchar a funcionarios públicos: dos del IDEP (Aurelio Usón, quien se refirió a la investigación, y Elizabeth Riveros, quien lo hizo sobre la innovación) y una del Ministerio (Celia Castiblanco quien lo hizo sobre los lineamientos curriculares).

Aurelio, además de presentar la estructura y la misión del IDEP, con sus objetivos y criterios, ofreció una pertinente reflexión sobre la necesidad de disponer de un riguroso contexto explicativo y comprensivo sobre el fenómeno educativo. Además valoró los procesos de investigación en el aula como mediador válido en la formación de los maestros.

Elizabeth le dio sentido a los procesos de innovación en la medida que transformen, integralmente, las prácticas escolares y produzcan un nuevo saber, mediante la problematización, la intervención, la validación y la transferencia

Celia explicó los marcos teóricos bajo los cuales se diseñaron los nuevos lineamientos curriculares y convocó para que se comience a usar las nuevas tecnologías. Además anunció un proyecto en este campo, que está desarrollando el Ministerio con universidades y colegios, apoyado por el CINESTAV de Méjico.

Importa resaltar, de las relatorías originadas en los dos grupos de trabajo, la posición firme del IDEP, sobre la necesidad de que las innovaciones educativas estén articuladas al PEI de las instituciones con el propósito de buscar cambios positivos en la calidad de la educación.

Al Ministerio se le incita para recurra a estrategias más eficientes de divulgación de sus orientaciones y delineamientos, de modo que se logre una construcción personal (de los maestros) e institucional de los nuevas orientaciones.

En cuanto al uso de nuevas tecnologías en el aula, hoy en día es reconocida su necesidad e importancia por todas las entidades oficiales y privadas. Lo que hace falta es una mayor implementación de líneas de investigación en este campo.

En el cuarto encuentro, y en los tres restantes, el tema tratado fue la relación entre educación matemática y tecnología en la educación matemática. La profesora Marina Ortiz presentó un informe sobre el estado de las investigaciones que, en este campo, se vienen realizando en el país. Describió las tendencias, las preguntas y los intereses predominantes. El profesor Bernardo Gómez presentó un modelo experimental usando software matemático.

Las presentaciones originaron reacciones entre los asistentes que dan cuenta, por una parte de sus temores e inseguridades para el uso de nuevas tecnologías y, por otra, de sus intereses y deseos por aprender a usarlas adecuadamente.

El quinto encuentro se limitó, prácticamente, a la presentación y discusión de ejemplos de problemas prototipo, usando nuevas tecnologías

En el sexto encuentro se explicaron dos tipos de experiencias diferentes: la profesora Leonor Camargo resume y justifica el proyecto de investigación del Ministerio sobre tecnología en educación matemática, y el profesor Iván Castro, de la Universidad Javeriana, explica el uso que hace del software Derive en su universidad.

El último encuentro recogió experiencias de dos profesores que han realizado experiencias usando tecnología portátil en clase (Jorge Rodríguez y Mariana Sarmiento) sin estar inscritos en algún programa de investigación. Cada uno está satisfecho con su trabajo y son un ejemplo de cómo un maestro preocupado e informado puede ir introduciendo modificaciones curriculares importantes.

Las conclusiones presentadas, de los siete encuentros, promueven reflexiones sobre problemas que hay que enfrentar. En primer lugar, se requiere un mejor acercamiento entre los contextos teóricos de los investigadores y la realidad escolar que pretenden investigar. En segundo lugar, deben mejorarse las condiciones laborales de los maestros, de manera que puedan realizar investigación permanente en el aula, superando el papel de simples receptores de informaciones. En tercer lugar, urge introducir el uso de nuevas tecnologías en la educación matemática, previa creación de espacios de reflexión y formación con los docentes.

9. Una mirada a las componentes predominantes de los trabajos

Más allá del nombre de la tendencia o tendencias asumidas para cada investigación, la interpretación y el uso de ellas varía sensiblemente entre unos y otros trabajos. La mayoría de los autores precisan sus referentes teóricos y consecuentemente diseñan su investigación coherentemente con ellos. Para unos pocos, las teorías aparecen como un pretexto para validar sus concepciones, llegando en algunos casos a olvidar los puntos de partida, abandonando algunas preguntas que inicialmente se habían planteado

En investigación, el conocimiento del estado del arte debe superar la cita "rápida" y momentánea de autores y tendencias, olvidando el análisis histórico-crítico, tan necesario para definirse frente a una concepción. Además, el desconocimiento de investigaciones realizadas en otros países y en el nuestro, sobre el mismo tema o temas relacionados, puede debilitar el valor de los trabajos y de los resultados obtenidos. Es posible que el deseo y la presión institucional y social para formar parte de las comunidades en boga, esté originado un "cierto olvido" de la lectura, lenta y cuidadosa, de tendencias y pensadores profundos, contemporáneos y clásicos.

Por otra parte, una mirada positiva permite detectar, en todos los trabajos, la existencia de una aceptación del sujeto como "el otro" capaz de participar activamente en la construcción del conocimiento. Esta es la característica principal. Se busca superar, al menos teóricamente, la visión de la enseñanza como una técnica de transmisión de los conocimientos, asumiendo, así, la orientación predominante para que la investigación indague más por los procesos de aprendizaje que por los de enseñanza.

A continuación se resumen las características más sobresalientes de las componentes, descriptiva, explicativa (con mayor énfasis) contrastativa y aplicativa,

considerando que todas están presentes en todos los trabajos, pero que la descriptiva y la explicativa son las más sobresalientes.

9.1 La componente descriptiva

La *componente descriptiva*, predominante en casi todos los casos examinados, está orientada en el enfoque cualitativo (introspectivo - vivencial); sin embargo, la mayoría también recurre a los métodos cuantitativos aritméticos — principalmente a los porcentajes y a las tablas de frecuencias — para organizar los datos en informaciones: Se observa una superación del enfoque cuantitativo estadístico para correlacionar variables, de tanto uso en las décadas del 70 y el 80.

Las preguntas, las actividades, los significados de los conceptos utilizados como los de representación, conocimiento, competencia, habilidad, proceso, comprensión evaluación, enseñanza y aprendizaje, entre otros, dan cuenta del grado de profundización y de grandes diferencias en las conceptualizaciones de los investigadores. Los datos aislados son "mudos", es necesario relacionarlos para que informen algo, pero la relación ya implica una opción teórica, un acto del pensamiento; y es aquí donde la conceptualización arma con los datos la interpretación. Esto origina que frente a unos mismos datos se posibiliten múltiples interpretaciones, cuya valoración externa está también condicionada por las concepciones e informaciones disponibles en los evaluadores.

Los datos son la respuesta a la pregunta planteada, lo que condiciona la información que se pueda construir con ellos: Así, por ejemplo, si considero que el concepto de número es construible desde la percepción visual, entonces indagaré por su comprensión a través de figuras pero, si interpreto la construcción de este concepto como resultado de una interacción del sujeto, mediante actividades y relaciones con los contextos culturales y problémicos, entonces la indagación se volverá más compleja y profunda. En otras palabras, los datos no son objetivos por ellos mismos, la objetividad es construida por la argumentación.

En las investigaciones examinadas, los datos poseen la objetivación que les permitió la teoría asumida en cada caso, y se expresan mediante los símbolos de los lenguajes utilizados: números para contabilizar respuestas, números para jerarquizar categorías, categorías para organizar problemas, respuestas y procesos; gráficas para visualizar niveles de logros y descripciones escritas y verbales.

9.2 La componente explicativa

Consecuente con lo anterior pueden ser observadas variaciones notables en la componente explicativa presente en cada caso. Aceptando que la explicación es lo que mejor informa sobre el carácter científico de una investigación se resume lo fundamental explicativo para cada caso:

- La investigación pedagógica: "*prácticas pedagógicas y evaluativas en lenguaje y matemáticas*" (Díaz y Caicedo, 1999), desde su visión universal, explica cómo las concepciones de los evaluadores determinan el objeto (logros, contenidos, competencias, procesos, etc.) y la importancia de estos objetos en la práctica educativa. Interpretan la concepción de la evaluación como *anticipadora* de lo que va a ocurrir en la acción didáctica, y acogen la tendencia llamada "la escuela del sujeto" para promover una evaluación orientada hacia el cambio revolucionario de los propósitos formativos en la escuela, de modo que se pueda recuperar al hombre del espacio en donde habita como un sujeto de la masa.

- En la investigación *evaluación del proceso de construcción del conocimiento matemático del niño de preescolar a segundo*, (Castaño y otros, 1997) se presenta una interpretación propia de los procesos de construcción del pensamiento numérico, suponiendo los niveles de conceptualización que deben alcanzar los niños y la validez de las formas de representación utilizadas para las actividades. Sin considerar muchos de los resultados de otras innumerables investigaciones realizadas en este campo, asumen la aplicación sistemática de su modelo y, consecuentemente, infieren de acuerdo con los datos recogidos. Es de esperar que este trabajo continúe con el análisis y la explicación de las diferencias encontradas en las respuestas de los niños de cada grado escolar, y de los procesos interactivos y pedagógicos que se dieron durante la aplicación de las pruebas.
- La investigación: *"las categorías lógicas como expresión del desarrollo del pensamiento teórico, una estrategia didáctica para estudiantes de grados sexto y séptimo"* (Jimenez, Bejarano y otros, 1998), evalúa cómo los estudiantes pueden construir categorías lógicas y explican cómo una estrategia puede desempeñar un papel mediador en la construcción del pensamiento lógico, adaptando y adecuando a la práctica las teorías consultadas
- En la investigación: *"caracterización de los requerimientos didácticos para el desarrollo de competencias argumentativas en matemáticas"* (León y Calderón, 2000, investigación en curso), la explicación está orientada a sustentar la validez de un modelo didáctico, elaborado a partir de sus preguntas fundamentales y sustentado firmemente en informaciones actualizadas. Se ve nacer una línea clara de investigación en educación matemática, que puede ayudar a integrar y a desarrollar otras investigaciones relacionadas con las formas comunicativas en la formación matemática en todos los niveles (básico, medio y universitario).
- La investigación *"de la geometría a los procesos de sustentación de saberes"* (Correa y otros, 1999) aborda el estudio de la competencia argumentativa pero en un contexto más puntual: el proceso de construcción cognitiva bajo estrategias orientadas para la comprensión en geometría. Integran el conocimiento intuitivo con la actividad, la reflexión, la representación y la sustentación; a través de redes de conocimiento, planteamiento de preguntas intencionalmente cognitivas y socialización de saberes. De este modo construyen coherentemente su propuesta.
- la investigación: *"cultura matemática en la educación básica"* (Torres, Espinoza y Bejarano, 1997) explica la construcción progresiva de lenguajes matemáticos en diferentes temas de la enseñanza básica. Su núcleo de análisis es una de las conductas del relato: *la verbalización de las acciones*, conducta que es utilizada para diseñar su estrategia de actuación en el aula que recurre al reconocimiento de las competencias creadas por la cultura (etnográficas). Ven en su modelo una posibilidad globalizante; es decir, como factible de ser generalizado como estrategia para cualquier sector del conocimiento escolar.
- La investigación: *"la construcción del concepto de área en estudiantes de quinto y séptimo grado"*, (García, Garzón y Saavedra, 1998) es un ejemplo prototipo de los modelos de construcción teórica a partir de la investigación en el aula: Su explicación supera la interpretación de las teorías utilizadas, para avanzar hacia construcciones propias "con sabor" de experiencia docente. Su intención es propositiva hacia la cualificación del pensamiento matemático.
- La investigación: *"el juego de la tripleta como herramienta pedagógica para contribuir al desarrollo de algunos procesos de pensamiento matemático"*. (Garzón y Reyes, 1998). muestra que su explicación está centrada en el análisis de los datos encontrados, principalmente de las respuestas que dan los estudiantes frente a las actividades; respuestas que son observadas minuciosamente, pero sin pretender construir,

explícitamente, algún modelo que de cuenta de la metodología utilizada y de la evaluación aplicada.

- La investigación: "*sistematización de una experiencia de matemáticas contemporáneas en el aula (Castañeda, 1997)*." posee una explicación implícita de más impacto educativo que la explicación explícita de los conceptos matemáticos y metodológicos utilizados. Interpretando el trabajo y sus resultados puede inferirse que la mayoría de los estudiantes pueden alcanzar altos resultados formativos e informativos cuando interactúan con modelos pertinentes en cuanto a la motivación, calidad de los contenidos temáticos, acompañamiento adecuado y oportuno, y flexibilidad en el uso de los tiempos escolares. Es en este trabajo en donde mejor se valida la posibilidad de construir una educación con altos resultados académicos, contando con docentes, conceptual y académicamente bien preparados.
- La investigación: "*cómo enseñamos la aritmética (Bonilla, Sánchez y Vidal, 1999)*" construye una propuesta para la formación de maestros en básica primaria, sustentada en los resultados y en el análisis que hicieron en una indagación sobre las concepciones más arraigadas de los docentes, cuando enseñan matemáticas. Abre el espacio para investigar que tan eficientes son los programas de formación docente que se ofrecen en nuestro país, incitando a reflexionar sobre este tema.
- La investigación: "*potenciación de las matemáticas escolares a través de red de instituciones educativas- fase 1 (Perry, Valero y otros, 1997)*" indagó por la aplicabilidad de una propuesta previamente elaborada en otro proyecto, y explica, tanto las dificultades como los logros para tratar de construir espacios integrados, entre directivos docentes y profesores de matemáticas, en donde se reflexione y se actúe para modificar las prácticas docentes con las matemáticas. Demuestra, implícitamente, el trabajo que si no existe un consenso institucional que comprometa a todos los docentes del área y a sus directivos, no es posible alcanzar resultados eficientes, independientemente de la validez teórica de una propuesta.
- En la investigación: "*innovación curricular en precálculo para la educación media (Carulla, 2000, informe de avance)*" se le da significado y sentido. al concepto de innovación bajo una concepción que busca transformar las prácticas cotidianas con las matemáticas en la escuela. La educación media tradicionalmente ha recibido la influencia de la educación básica universitaria en matemáticas: los temas tratados son, generalmente reducciones y simplificaciones de temas que se estudian en las primeras asignaturas de los programas de educación superior. Además, en las mismas universidades se escogen los temas para remediar las falencias de la educación media, cayendo en un círculo vicioso que mueve la mediocridad en ambas direcciones. En esta investigación se comenzó con una reforma a los programas universitarios para luego validarla, con modificaciones, en la educación media. El problema de que no todos los estudiantes van a tener acceso a la educación superior no afecta este trabajo, puesto que los temas tratados son de necesidad formativa universal. En otros caso habría que independizar los intereses de ambos tipos de instituciones.
- La investigación "*el análisis del contenido matemático como herramienta para la construcción de modelos pedagógicos: el caso de la función cuadrática (Gómez y Carulla,)*" explica como el análisis detallado de las redes conceptuales que se pueden elaborar con los conceptos matemáticos, si son el resultado de elaboraciones críticas por parte de los docentes - y mejor con la ayuda de investigadores - ,puede llegar a transformarse una actividad permanente de los educadores en ejercicio para, entre otros objetivos, llegar a superar el esquematismo predominante de la mayoría de los programas de matemáticas. Sus reflexiones se inscriben en las concepciones más actualizadas sobre diseño curricular.
- El encuentro "*teoría y práctica de la educación matemática. encuentro de saberes en precálculo y tecnología, reporte final. (Margarita de Meza y otros, 2000)*." es un ejemplo de

socialización de experiencias y concepciones interinstitucionales sobre un tema fundamental: el uso de la tecnología en la educación matemática. Aunque los encuentros estuvieron centrados y orientados hacia el fortalecimiento de la línea investigación que en este campo realiza "Una Empresa Docente" de la Universidad de los Andes, es evidente su importancia y su necesidad. La diferencia de estos encuentros con otros parece radicar en la estructura y continuidad que tuvieron, además de la sistematización e historia que se elaboró para cada encuentro y para el conjunto. No es una costumbre Colombiana, construir historia conscientemente, preferimos la acción kafkiana de repetir el primer encuentro.

9.3 La componente contrastativa

Rigurosamente, sólo la investigación sobre innovación curricular puede ser categorizada como contrastativa, de acuerdo con Padrón; sin embargo, en una visión amplia, todas las investigaciones contrastan, en la práctica escolar, algún modelo o concepción predominante en las comunidades académicas o en la mente del investigador. Sólo que en algunas investigaciones hizo falta la manifestación explícita de la consideración contrastativa. Esto puede facilitar la cualificación de los modelos utilizados.

9.4 La componente aplicativa

Con el significado expuesto se perfilan como aplicativas las investigaciones: "*potenciación de las matemáticas escolares a través de red de instituciones educativas- fase 1 y "teoría y práctica de la educación matemática. encuentro de saberes en precálculo y tecnología.*" Con un significado general, todos los trabajos hicieron uso de algún dispositivo de aplicación.

10. Sugerencias para impulsar y desarrollar la investigación en educación matemática

- Sería deseable elaborar un programa macro de investigación con el propósito de elevar la calidad de la educación en toda la ciudad, dando prioridad a *las investigaciones en el aula* y con efectos sobre los PEI de cada institución. Como parte del programa se precisarían Líneas de Investigación sobre temas más puntuales orientados a la transformación e innovación curricular. Para estas investigaciones se convocaría por concurso. El programa macro puede constituirse en un espacio apropiado y deseado para realizar trabajos y tesis de grado. Tendría también la ventaja de facilitar la creación de semilleros de investigadores, apoyados por el conocimiento de los más expertos.
- Es fundamental incorporar a los docentes en las investigaciones. Para esto se puede constituir un grupo de asesores que utilizando el INTERNET, ayuden en la estructuración, diseño e interpretación de las investigaciones.
- El IDEP podría estructurar una base de datos sobre investigaciones en educación matemática, en donde se incorporarían todas las investigaciones que viene apoyando, además ofrecería información teórica y técnica para los docentes y los investigadores
- Se requiere vincular las investigaciones a la búsqueda de soluciones para los problemas reales de la escuela. De aquí que sea fundamental evaluar el impacto de cada investigación sobre los grupos investigados.

- La existencia de un centro de documentación bibliográfica, especializada y de fácil acceso, es condición necesaria para elevar la calidad de las investigaciones.

Textos examinados

1. *CARACTERIZACIÓN DE LOS REQUERIMIENTOS DIDÁCTICOS PARA EL DESARROLLO DE COMPETENCIAS ARGUMENTATIVAS EN MATEMÁTICAS* (LEÓN Y CALDERÓN, 2000, INVESTIGACIÓN EN CURSO)
2. *CÓMO ENSEÑAMOS LA ARITMÉTICA* (BONILLA, SÁNCHEZ Y VIDAL, 1999)
3. *CULTURA MATEMÁTICA EN LA EDUCACIÓN BÁSICA* (TORRES, ESPINOZA Y BEJARANO, 1997).
4. *DE LA GEOMETRÍA A LOS PROCESOS DE SUSTENTACIÓN DE SABERES. CONTEXTOS COGNITIVOS: ARGUMENTAR PARA TRANSFORMAR* (CORREA, DIMATÉ, MARTINEZ Y SILVA, 1999).
5. *EL ANÁLISIS DEL CONTENIDO MATEMÁTICO COMO HERRAMIENTA PARA LA CONSTRUCCIÓN DE MODELOS PEDAGÓGICOS: EL CASO DE LA FUNCIÓN CUADRÁTICA* (GÓMEZ Y CARULLA,)
6. *EL JUEGO DE LA TRIPLETA COMO HERRAMIENTA PEDAGÓGICA PARA CONTRIBUIR AL DESARROLLO DE ALGUNOS PROCESOS DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO.* (GARZÓN Y REYES, 1998).
7. *EVALUACIÓN DEL PROCESO DE CONSTRUCCIÓN DEL CONOCIMIENTO MATEMÁTICO DEL NIÑO DE PREESCOLAR A SEGUNDO,* (CASTAÑO Y OTROS, 1997).
8. *INNOVACIÓN CURRICULAR EN PRECÁLCULO PARA LA EDUCACIÓN MEDIA* (CARULLA, 2000, INFORME DE AVANCE).
9. *LA CONSTRUCCIÓN DEL CONCEPTO DE ÁREA EN ESTUDIANTES DE QUINTO Y SÉPTIMO GRADO,* (GARCÍA, GARZÓN Y SAAVEDRA, 1998)
10. *LAS CATEGORÍAS LÓGICAS COMO EXPRESIÓN DEL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO TEÓRICO, UNA ESTRATEGIA DIDÁCTICA PARA ESTUDIANTES DE GRADOS SEXTO Y SÉPTIMO* (JIMENEZ, BEJARANO Y OTROS, 1998).
11. *POTENCIACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES A TRAVÉS DE RED DE INSTITUCIONES EDUCATIVAS- FASE 1* (PERRY, VALERO Y OTROS, 1997)
12. *PRÁCTICAS PEDAGÓGICAS Y EVALUATIVAS EN LENGUAJE Y MATEMÁTICAS"* (DÍAZ Y CAICEDO, 1999).
13. *SISTEMATIZACIÓN DE UNA EXPERIENCIA DE MATEMÁTICAS CONTEMPORÁNEAS EN EL AULA* (CASTAÑEDA, 1997)

14. *TEORÍA Y PRÁCTICA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA. ENCUENTRO DE SABERES EN PRECÁLCULO Y TECNOLOGÍA, REPORTE FINAL. (MARGARITA DE MEZA Y OTROS, 2000).*

11. Bibliografía utilizada

Armendariz G M. Victoria, Carmen Azcárate y Jordi Deulfeo. (1993) *Didáctica de las matemáticas y psicología*. Infancia y Aprendizaje. p.p 62-63..

Barrantes, Hugo; Ruiz, Ángel (1998). *La Historia del Comité Interamericano de Educación Matemática*. Academia Colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Colección Enrique Pérez Arbeláez, N° 13, Santafé de Bogotá, pp. 1-10.

De Guzmán Miguel (1993). *Tendencias innovadoras en educación matemática*. Organización de Estados Iberoamericanos para la Educación, la Ciencia y la Cultura, Editorial Popular Edición HTML: Joaquín Asenjo.

Dienes, Zoltan. P. (1975) *Las seis etapas del aprendizaje en matemática*. 2a edición, Barcelona: Teide.

----- (1973). *La matemática moderna en la enseñanza primaria*. Barcelona: Teide.
----- *La construcción de las matemáticas*. Barcelona: Vincens Vives, 1970.

Dienes, Zoltan. P. y Golding. E. (1980) *Los primeros pasos en matemáticas*. Barcelona: Teide, 1980.

Enciclopedia práctica de pedagogía. (1988) vol. 4. Planeta. Barcelona.

Freudenthal, H. (1978) *Weeding and Sowing*, Dordrecht: Reidel Pub. Co.

García Cruz. Antonio (2000). *Matemáticas en Secundaria. La Didáctica de las Matemáticas: una visión general*. Internet.

García, B. Alvaro: arreiro : *Qué es Ciencia Cognitiva?*. Tue Apr 1 13:30:35 MET DST 1997.

Godino Juan D. (1991) *Hacia una teoría de la didáctica de la matemática*. En: A. Gutierrez (Ed.), *Área de Conocimiento: Didáctica de la Matemática* (pp. 105-148). Madrid: Síntesis.

Gould, Stephen, J. (1984) *La falsa medida del hombre*. Un devastador ataque contra el determinismo biológico de la inteligencia (trad. cast.). Antoni Bosch. Barcelona.4.

Habermas, J. (1987): *Teoría de la acción comunicativa*, 2 vol. , Madrid, Taurus.

Hernández Carlos A. (1999). *Aproximaciones a la Discusión sobre el Perfil del Docente*. II Seminario Taller sobre perfil del docente y estrategias de formación, Países de Centroamérica, El Caribe, México, España y Portugal (San Salvador, El Salvador del 6 al 8 de Diciembre de. 1999)

Kilpatrick, J (1994). *Investigaciones en educación matemática: su historia y algunos temas de actualidad*, En *Educación Matemática*. Kilpatrick, J , Rico, L, y Gómez, P. (Eds) "Una empresa docente" & Grupo editorial Iberoamericana, Santafé de Bogotá, pp. 1-18.

- Kuhn, T.S. (1975). *La estructura de las revoluciones científicas*. México: F.C.E.
- Mialaret, Gastón.(1977) *Las matemáticas. Cómo se aprenden y cómo se enseñan*. Madrid: Pablo del Río.
- Pacheco Méndez, Teresa, "Los procesos de innovación educativa. Su medición institucional". En *Revista latinoamericana de estudios educativos*. México, Centro de Estudios Educativos, Vol. XXI, 1er. trimestre 1991. pp. 75-93/ pp. 79-83.
- Padrón, J. (1998): *La estructura de los procesos de investigación*. Caracas: *Publicaciones del Decanato de Postgrado, USR*. pp 160-169.
- Pineau, Pablo (1999). *La pedagogía entre la disciplina y la dispersión: una mirada desde la historia* Editorial del IEF "E. Romero Brest, Argentina.
- Reggini. C. Horacio (1994): *Miradas a la educación actual, Las nuevas tecnologías y la reformulación del papel de la educación en la nueva sociedad de la información*. Artículo publicado en la revista IDEA, Buenos Aires, Abril.
- Robitaille, D. F. y Travers, K. J. (1992). *International Studies of Achievement in Mathematics*. En Grows, D. A. (Ed). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: Macmillan.
- Steiner, H.G. (1984); Balacheff, N. y otros. (Eds.) *Theory of mathematics education (TME)*. ICME 5. Occasional paper 54. Institut für Didaktik der Mathematik der Universität Bielefeld.
- Steiner, H.G. (1985). *Theory of mathematics education (TME): an introduction*. *For the Learning of Mathematics*, Vol 5. n. 2, pp. 11-17.
- Steiner, H.G. (1990). *Needed cooperation between science education and mathematics education*. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik* n. 6, pp. 194-197.
- Vasco, Carlos. E: "la educación matemática: una disciplina en formación". En: *Matemáticas. Enseñanza Universitaria*. Revista de la ERM. Vol. 3, N° 2, Mayo de 1994.,pp.59-75.
- Vygotsky, L.S.: 1977, 'Pensamiento y Lenguaje', La Pléyade, Buenos Aires.
- Yurén C., Ma. Teresa. *¿Qué significa elevar la calidad de la educación? En Cero en conducta*. México, Año 5, Núm. 17, enero-febrero de 1990. pp. 33-37.