# INFORME FINAL DEL PROYECTO DESARROLLO DE PENSAMIETO MULTIPLICATIVO HACIENDO USO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIADO POR INSTRUMENTOS DIDÁCTICOS.



**DESARROLLADO EN LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA DISTRITAL RAFAEL URIBE URIBE. JORNADA. MAÑANA 2002-2003**

**FINANCIADO POR : INSTITUTO DE INVESTIGACIÓN PEDAGÓGICA IDEP**

**EQUIPO DOCENTE DE INNOVACIÓN-INVESTIGACIÓN:**

**CONSUELO CEDIEL**

**CESAR ESPITIA**

**MARÍA MERCEDES LOTERO**

**ELSA CRISTINA MIGUEZ PORRAS**

**ROSA ADELINA RODRÍGUEZ**

**JUAN ANTONIO SANABRIA**

**GLADYS VISITACIÓN SANDOVAL**

**GLORIA INÉS VERGEL**

**COORDINADORA: FLOR GLADYS RODRÍGUEZ PEDRAZA**

**ASESOR: JAIME HUMBERTO ROMERO**

**BOGOTÁ, NOVIEMBRE DE 2003**

## CONTENIDO

# PRESENTACIÓN

Este documento presenta el informe final del Proyecto de investigación-innovación pedagógica denominado: "DESARROLLO DE PENSAMIETO MULTIPLICATIVO HACIENDO USO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIADO POR INSTRUMENTOS DIDÁCTICOS", financiado y apoyado por el Instituto para la Investigación Pedagógica (IDEP), en la institución educativa Distrital Rafael Uribe Uribe, jornada de la mañana, desde el mes de septiembre del 2002 hasta noviembre de 2003.

En este informe se muestran, en primer lugar, los aspectos teóricos retomados para la reflexión y apropiación en la investigación-innovación, que se detallaron en la presentación inicial del proyecto ante el IDEP y que se fueron trabajando en el transcurso de todo el proceso y se siguen abordando, cada vez con mayor apropiación y profundidad, hasta el día de hoy. En segundo lugar se hace una descripción del proyecto, la forma de vinculación de los investigadores-innovadores, el contexto del colegio donde se desarrolló.

De manera especial, resaltamos, las reflexiones colectivas e individuales sobre la gestión en el aula para identificar las rutas pedagógicas recorridas durante el proyecto. En esta parte se presentan también las interpretaciones de los desempeños cognitivos y actitudinales de los estudiantes como resultado de la estrategia de la metodología de resolución de problemas.

Mediante una matriz donde se registran los logros obtenidos, se presenta la interpretación de la formación de unidades múltiples como eje cognitivo en el desarrollo de la estructura multiplicativa de nuestros estudiantes por cada grado de escolaridad, conectando este proceso con el control, con la mediación instrumental, tanto física como simbólica y el avance en cuanto a resolución de problemas.

En esta misma perspectiva, cada docente participante en la investigación-innovación presenta su experiencia particular en el proyecto, su sentir, sus aprendizajes, sus tensiones y sus expectativas, lo cual nos permitió, a través de la discusión colectiva arribar a las conclusiones presentadas en la última parte. Como puede verse, el proceso se desarrolló dentro del enfoque y el diseño metodológico de investigación acción participativa, con algunos elementos de la investigación etnográfica, que nos hizo sujetos activos del proyecto.

# 1. OBJETIVOS

1. Diseñar, implementar y evaluar una hipótesis de trabajo curricular que tiene como propósito el desarrollo de competencias matemáticas, vinculadas particularmente al pensamiento multiplicativo en los grados 6° a 9° de la educación básica.

2. Describir y analizar los cambios percibidos por cada uno de los profesores en su accionar en el aula, cuando introducen "nuevos" instrumentos didácticos, con la intención de producir aprendizaje autónomo regulado en sus alumnos

3. Describir y analizar los diferentes niveles de razonamiento multiplicativo, alcanzados por los estudiantes, según cada uno de los grados de escolaridad, que se desarrollan en una clase gestionada con el enfoque de resolución de problemas y mediada por el uso de instrumental didáctico definido.

# 2. MARCO TEORICO.

El marco teórico desde el cual esta basado el proyecto tiene como objetivo principal promover la transformación de las prácticas pedagógicas usuales, que en general se caracterizan en que el profesor asume unos modelos de actuación sin referentes teóricos que orienten su hacer, basado en la rutina repetitiva y poco reflexiva. Para tal fin en el proyecto se asumió un marco referencial basado en cuatro pilares: aprendizaje en matemáticas, mediación instrumental, pensamiento multiplicativo y, resolución de problemas.

## 2.1 APRENDIZAJE EN MATEMÁTICAS.

El aprendizaje en el proyecto es entendido como modificación incremental de un esquema (PIAGET, 1980). Y se dice que hay aprendizaje en matemáticas cuando el sujeto puede realizar una abstracción reflexiva (DUBINSKY, 1991), quien propone cinco formas de abstracción: interiorización, composición, Encapsulación, generalización e inversión.

## 2.2 MEDIACIÓN INSTRUMENTAL..

La mediación instrumental es consecuencia de la asunción epistemológica en que todo acto cognitivo es mediado por instrumentos fiscos o simbólicos, es así como mente y cuerpo son considerados como una unidad producto de las interacciones sociales.

## 2.3 PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO.

Esta es una concepción bastante amplia que se fundamenta principalmente en la afirmación Piegetana en que **el numero es solidario con las operaciones**, es decir, se engendran mutuamente pasando por los distintos tipos de abstracción (DUBINSKY, 1991) hasta volverse objetos de reflexión y transformaciones mentales, puesto que las operaciones están enlazadas a situaciones y acciones. Es así como la multiplicación aparece en todos los sistemas numéricos que trata la escuela, por ello la naturaleza multiplicativa de los números, naturales, enteros, racionales y reales. Así el número natural a través del conteo es constructor de unidades múltiples, también la fracción como es un elemento mediador entre el número natural y el número real a través de rompimientos similares generativos.

## 2.4 RESOLUCION DE PROBLEMAS

Asumido desde el punto de vista de Charnay, en la que toda situación de enseñanza es vista como la relación entre tres polos: maestro alumno saber. Donde se crea un modelo de enseñanza investigativo centrado en la construcción del saber por parte del estudiante, que busca soluciones a problemas comentándolas argumentadamente a sus compañeros, donde el papel del profesor es plantear situaciones didácticas basado en las dificultades y obstáculos de aprendizaje a través del problema puesto en juego, como fuente del conocimiento, lugar de su construcción social y criterio de validación. Reconociendo el error como indicativo de una forma de conocimiento que ha sido exitosa en otras situaciones, sin embargo no es considerado como una ausencia del saber. El saber entendido como un producto humano cuya falibilidad le es inherente con una historia, momentos y movimientos no lineales ni predeterminado, exige como criterio de validez racional la aceptación por parte de una comunidad interesada en la solución d una problemática.

## 2.5 DOCUMENTOS CONSIDERADOS

Como consecuencia de la aceptación del proyecto y afianzamiento teórico por parte de los integrantes, hubo necesidad de recurrir a bibliografía auxiliar que diera cuenta de las bases en que se fundamenta el marco teórica que era revisada en las reuniones de departamento, en los talleres y conferencias y en las discusiones para el diseño y planeación de actividades por grado. Para un avance en el tiempo, se distribuyeron materiales bibliográficos de acuerdo a la situación problema planteada así:

TABLA 1. Lecturas y temáticas abordadas por grado

<table>
<tr><td rowspan="5">Lecturas sobre Pensamiento Multiplicativo</td><td colspan="3">Esquemas multiplicativos (STEFFE, L. 1994)<br>Cómo ayudar a los niños a comprender el número</td></tr>
<tr><td colspan="3">Splitting, similaridad y razón de cambio (CONFREY, 1994)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Razón y proporción (LAMON, 1994)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Elementos Libro V (EUCLIDES, 400 a.c)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Campos conceptuales (VERGNAUD, 1983)</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Temáticas trabajadas en cada grado</td><td rowspan="4">Matemáticas (Provenientes de la conjunción lineamientos curriculares y las concepciones previas)</td><td>SEXTO</td><td>Sistema de valor posicional, Z+</td></tr>
<tr><td>SÉPTIMO</td><td>Operatividad del número fraccionario</td></tr>
<tr><td>OCTAVO</td><td>Operatividad de términos algebraicos</td></tr>
<tr><td>NOVENO</td><td>Ecuaciones de primer grado</td></tr>
<tr><td rowspan="4">Tecnología (Provenientes de la discusión de los profesores de tecnología)</td><td>SEXTO</td><td>Matemáticas en Fuentes de energía</td></tr>
<tr><td>SÉPTIMO</td><td>Relaciones en operadores mecánicos</td></tr>
<tr><td>OCTAVO</td><td>Fluidos y sus propiedades.<br>Densidad y análisis de materiales.</td></tr>
<tr><td>NOVENO</td><td>Prensa hidráulica</td></tr>
</table>

• **LA MULTIPLICACION Y LA DIVISIÓN COMO MODELOS DE SITUACIONES,** BRIAN GREER, (1992), en donde se revela la complejidad psicológica que se esconde detrás de la multiplicación y la división de números enteros, racionales, manifestada en particular, cuando dichas operaciones se examinan, no desde el punto de vista del computo sino como ellas pueden modelar situaciones.

• **EL NIÑO LAS MATEMÁTICAS Y LA REALIDAD**, GERARD VERGNAUD, (1988). Este autor sitúa la multiplicación y la división en un contexto que el denomina *"El Campo Conceptual de las Estructuras Multiplicativas"* del que dice: *"todas las situaciones que se pueden analizar como problemas de proporcionalidad simple y múltiple para las cuales uno necesita usualmente multiplicar o dividir".*

• **SPLITING, SIMILARIDAD Y RAZÓN DE CAMBIO: Una Nueva Aproximación a la Multiplicación y a las Funciones Exponenciales**

Jere Confrey propone un modelo alternativo de multiplicación que es construido independiente de la suma repetidas pero complementario a ella. Sugiere así, un modelo de enseñanza más apropiado para el trabajo con funciones exponenciales puesto que se asume como un precursor de un concepto más adecuado de razón y proporción y subsecuentemente de cambio multiplicativo y funciones exponenciales.

Define el Splitting como un esquema de acción utilizado para crear simultáneamente múltiples copias de un original representado por un diagrama de árbol (Acción de uno a muchos). El autor reconoce la necesidad de diferenciar entre conteo y Splitting

Caracterización del Splitting:
- Acciones de repartir y dividir en mitades
- El conteo no es necesario para verificar el resultado
- Tiene conexiones geométricas con la similaridad (***Geométrico:*** Capturado por su imagen de diagrama de árbol, figura encajada o crecimiento en espiral ***Similaridad:*** Objetos que se acercan «aumento» o se alejan «disminución»)
- Es una estructura multiplicativa

Las situaciones aditivas están representadas a menudo mediante la identificación de una unidad contando consecutivas instancias de esta unidad

De acuerdo a la metodología de investigación propone el desarrollo de una secuencia didáctica que considere:
- Trabajo en particiones en contextos geométricos
- Reconocer los lazos entre particionar, repartir y número racional
- Relación entre partición y congruencia y su relación con la similaridad (Rotación y translación a través de la dilatación)
- Trabajo con splits repetidos cuando se trabaja con exponenciación o recursión
- Construcción de funciones lineales y exponenciales.
- Esquemas relacionados con la suma: Añadir, Juntar, Anexar y remover

- Esquemas base para el Splitting: Repartir, doblar, dividir simétricamente y amplificar

- **ESQUEMAS MULTIPLICATIVOS DE LOS NIÑOS** (LESLIE STEFFE)[1]

Este texto se tomó como referencia para comprender los esquemas actuales de división y multiplicación que no son enseñados por los profesores y que utilizan los niños cuando intentan resolver problemas aritméticos. Dichos esquemas persisten aun, cuando el maestro hace explicaciones de los métodos propios aceptados formalmente en la escuela. En general estos esquemas involucran conteo en lugar de las cuatro operaciones, volviéndose engorrosos y poco efectivos en situaciones donde se requiere resolver problemas con números grandes o con números no enteros. En contraste con lo anterior se propone ayudar al niño a aprender los procedimientos matemáticos formales, reconociendo los métodos informales de los niños buscando la relación entre lo que el maestro le presenta y lo que el niño hace.

La tarea esencial al comienzo no es proveer formas correctas de hacer sino de guiar al niño a encontrar maneras de operar para alcanzar sus metas, consiguiendo algún entendimiento de las estructuras conceptuales y métodos de los niños, concibiendo el conocimiento no como una copia pasiva de la realidad, sino como un conocimiento activo y genuino que involucra acciones y operaciones que se van construyendo paulatinamente.

Ésta investigación se centra en cartografiar esquemas de acción y operación que involucren unidades compuestas[2] cuando son elaboradas y organizadas por los niños, a través de dos aspectos el primero que tiene que ver con especificar esquemas de acción y operación que involucran unidades compuestas, partiendo de experimentos[3] de enseñanza y la segunda investigar la construcción de esos esquemas por parte de los niños.

Revisando los experimentos de enseñanza sobre multiplicación y división, se toman como punto de partida las secuencias numéricas ya que asume que estas se pueden convertir en la división y la multiplicación para los niños. De los experimentos se aislaron tres tipos de secuencia la inicial, la tácitamente anidada y la explícitamente anidada. Es a partir del acto de conteo donde se establece una co-ocurrencia entre la palabra número y la producción de un ítem contable, y posteriormente la caracterización de cada una de las secuencias. Los niños que han construido una secuencia numérica inicial pueden aprender a unir secuencias de actos de conteo recurriendo a formas de operar basadas en acciones como tomar registros perceptuales, visuales, auditivos etc.

---

[1] **STEFFE, L.** (1994) *Children's Multiplying Schemes.* In G. Harel and J. Confrey (Eds), The development of multiplicative reasoning in the Learning of mathematics. Research in Mathematics Education Series. Albany, NY :State University of New York Press. pp. 3-39.

[2] Unidades cuya numerosidad es mayor que uno.

[3] Donde se infieren los esquemas de los niños, basados en sus acciones y su lenguaje, par luego tomar decisiones en relación con que conocimiento nuevo podrían construir y que aspectos del conocimiento anterior podrían refinar.

La secuencia tácitamente anidada se caracteriza por tomar la palabra número como la operación de unir tomando un segmento inicial como una unidad, además que muestra un esquema de conteo reversible tanto en la acción de contar como en el resultado de realizar esta acción. El resultado de simbolizar las operaciones de todo-parte trae como resultado lo que se denomina la secuencia numérica anidada, que se basa en la relación de inclusión e iteración que se puede establecer al construir unidades compuestas.
Retomando los tipos de secuencia, se inicia un camino hacia la construcción de las relaciones entre unidades. Las unidades compuestas como iterables que antes de llegar a este estado emergen como unidades compuestas experenciales, compuestas abstractas y luego iterantes. Para la construcción de estas unidades es necesario partir del ensamble de unidades que se denomina un patrón[4] numérico.

Una unidad compuesta como experiencial se forma tomando una implementación de un patrón numérico como una sola cosa, usando una operación de unir. Los registros de conteo de un patrón numérico permiten que se constituya una formula o un programa para, cuya puesta en acto constituye un patrón sensorial. Una unidad compuesta abstracta se forma tomando la implementación de un patrón numérico, donde las operaciones de unir se salen del patrón sensorio-motor y toman el carácter de una operación abstracta. Finalmente la unidad compuesta iterable se debe ser capaz de despojar a la unidad de su cualidad de compuesta. Es a partir de los tipos de secuencias numéricas y de unidades compuestas que se usan constructores para comprender los esquemas multiplicativos de los niños.

En el esquema Premultiplicativo, para concebir una situación como multiplicativa debe tener por lo menos que los elementos de una unidad se distribuyan sobre la otra unidad compuesta. Es a través de patrones numéricos de conteo que luego se van construyendo las unidades compuestas. Otro esquema es el multiplicativo que se basa en la coordinación de unidades antes de contar

Muchas clases de conceptos matemáticos se enlazan a estas situaciones y el pensamiento necesario para apropiárselo. Entre estos conceptos están las funciones lineales y no lineales, análisis dimensional, fracción razón, tasa, numero racional multiplicación o división. En el que el esfuerzo mental para la comprensión del campo conceptual toma largo tiempo. (según él desde los 7- a los 18 años por lo menos)

## 2.6 TEORÍAS AUXILIARES A LAS QUE RECURRE EL PROFESOR DESDE SU CONOCIMIENTO Y NECESIDAD.

En grado noveno el profesor de matemáticas a menudo recurre al "álgebra desde una perspectiva geométrica" para poner en el aula ejercicios que sugiere el texto de María Cristina Pérez de Díaz: para que el estudiante adquiera habilidad en la resolución de ejercicios. En conjunto con los docentes de tecnología se estudió el texto "La matemática que hay en la tecnología" de

[4] Es una secuencia de ítems unitarios abstractos que contienen registros de los elementos de un patrón figurativo de conteo.

El profesor de tecnología aprovecha la información que los estudiantes encuentran por medio de Internet (en horas de clase), para proponer trabajos desde ahí.

Los docentes de tecnología recurren a textos de ciencias naturales para retomar la unidad de física con temáticas como: máquinas simples, mecánica de fluidos, electricidad, etc, de manera que se puedan abordar dentro de la estructura multiplicativa. Esta experiencia nos deja teorizar que la física es un elemento integrador de las áreas de tecnología y matemáticas. Así: los objetos de la física se convirtieron en objetos matemáticos.

## 3. DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO

Se desarrolla este trabajo en la institución integrada "Rafael Uribe Uribe" en la jornada de la mañana en los grados de escolaridad de 6° a 9°. En este informe se da a conocer la visión discutida en los grupos, centrando la mirada en el papel del docente. Los docentes nos constituímos en sujetos activos de la investigación, a la vez que nuestra práctica pedagógica fue objeto de estudio y reflexión permanente. El diseño de la propuesta metodológica por resolución de problemas, mediada por instrumentos didácticos nos permite afirmar que fue nuestro mayor éxito. Para el análisis de estos ejes del proyecto se parte de la reflexión sobre las rutas pedagógicas, dando una mirada desde el antes, pasando por el ahora y proponiendo las expectativas o lo deseable, por lo cual se consideraron los siguientes aspectos:

a) Vinculación.
b) Marco teórico construido y desarrollado en el proyecto.
c) Gestión, que fué analizada desde: pensamiento multiplicativo, mediación instrumental, resolución de problemas y la evaluación.

### 3.1. VINCULACIÓN.

El colegio RAFAEL URIBE URIBE, ha abanderado varios proyectos o propuestas innovadoras (algunas respaldadas por el IDEP, otras por DIFUCIENCIA, REDP, Instituto Alberto Merani, entre otras), que lo dejan ver como una institución inquieta ante la posibilidad de mejorar la educación de sus estudiantes, por tal motivo ha servido a la Universidad Distrital como apoyo directo en la capacitación de la práctica docente a los futuros profesores. Mediante este vínculo, la Universidad Distrital ha asesorado y participado en el desarrollo de investigaciones asumidas por el área de matemáticas.

La IEDRUU(Institución Educativa Distrital Rafael Uribe Uribe), conocida antes de 2003 como UNIDAD BASICA RAFAEL URIBE URIBE y el proyecto curricular de licenciatura en matemáticas de la UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSE DE CALDAS han venido trabajando solidariamente[5] desde hace cuatro años con los profesores del área de matemáticas de esta institución, a partir de esto y por convocatoria del IDEP[6] el profesor

[5] En el sentido en que en un principio fue centro orgánico para la practica de los estudiantes para profesores de la UD, luego en el proyecto de nuevas tecnologías, donde en este el proyecto de licenciatura en matemáticas se vinculo ofreciendo asesoría a profesores de la institución.
[6] Convocatoria 01 de 2002.

asesor , propuso que se hiciera un trabajo interdisciplinario, centrado en la construcción y desarrollo de pensamiento multiplicativo en los estudiantes, y la gestión de los profesores de matemáticas y tecnología en el proceso. Con la aceptación de la convocatoria, se dio inicio al trabajo en junio de 2002 organizándose de la siguiente manera, con la expectativa de transformar las prácticas pedagógicas y por lo tanto los ambientes de aprendizaje. Nos vinculamos al proyecto a sabiendas de las tensiones que tendríamos que manejar y de los costos de un cambio, los siguientes docentes:

| GRADO | DOCENTES | | AUXILIARES DE INVESTIGACIÓN |
|---|---|---|---|
| | MATEMÁTICAS | TECNOLOGÍA | |
| SEXTO | Gloria Inés Vergel | Elsa Cristina Miguez | |
| SÉPTIMO | Mercedes Lotero | Juan Antonio Sanabria | |
| OCTAVO | Gladys Sandoval<br>Magdalena Tafur | Flor Gladys Rodríguez | |
| NOVENO | César Espitia<br>Consuelo Cediel | Rosa Adelina Rodríguez | |

Dentro del proceso de vinculación de docentes al proyecto invitamos a la profesora Aurora Urrego del Centro Educativo Isabel II de Inglaterra, integrada a la Institución Educativa Distrital Restrepo Millán, perteneciente a la localidad 18 Rafael Uribe Uribe. La docente participó activamente en las conferencias y talleres de Pensamiento Multiplicativo, Resolución de Problemas, Mediación Instrumental, y en las discusiones para la apropiación teórica en el diseño de las actividades de clases. El proceso de integración se dio gracias a la intervención del Asesor del Proyecto y a la colaboración del Auxiliar de Investigación Carlos Castañeda quien visitaba constantemente la institución donde labora la docente para apoyar su gestión de aula.

## 3.2 CONTEXTO DEL PROYECTO

En desarrollo del cronograma propuesto, en sus dos primeras fases correspondientes a la fundamentación teórica, y al diseño de la secuencia de actividades, se consideró:

- Conformación de grupos de trabajo por grados de 6° a 9°
- Asesoría a profesores
- Asesoría a Auxiliares de investigación
- Reuniones de trabajo profesores- auxiliares.
- Reuniones de trabajo de auxiliares.

Los tiempos de reunión quedaron distribuidos de la siguiente manera:

| | |
|---|---|
| Asesoría a Profesores | Dos horas semanales |
| Asesoría a Auxiliares | Dos horas semanales |
| Reuniones de trabajo profesores- auxiliares. | Tres horas semanales |

Es de anotar, el requerimiento de reuniones extraordinarias, fuera de la jornada laboral, con el propósito de acordar reordenamientos en las acciones y garantizar la obtención de metas. Las reuniones de departamento se constituyeron desde esta fase en verdaderos espacios de discusión pedagógica, al contrario de lo sucedido tradicionalmente.

Se conformaron los cuatro grupos -integrados por dos auxiliares de investigación, un docente del área de matemáticas y un docente del área de tecnología-. En cada grupo, de grados (sexto a noveno), se trabajó la indagación documental y teórica sobre la comprensión de pensamiento multiplicativo, mediación instrumental y resolución de problemas. Las lecturas abordadas en este segundo momento, fueron propuestas por el asesor, quien en conjunción con los grupos, distribuyeron responsabilidades para su estudio y socialización, exigiéndose convertirlas en elementos organizadores del diseño, de la gestión y de la observación. Las temáticas fueron abordadas de tres maneras: lectura individual, conferencias y talleres de socialización y discusión colectiva. Los documentos estudiados tenían un alto nivel de complejidad, por lo que necesitamos constantemente de la asesoría y el acompañamiento del profesor Jaime Romero. Reconocemos que la indagación teórica se centró en "Pensamiento Multiplicativo", dando como obvio el manejo de la metodología de "Resolución de Problemas", por lo cual tuvimos dificultades, especialmente en el planteamiento de las situaciones-problema.

La IERUU, se encuentra ubicada en el barrio Ciudad Tunal, al sur de la ciudad, en la localidad 6ª. de Tunjuelito Aulas de clase _46_

- Aulas múltiples _1_ Laboratorios: física _1_ química _1_ Lenguas _1_
- Salas de informática _3_
- Sala de recursos didácticos _2_
- Oficinas administrativas _6_
- Cafeterías _1_ Restaurante escolar: _1_

**El aula de clase:** Cuenta con:

- pupitres bipersonales _24_ por curso

## 3.3 POBLACIÓN BENEFICIADA CON EL PROYECTO

| | |
|---|---|
| Estudiantes de grado sexto: | 160 |
| Grado Séptimo: | 200 |
| Grado Octavo: | 240 |
| Grado Noveno: | 160 |

Es importante anotar que aunque la observación e investigación de los desempeños de los estudiantes se realizó en un curso por cada grado, la metodología de resolución de problemas, el uso de mediación instrumental y el desarrollo del pensamiento multiplicativo se trabajó en todos los cursos.

## 3.4 APRENDIZAJES. ESTADO INICIAL

### 3.4.1 Las condiciones de los profesores en su gestión en el aula:

Al inicio del proyecto, los Profesores intentan hacer cosas relacionadas con nuevas y novedosas formas de enseñanza y aprendizaje diferente a lo tradicional, pero su currículo interno, en algunas ocasiones en forma conciente o no, hace que se caiga en el actuar tradicional, evidenciado en acciones tales como:

- exposiciones en el tablero por parte del profesor
- que el estudiante haga en el cuaderno una reproducción de lo expuesto por el profesor
- el estudiante debe realizar ejercicios de mecanización
- el estudiante realiza talleres o guías que el profesor deja para que él afiance su "saber".
- Los criterios de evaluación obedecen más a las exigencias administrativas y de distribución de los tiempos institucionales que a un proceso de desarrollo de pensamiento.

Lo anterior desligado de una discusión (proceso de institucionalización) que permita potenciar el aprendizaje en el estudiante, haciendo de él un ser que esté en capacidad de interpretar, argumentar, y proponer desde el sentido de la matemática puesta en juego en determinado trabajo de aula.

Los profesores reconocemos, que antes de la puesta en acción de las teorías y conceptos apropiados a partir del proyecto, en la mayoría de los casos manejábamos una visión del aprendizaje desde el modelo tradicional, hecho que se evidencia en las ideas que se ponen de manifiesto en las entrevistas y el análisis a los documentos "iniciales" elaborados en los grupos de trabajo en cada grado, donde aparecen cosas tales como:

- Aún se maneja la concepción de "el estudiante aprende porque tiene una buena instrucción"
- "El estudiante aprende si es capaz de demostrar lo que aprendió a través de la solución de una pregunta, si responde a la evaluación".
- El aprendizaje esta dado por el uso de conceptos y operaciones que le permiten al estudiante desenvolverse en matemáticas.
- El profesor no diseña actividades que desarrollen en el estudiante estructuras conceptuales que permitan superar sus dificultades.

Todo lo anterior hacia la concepción que si un comportamiento es "exitoso" es repetible..., pero no se ve una reflexión teórica mas allá que permita dar cuenta de esos aprendizajes, mostrándonos con esto, que el conocimiento es visto por parte de los profesores como: memorístico, no usable en otros contextos, algorítmico, señalable, y enseñable únicamente desde el profesor.

### 3.4.2 Las condiciones de la estructura multiplicativa

En las entrevistas realizadas por los auxiliares a los docentes se evidencia, que el aprendizaje de la multiplicación para éstos fue a partir de la memorización de las tablas de multiplicar, pero en el momento de dar cuenta de estas en evaluaciones, usaban como estrategia inmediata la suma repetida, cuando las olvidaban. Luego, en cursos mas avanzados cuando tuvieron que multiplicar números con mas de dos cifras, se apegaron al algoritmo de la multiplicación (ej: 243 x 15, ...cinco por tres quince, dejo el cinco y llevo una, luego cinco por cuatro veinte y una que llevo veintiuna,...), donde el sentido al procedimiento utilizado está dado en términos de la consecución del resultado. Así como aprendimos y mediando a través de ciertos libros de texto de matemáticas hemos "enseñado" la multiplicación a partir de la memorización de las tablas de multiplicar (cuando han tenido que hacerlo, ya sea en un aula de clase como tal, o para enseñarle a algún familiar o amigo...) Otro aspecto a tener en cuenta es que las actividades propuestas en algún momento para enseñar la multiplicación están dadas por la suma repetida. Un ejemplo de esto es lo que dice un profesor: "yo intento que el muchacho vea en la multiplicación, que el multiplicador es el que hace la magia..."

Así también se reconoce que el trabajo realizado durante esta primera fase del proyecto ha mostrado que se han propuesto actividades de una forma "inconsciente", que son modelos diferentes a la suma repetida: "muchas de las cosas que habla Vergnaud yo las he hecho en la clase pero nunca me había fijado del sentido que tiene..."

De esta manera la multiplicación se venía viendo hasta el momento como:

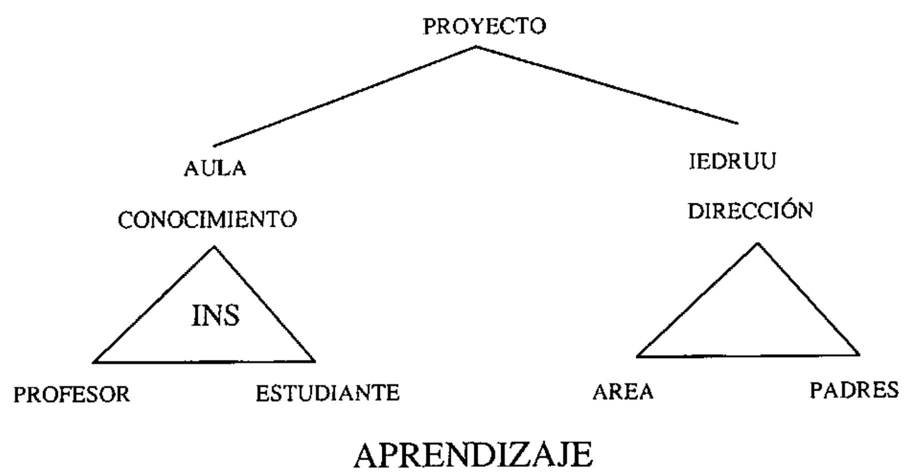
- Suma repetida, algoritmos, y tablas
- Desligada de: área, fracción, proporción, homotecias,...
- Desligada del mundo de la símilaridad (Splitting)

## 4. LA GESTIÓN DE AULA, OBJETO DE OBSERVACIÓN Y REFLEXIÓN

En esta primera parte también quedaron especificados los roles que desempeñarían los profesores y los observadores (auxiliares)en el desarrollo del proyecto

El diagrama permite visualizar algunas de las relaciones entre los actores que han intervenido en el proyecto, con las tensiones como criterio para el análisis y el aprendizaje a partir de las interacciones entre los actores en el juego de roles establecido y que afectan las relaciones de aula.

DIAGRAMA 1. RELACIÓNES DE AULA



En las primeras hay una intervención de la dirección de la institución escolar como mediadora, entre, el Estado, padres de familia y colegio. El área (matemáticas y tecnología), como administradora y gestionadora de una estructura curricular, vinculada con la institución y con las exigencias que propone para la formación de su hijo el padre de familia. El padre de familia como interventor que a la vez proporciona recursos para la formación de su hijo. En las segundas, hay una intervención de: conocimiento como ente mediador entre profesor – estudiante, regulado por la metodología de resolución de problemas y la mediación instrumental, el profesor como: gestor y mediador de las interacciones en el aula, el estudiante como: el centro del proceso de enseñanza aprendizaje.

En el desarrollo de las observaciones para la reflexión se tuvo en cuenta como ámbitos principales: El aula, Reuniones por cursos, Reuniones de área.

**El aula** (vista como espacio de interacciones), referida desde la tríada; conocimiento, profesor, estudiante. Las relaciones entre ellos, están dadas desde la modificación de la gestión en términos de la resolución de problemas, el pensamiento multiplicativo, a través de la mediación instrumental que se pone en juego, donde por parte del profesor, respecto al conocimiento, se manifiestan ciertos esquemas (anterior y nuevo). El anterior, centrado en acciones del tales como:

- Colocar una actividad modelo.
- Mostrar la solución
- Colocar una actividad donde el estudiante repita la acción.

El nuevo, centrado en acciones tales como:

- Proponer una actividad.
- Dejar un tiempo prudencial para que el estudiante desarrolle propuestas de solución.
- Hacer cuestionamientos que generen conflicto cognitivo en el estudiante.
- Establecer consensos en torno a las soluciones presentadas.
- Mostrar la solución como excusa de institucionalización.

**La institución (IIDRUU)** (vista como espacio de interacciones), referida desde la tríada; dirección, área (matemáticas, tecnología), padres. Las relaciones entre ellos, están dadas desde la superación de las tensiones en términos de la implementación de las disposiciones legales (Ley 715, Decreto 230) y las exigencias sociales generadas por la implementación del proyecto. (currículo tradicional exigido por el padre de familia). Aquí el ámbito de observación está determinado por reuniones de área y reuniones por grado. Estas pueden ser de tipo: Informativo, Discusión de conceptos de la matemática escolar y Discusión de las experiencias de aula, replanteamiento de los diseños, preparación y socialización de informes.

## 4.1 . REGISTRO DE LA INTERVENCIÓN EN EL AULA

Los instrumentos han surgido de las tensiones entre las relaciones de los actores involucrados. La primera herramienta utilizada son los **protocolos de aula**[7] (relatorías escritas: del aula, reuniones por grados, reuniones de área), en donde se hace un relato detallado de los acontecimientos e interacciones explicitas. Dentro de los instrumentos usados para la recolección de datos y que proporcionaba una evidencia más fidedigna de lo ocurrido en el proceso de socialización encontramos: **filmaciones** de:. socialización del referente teórico y socialización de los informes de avances del proyecto. Grabaciones(Entrevistas a docentes y estudiantes y Reuniones de área). Posteriormente como segunda herramienta un **análisis de protocolo** (para efectos de la triangulación de la información), para comprender algunos aspectos del acontecer en el aula relacionados con el pensamiento multiplicativo, mediación instrumental y resolución de problemas, capturando esquemas de actuación del profesor y del estudiante en torno a estos tres ejes. Como tercera herramienta se utilizó la **puesta en discusión de los protocolos y análisis**, la cual consiste en discutir las interpretaciones hechas por los observadores con los profesores para realizar ajustes en consenso.

Paralelo a estos registros los profesores utilizan otros instrumentos, que les permite equiparar la información y llevar la bitácora del trabajo realizado.

TABLA 2. INSTRUMENTOS DE OBSERVACIÓN USADOS POR LOS PROFESORES

| GRADO | MATEMÁTICAS | TECNOLOGIA |
|---|---|---|
| SEXTO | ☞ Planilla para llevar control del grupo<br>☞ Cuaderno de apuntes para las reuniones en grupo | ☞ Cuaderno de apuntes para reuniones en grupo |
| SEPTIMO | ☞ Libreta de apuntes para llevar control de la clase (actualmente, desde el segundo periodo académico.)<br>☞ Revisión aleatoria de cuadernos<br>☞ Protocolos (primer periodo) | ☞ el profesor se basa en las guías que el construye para sacar notas. |
| OCTAVO | ☞ Planilla de control de participación individual y grupal<br>☞ Revisión de los instrumentos de autorreflexión (en una planilla, donde el estudiante construye preguntas hacia entender)<br>☞ Análisis verbal de las dificultades y avances de los estudiantes.<br>☞ Revisión de carpetas donde los estudiantes registran sus aprendizajes. | ☞ Análisis verbal de las dificultades y avances de los estudiantes.<br>☞ Revisión de carpetas que llevan los estudiantes.<br>☞ Registro de acuerdos y pre-diseños acordados en las reuniones del grupo |
| NOVENO | ☞ Revisa cuadernos cuando deja tareas | ☞ Planillas como medio de control del trabajo de los estudiantes.<br>☞ Apuntes en agenda, para control de tareas.<br>☞ Carpeta para sacar notas. |

[7] Al final se anexa una matriz aproximada a la forma en que se han recolectado los datos.

TABLA 3. REFLEXIÓN SOBRE LAS RUTAS PEDAGÓGICAS

| | ¿QUÉ ENSEÑO[8]?<br>Cuáles son las acciones que permiten modificar esquemas | ¿CÓMO ENSEÑO?<br>Cómo son mis acciones para modificar esquemas | ¿CON QUE ENSEÑO?<br>Cuales son las herramientas o instrumentos que permiten la modificación de esquemas |
|---|---|---|---|
| APRENDIZAJE (Conocimiento) | ☞ **ANTES**<br>Reproducción de conceptos a partir de ejes temáticos, centrados básicamente en contenidos establecidos por el MEN.<br><br>☞ **ACTUAL**<br>Desde el reconocimiento de las teorías puestas en el proyecto, y las que surgen en el proceso, intentamos fomentar aprendizaje regulado y autónomo, pero las dificultades y deficiencias en el desempeño matemático de los estudiantes hacen que se retomen temáticas consideradas pre-requisitos o conceptos y procesos necesarios para construir nuevos esquemas.<br><br>☞ **DESEABLE**<br>Proporcionar los medios para que el estudiante construya conocimiento autónomo y regulado. | ☞ **ANTES**<br>Instrucciónales y normativas siguiendo un programa basado en contenidos. Caracterizado por mecanismos rutinarios, repetitivos y poco reflexivos.<br><br>☞ **ACTUAL**<br>Algunas caracterizadas como las anteriores y otras encaminadas a darle autonomía al estudiante en su aprendizaje siendo un poco mas reflexivas, pero tienden a ser persuasivas hacia lo que consideramos necesario y útil.<br><br>☞ **DESEABLE**<br>Generadoras de interacción socio-cognitiva que propician aprendizaje autónomo y regulado | ☞ **ANTES**<br>Con representaciones construidas a partir de su experiencia previa en el trabajo de aula tradicional.<br>Diseño de guías que implican el uso de: Calculadora TI 92 Plus, calendario matemático, libros de texto, ejercicios, representaciones simbólicas y gráficas.<br><br>☞ **ACTUAL**<br>Instrumental didáctico (seleccionado), para generar pensamiento multiplicativo en el estudiante reconociendo algunas teorías que lo fundamentan con diferentes representaciones de un mismo objeto matemático.<br><br>☞ **DESEABLE**<br>A través de preguntas orientadoras que medien la construcción socio cognitiva del conocimiento, desde la metodología de resolución de problemas. |
| | **¿QUÉ EVALUO?** | **¿CÓMO EVALUO?** | **¿CON QUÉ EVALUO?** |
| | ☞ **ANTES**<br>*Contenidos*; la capacidad que tiene el estudiante de reproducir lo visto en clase<br><br>☞ **AHORA**<br>*Conceptos*; cómo el estudiante se ha apropiado de las temáticas desarrolladas en clase.<br>*Argumentación*; la capacidad que tiene el estudiante de explicitar las estrategias utilizadas, capacidad de proponer soluciones y cómo las pone en juego en la resolución de un determinado problema.<br>*Cumplimiento*: compromiso en la realización de trabajos, puntualidad (en la entrega de trabajos), responsabilidad.<br>*Compromiso e interés por el trabajo*<br>☞ **DESEABLE**<br>*Procesos*;<br>Proposición de problemas<br>*Interacciones Socio-Cognitivas* | ☞ **ANTES**<br>Comparando lo presentado en clase con lo reproducido por el estudiante mediante pruebas y ejercicios.<br>☞ **AHORA**<br>Clasificando a los estudiantes según sus desempeños en el trabajo propuesto.<br>Delegando al estudiante parte de la evaluación por medio de la Co-evaluación.<br>Analizando los procesos (cognitivos, socio cognitivos, axiológicos y epistemológicos) de desarrollo del estudiante<br>☞ **DESEABLE**<br>Analizando los procesos (cognitivos, socio cognitivos, axiológicos y epistemológicos) de desarrollo del estudiante. | ☞ **ANTES**<br>Cuadernos, tareas, previas, llevando un registro de las valoraciones cuantitativas (planillas)<br>☞ **AHORA**<br>Cuadernos, trabajos en clase, carpetas, participación, proposiciones, trabajo en equipo, reflexión sobre sus dificultades, de las cuales, (al principio del semestre) se llevo un registro cuantitativo de las valoraciones. En el segundo bimestre se incluyeron registros cualitativos, en algunos casos. (anotaciones del desempeño de los estudiantes)<br><br>☞ **DESEABLE**<br>Informes de avances y comprensiones en torno al desarrollo de un proyecto (situación problema) |

## 4.2 DE METACOGNICION DE LOS DOCENTES.

[8] Teniendo en cuenta que el Aprendizaje (según el proyecto) es la modificación incremental de esquemas, asumimos que toda acción cuyo objetivo sea modificar estos esquemas se constituye en enseñanza.

En la reunión realizada el día 26 de junio, a fin de preparar la socialización del segundo informe, se presentó una discusión entre profesores y observadores en donde analizaron las etapas atravesadas en el proyecto (antes, ahora y deseable) surgiendo el reconocimiento explícito de aprendizajes alcanzados por parte de los profesores hasta el momento así:

- Hay objetos matemáticos de naturaleza multiplicativa explicables desde otros mundos posibles (splitting, unidades múltiples, unitización y normación)
- Transformación teórica en la cual aparece una concepción de aprendizaje basada en la comprensión y no en la repetición.
- Estos procesos se deben incorporar desde la primaria e incluso desde el preescolar.
- El éxito no radica sólo en los resultados sino en la reflexión que se hace en torno a ellos.
- Es necesario valorar las construcciones de los estudiantes.(tablas, registros verbales, gráficos) para reconocer los desempeños alcanzados en cuanto control de unidades múltiples.

## 4. 3 REFLEXION EN TORNO A LOS PROCESOS

La actividad educativa experimentada en el transcurso del proyecto ha generado comprensiones confrontadas con la teoría, (puesta en juego en el proyecto y la que ha surgido en el desarrollo de este) frente al aprendizaje de docentes vinculados a éste.

Con respecto al aprendizaje del docente se puede deducir que el objeto sobre el cual modifica sus esquemas es: ¿Cómo generar estrategias para que el estudiante aprenda?. Las herramientas que utiliza para mediar este aprendizaje son :¿Qué enseño?, ¿Cómo lo enseño?, ¿Qué evalúo? Y ¿Cómo lo evalúo?. Éstas se convierten en instrumentos al ser mediados por referentes epistemológicos y didácticos.

Si fijamos la mirada sobre el ¿qué enseña? y el ¿qué evalúa? se han presentado algunas modificaciones en los esquemas representativos en su mundo del "saber". Inicialmente el docente asume que debe lograr la reproducción de ciertos contenidos (regidos por los marcos generales de los programas curriculares), pero debido a la intervención del proyecto, se presenta un cuestionamiento de este presupuesto, generando una transformación hacia la necesidad de desarrollar un bulk de conceptos. Actualmente, en el cuestionamiento del trabajo realizado se presentan unos primeros visos hacia la construcción colectiva de nuevos esquemas y la incrementación de otros.

Con respecto al ¿Cómo lo enseña? y a ¿Cómo lo evalúa?, los esquemas modificados recaen sobre su mundo del "hacer", en el cual, el docente parte del supuesto, que los esquemas pueden ser transferidos e instalados en el estudiante de modo repetitivo y sistemático. Pero en el momento en que reflexiona de manera más conciente, percibe la necesidad de diseñar situaciones que impliquen resolución de problemas micro, cuya intencionalidad es que el estudiante se apropie de conceptos. Estos acuerdos surgieron a partir de la discusión con sus pares académicos, reuniones de área, referentes epistemológicos y didácticos; lo cual evidencia que es necesario desarrollar aprendizaje autónomo y regulado. Entonces se empieza a observar la importancia de trabajar por proyectos y cómo las disposiciones curriculares de la institución impiden este tipo de trabajo

La reflexión en torno a los procesos en el aula descansa sobre los tres ejes del proyecto, que se sintetiza en la siguiente matriz. Esta reflexión se hizo al culminar el desarrollo del proyecto o tiempo acordado con el IDEP, porque en realidad, el proyecto aún está en marcha y se propone continuarlo para el año siguiente. Esta reflexión es a su vez la interpretación de los desempeños alcanzados por maestros y estudiantes, por grados.

# 5. LOGROS ALCANZADOS

## 5.1 GRADO SEXTO. PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO

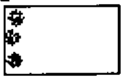
### FORMACIÓN DE UNIDADES

1. Reconocimiento de la unidad en diferentes contextos.
   - Continuo (Ej.): Dado el tangram, reconoce el triangulo pequeño como unidad de área.
   - Discreto (Ej.): Reconocimiento de los granos como elementos para construir unidades cuya numerosidad es mayor que uno.

2. Generalización de la forma de controlar la igualdad de una unidad, utilizando la forma y aplicándola de manera recurrente.
   - (Ej.) Utilización de la huella del dedo índice como unidad para cubrir la superficie de una hoja.

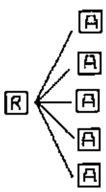
3. Comparación de unidades múltiples.

a. Re-cubrimiento de una hoja con diferentes unidades no estándar(Granos, triángulos, cuadrados, huellas)



b. Relacionando una unidad construida a partir de cierto patrón, con la unidad base.

(Ej.): Un cuadrado rosado es igual a cinco cuadrados azules; un cuadrado naranja es igual a cinco rosados...




c. Compara diferentes unidades estableciendo relaciones entre ellas.

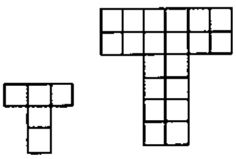
(Ej.): Regletas de Cussinaire; Una regleta amarilla es igual a una roja más una verde.

| amarilla | |
|---|---|
| verde | rojo |

4. Construcción de nuevas unidades a partir de las anteriores.

   a. Aplicando Splitting.

   b. Aplicando proporciones (Doble, Triple)



c. Relaciones entre unidades múltiples.

(Ej.): Sistemas de empaques

6 Bombillos--------- 1 caja pequeña

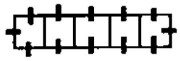
8 cajas pequeñas-----1 caja mediana

### *CONTROL DE UNIDADES PARA RESOLVER UN PROBLEMA*

1. Contar uno a uno, señalando o manipulando el objeto.

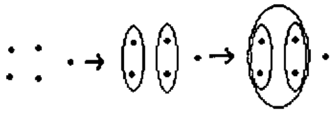
**a.** (Ej.): Señalando el grano haciendo la correspondencia numérica para asignar el total "Secuencia numérica inicial".

**b.** Marcando y contando los lados para determinar el perímetro.

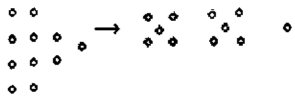


2. Encapsulación en laque un cierto número de ítem sueltos, se agrupan en un solo paquete y así se operan y controlan hasta agotar la colección inicial.

**a.** (Ej.):



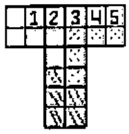
**b.** (Ej.):



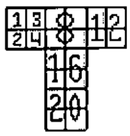
3. Contar una unidad más compleja, tomando un patrón:

**a.** Cuenta uno a uno para construir un patrón que se corrobora constantemente ante a lo largo de la situación.

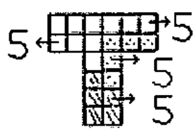
(Ej.): Contar los cuadros que forman las fichas del pentominó para luego sumarlos y obtener "cinco como cardinal de ese conteo"




**b.** Cuenta una vez uno a uno para luego construir un patrón con forma rectangular que permita construir una unidad múltiple. "Unidad múltiple experencial"




**c.** Contando la cantidad de fichas del pentominó que conforman la figura y luego sumando la cantidad de ellas haciendo corresponder a cada ficha el cinco (5)



Reconociendo las diferentes actividades se puntualiza en los instrumentos físicos y simbólicos que permitieron una intencionalidad en el desarrollo del trabajo. (La flecha que aparece en el cuadro corresponde al proceso que se siguió en el desarrollo de la actividad)

## MEDIACIÓN INTRUMENTAL

<table>
<tr><th>FÍSICA</th><th>SIMBÓLICA</th></tr>
<tr><td>El estudiante a partir de granos, tiza, esquemas de conteo; realiza agrupaciones de distinto orden, creando nuevas unidades que le permitan construir sistemas de numeración.<br></td><td>Continua con la búsqueda de representaciones simbólicas a través de texto, gráficos y el uso de la estructura aditiva y multiplicativa.<br>Evidencias de este tipo de instrumental se muestran a continuación:<br><br>15 elementos es igual a 7 grupos de dos elementos y sobra un elemento.<br><br>15 = 7g x 2e + 1e<br>=3gx2gx2e+1gx2e+1e<br>=1gx2gx2gx2e+1gx2gx2e+1e<br>
<table>
<tr><th>Paso</th><th>1g2g2g2e</th><th>1g2g2e</th><th>g de 2 e</th><th>elementos</th></tr>
<tr><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>15</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td></td><td>7</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3</td><td></td><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td>Se construyen cuadrados de diferente tamaño asignándoles un valor posicional con colores distintos según el tamaño.<br>Se crea un sistema de intercambio de fichas entre los estudiantes tratando que reconozcan las características de cada<br>Unidad, representando diferentes números a través de un número mínimo de fichas.<br>Para la construcción de las fichas los estudiantes usaron tijera, regla, lápiz.</td><td>El profesor a partir de una situación problema el sistema de valor posicional base cinco (que involucra el conteo de un país imaginario)<br>Se pretende que los estudiantes reafirmen conceptos de valor posicional, manejo y cambio de bases.<br>estudiante utiliza como herramienta; gráficos, palabras, símbolos y discusiones presentadas intentando dar respuestas a las preguntas planteadas.</td></tr>
<tr><td>El estudiante construye cuadrados de un mismo tamaño para recubrir una superficie, teniendo como finalidad del docente la construcción de las fichas del pentominó.<br>Para ello se utiliza cartulina, tijeras, lápiz, tablero, escuadras, hojas blancas; aplicando teselaciones a los cuadrados desarrollando; disposiciones espaciales y procesos de medición.<br><br>Realizando construcciones usando el empalme de figuras, ampliándolas y tomándolos como unidad de área, a partir de cuadrados de diferente tamaño, utilizando cuadricula, hojas blancas y papel periódico.</td><td>Se trabaja con proporciones a través de:<ul><li>Las figuras construidas, realizando a partir de la figura original, duplicaciones, triplicaciones del,perímetro, y comparaciones del área y el perímetro.</li><li>Las magnitudes y descomponiéndolas en factores, observando diferencias, similitudes y regularidades entre la figura original y sus ampliaciones.</li></ul></td></tr>
</table>

## 5.2 GRADO SÉPTIMO

| PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO | MEDIACIÓN INSTRUMENTAL | | RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS | |
|---|---|---|---|---|
| | FISICA | SIMBOLICO | PROFESOR | ESTUDIANTE |
| En el diseño del proyecto se esperaba desarrollar el pensamiento multiplicativo del niño, en el dominio de las unidades similares por forma para resolver problemas de fracciones desde lo discreto y lo continuo.<br>Las estrategias usadas por los niños en la solución de situaciones planteadas nos permitió observar lo siguiente:<br>Se evidencia la estructura multiplicativa simple cuando se quería responder a la pregunta - qué es un medio de un cuarto –presentándose un cambio de unidad<br> $\rightarrow \frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ de la chocolatina<br> $\rightarrow \frac{1}{8}$ dividen cada cuarto en la mitad para llegar a que se comen $\frac{1}{8}$.<br>Otras evidencias muestran características de manera numérica explícitamente anidada, porque considera la mitad de la unidad como el 50%, (es decir 0,50), luego explicita la décimas contenidas en la otra media unidad donde se puede iterar cinco veces el décimo para luego iterar nuevos decimos e implícitamente dentro de uno de ellos hay 10 partes más pequeñas que el estudiante en este momento no alcanza a evidenciar | Se diseñó una guía de trabajo orientado al desarrollo del pensamiento multiplicativo del niño.<br>Se creó un diseño de dos pistas de carros circulares cuyos radios están en una relación de 1 : 2 .<br>La programación de la animación permitía al niño registrar las variaciones del tiempo, la distancia en cuadros para relacionar esos resultados.<br>Lástima que esta actividad no pudo llevarse a feliz término por problemas logísticos. Otro problema es la saturación de las calculadoras o el mal manejo de los estudiantes porque el programa desaparecía de las calculadoras teniendo que instalarlo nuevamente. | El lenguaje es el instrumento psicológico de primer orden que ocupa un lugar de privilegio en el esquema de desarrollo del pensamiento del niño, es la afirmación de Luis Moreno. Al poner una idea en discusión, argumentarla y defenderla le permite al niño perfeccionarla e interiorizarla organizando sus propias ideas. Este lenguaje interiorizado se convierte en una herramienta intelectual, un instrumento de planificación de las actividades mentales.<br>Los niños ante una situación problema aportan puntos de vista, estrategia diversas e, incluso diferentes respuestas. Ante esta variedad de opciones el niño entra en conflicto frente a sus compañeros y frente a si mismo pues empieza a dudar de sus propias respuestas. | Entre las ganancias de la maestra se puede citar: Permitir al niño usar sus preconceptos,llevarlo a dudar de sus propios conceptos, a no validar sus avances hasta lograr que sea el grupo el que dé ésta. Usar los errores y dificultades de los niños para diseñar nuevas situaciones, rompiendo seriamente con el currículo de grado séptimo. Se perdió el poder de la nota, el chantaje de la previa. La evaluación era permanente de registros diarios de los aportes y participaciones en las discusiones de la clase. Aunque hacía registros negativos de charla en clase, éstos nunca se tuvieron en cuenta cuando tenía que dar el informe del período académico. | Se observó la transformación del niño pasivo, receptivo , al del niño participativo y generador de su propio conocimiento. El proceso fué doloroso y lento para el niño especialmente, el tener que organizar ideas, evocar conceptos, no eran acciones habituales en ellos; además de tener que dominar un grupo difícil e implacable cuando decían errores provocaba reticencia y temor para muchos de ellos. Otro escollo que tuvieron que superar fué el de la falta de validación de parte de la maestra, para ellos era frustrante el que su maestra no les dijera si iban por buen camino o si lo que habían hecho estaba bien o no. Se sentían solos y en pisos movedizos cuando en lugar de una aprobación recibían una contra-pregunta que los hacía dudar de lo que estaban afirmando. |

## 5.3 GRADO OCTAVO.

| PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO | |
|---|---|
| **Formación de Unidades** | **Control de unidades para resolver problemas con fracciones** |
| Creación de unidades iterativas | -Creación de la unidad<br>- La unidad se formó a partir de la comparación de objetos metálicos de diferentes tamaños en forma proporcional, clasificándolos, a partir de una unidad (uno), con la cual construyen otra unidad iterativa.<br>La unidad de medida del líquido es creada por los estudiantes (unidad arbitraria). La medición no fue rigurosa, luego con mayor precisión.<br><br>Registro de datos de medición de volumen de tornillos. |
| Unidades similares por forma para resolver problemas con fracciones<br><br>Unidades iterables (Inclusión de unidades dentro de otra) | Con base en U (unidad de referencia) fraccionan la unidad en tantas partes como tornillos sumergidos.<br><br>Suma de unidades fraccionadas.<br>Uso de la fracción como operador. Evidencia de un esquema anticipatorio sobre el uso de la fracción al iterar. |
| Unidades similares por forma (pueden ser discretas o continuas) con diferente medida continua o discreta) en procesos de medida iterativos pero finitos | -Comparación de magnitudes<br>- uso de la fracción como razón.<br>-Comparación de volúmenes (relación con la masa)<br>-Intercolección.<br>-Relación entre las masas de igual volumen y relación entre los volúmenes de igual masa. |
| Unidad similar por forma y medida en procesos iterativos de medida. | -Determinar la parte del volumen que flota de un cuerpo a partir de la densidad del líquido y de la densidad del objeto que esta sumergido.<br>- Se uso la razón entre las densidades (cuerpo y líquido) como operador del volumen como unidad para calcular el volumen del cuerpo sumergido.<br>Establecer el volumen sumergido y el volumen que flota como fracciones de la unidad. |

| MEDIACIÓN INSTRUMENTAL | |
|---|---|
| **FÍSICA** | **SIMBÓLICA** |
| Experimentación de propiedades de los líquidos<br><br>A partir de una situación experiencial, el alumno debe determinar el volumen de los tornillos con base en la unidad de medida creada. Se sumergen los tornillos hasta conseguir que el desplazamiento del agua coincida con una U dentro de la escala.<br>Utilización de la escala | Creación de una escala de acuerdo al tamaño del tornillo.<br><br>La escala como patrón de medida del volumen de los tornillos.<br><br>Representación gráfica El desplazamiento de un grupo de tornillos se representa como una U (unidad de medida |
| Sumergen los tonillos y observan el desplazamiento del líquido. | Representación gráfica de cada U fraccionada según el número de tornillos.<br><br>1U= 5/5 y un tornillo desplaza 4/5 de U. |

| | |
|---|---|
| | 4U=20/5 y un tornillo desplaza 4/20 de 4U. |
| Elaboración de objetos de diferente material con el mismo volumen.<br>Medición y comparación de volúmenes. por desplazamiento del líquido<br>Medición de masa (uso de balanza) | Sistematización de datos mediante una tabla. Material-Volumen-Masa<br><br>Uso del triángulo de Pascal (se usa para establecer razones entre 3 magnitudes) |
| Experimentación: Presentación de cada uno de los modelos , se midió el volumen total y la parte que flota. | Determinan la densidad del cuerpo con relación a la densidad del líquido. |

| RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS | |
|---|---|
| **PROFESOR** | **ALUMNO** |
| **Preguntas incitadoras:**<br>Narren experiencias con líquidos: por qué se produce la flotación, por qué nos hundimos en una piscina,<br><br>**Enunciados que proponen indgación**<br><br>Revisemos las oropiedades de los fluidos, principio de Arquímedes, flotación de los cuerpos. | Preguntas: ¿Por qué sentimos que pesamos menos en el agua?<br>¿ Porqué cuando colocamos un cuerpo de igual volumen pero de diferente forma en unos casos se hunde y en otros no?<br>Enunciado: Los cuerpos flotan de acuerdo a su peso. |
| Formulación de preguntas:<br>¿Cómo determinar el volumen de los tornillos? ( o de objetos de forma irregular).<br>Cómo se clasifica el tamaño del tornillo.<br>Formulación de enunciados .<br>Conozcamos la historia de la corona de Arquímedes | ¿Existen formulas?<br>¿Cómo medimos el agua?<br>Enunciado: Podemos medir el largo, y el resto cómo?<br>Propuesta de medición de longitud y diámetro por separado, para sumar partes.<br>Con un solo tornillo no se nota suficiente desplazamiento para marcar.<br>Las vasijas son muy anchas y hay demasiada agua.<br>Toca medir de a dos, tres, cuatro tornillos a la vez. |
| ¿Qué parte del líquido se desplaza con respecto a 1U?<br><br>¿Qué parte del líquido desplaza un tornillo con respecto a las 4U? | Propuesta: dividir los cinco tornillos en las cuatro unidades. Dividir las cuatro unidades entre los cinco tornillos, subdividir cada fracción de la unidad entre el número de tornillos.<br>Gráficamente superponer líneas de unidades con respecto a líquido que desplaza cada tornillo. |
| ¿Por qué si los cuerpos son igual volumen tienen diferente peso?<br>¿Cómo establecemos la densidad de cada uno de los materiales?<br>¿Se pueden comparar la densidad de los materiales entre si? | El material de unos objetos es más compacto que el de otros, porque sus moléculas están más juntas, unos son más densos que otros.<br>Comparación de objetos más pesados y livianos con igual volumen.<br>Propuesta: Dividir la masa entre el volumen (recurren a la operación), dividir volumen entre masa. |
| Construyan un cuerpo de determinado volumen que floten hasta la mitad.<br><br>¿Qué características debe tener el material para lograr esta condición? | Argumentación a partir de criterios reales: Hay cuerpos que flotan más que otros a pesar de tener igual volumen porque son más densos.<br>El material debe ser menos denso que el líquido, Se puede hacer que el objeto tenga igual volumen pero diferente forma, debe haber mas cantidad de agua, para que el objeto<br><br>logre este estado, aplanar los objetos. Si hay mas área sobre la superficie del líquido entonces existe mayor empuje. Una manzana fresca es más densa que una manzana añeja. Esta pierde volumen, entonces pierde peso. ¿Queda con la misma densidad? |

## 5.4 GRADO NOVENO

| Pensamiento multiplicativo | | Mediación Instrumental | | Resolución de Problemas | |
|---|---|---|---|---|---|
| Formación de Unidades[9] | Control de unidades para resolver problemas con fracciones | Física | Simbólica | Profesor | Estudiante |
| 1. Creación de una unidad arbitraria y construcción de instrumento de medida | Señalar las elongaciones de un resorte al que se le suspende una masa en el aire y luego se introduce en el agua | Laboratorio de Física (caja mecánica)<br>Unidad de medida creada por los estudiantes. | Raya de diferente color para señalar la elongación del resorte, dependiendo de si la masa estaba en el aire o en el agua. | Formula el siguiente problema experimento: ¿Qué relación existe entre la masa suspendida de un resorte y su elongación. Se percibe algún cambio si la masa es sumergida en agua?. | Expresó la predicción del experimento.<br>Sugirieron recursos para el registro de las elongaciones. Al notar que una hoja suspendida en el aire sobre la que se harían las marcaciones no era una buena opción, propusieron un perfeccionamiento: Cinta de enmascarar sobre una tabla de madera.<br>***Preguntas que resuelve el estudiante:***<br>• ¿Qué tareas están propuestas en el problema a trabajar? |
| | Definición de la unidad de medida no estándar | Tapa de esferográfico<br>Arete<br>Cinta de enmascarar<br>Cinta de papel<br>Grosor del lápiz | Cinta de papel cuyo ancho correspondía a la distancia entre las dos rayas de diferente color (una raya señalaba la elongación en el aire y la otra en el agua) | *Preguntas formuladas para direccionar la solución del problema:*<br>¿Cuál es la diferencia entre medida y medición?<br>¿Cómo hacer los registros de la elongación para cada una de las masas. | ***Preguntas formuladas por los estudiantes:***<br>• ¿Con qué mido?<br>• ¿Cómo mido?<br>• ¿Cualquier cosa me sirve para medir?<br>Se escucharon frases como la siguiente: "La unidad de medida que escogimos es la longitud entre 6 de agua y 5 de aire" |
| | Construcción del instrumento de medida. | Instrumento de medida (cinta graduada con la unidad arbitraria) | Concepto de cinta métrica tomado como referencia<br>Unidad de medida como instrumento cognitivo que permite medir | ***Preguntas formuladas para direccionar la solución del problema:***<br>• ¿Ustedes tiene tan buena precisión al colocar la unidad exactamente a continuación de la otra?<br>Sugirió la elaboración del instrumento de medida | Los estudiantes querían hacer las mediciones colocando la unidad de medida por repetición.<br>***Preguntas formuladas por los estudiantes:***<br>• Es decir que vamos a hacer como un metro?<br>• ¿No me da exacto qué hago? |
| 2. Splitting | Construcción de unidades continuas a partir de las divisiones sucesivas de la unidad discreta | Instrumento de medida (cinta graduada con la unidad arbitraria) | Aparece la fracción como mediador para enumerar correctamente la partición de la unidad de medida elegida.<br>Asignación de valor numérico a cada partición | ***Direccionamiento de la solución del problema:***<br>Note que las marcaciones hechas sobre la cinta de enmascarar no coinciden sobre las unidades de instrumento de medida | ***Preguntas formuladas por los estudiantes:***<br>• No me da exacto ¿Qué hago?<br>Para dar respuesta a esta pregunta algunos optaron por hacer splitting en la unidad discreta, y otros, le hacen particiones a la misma[10]. |
| 3. Unidades similares por forma (con diferente medida) en procesos de medida iterativos. | Utilización del instrumento de medida para medir los registros de la cinta utilizada en el laboratorio, para señalar las elongaciones de un resorte al cual se le suspendida una masa en el aire y luego en el agua | Instrumento de medida creado por los estudiantes | Formas de representación de la forma a/b, ejemplo: ½,1/4,1/5,1/8 | ***Preguntas formuladas para direccionar la solución del problema:***<br>¿Al efectuar mediciones con su instrumento de medida Usted puede hacer medicines exactas? | De os estudiantes se escucharon frases como: " con la unidad de medida, no nos da una medida exacta, entonces la dividimos en 4 partes iguales, ahora hay una probabilidad de un 100%. |
| | Representación tabular | Tabla de registro de datos | Representación tabular como | ***Direccionamiento*** | ***Preguntas formuladas por los*** |

[9] Formación de unidades a partir de relaciones proporcionales entre conjuntos.

[10] Algunos grupos realizaron particiones no congruentes y además no fueron rigurosos (exactos) a la hora de asignar un valor numérico a dichas particiones.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Unidades similares por forma (con diferente medida) en procesos de medida iterativos. | como sistematización de las mediciones realizadas con el instrumento de medida.<br><br>Representación tabular como sistematización de las mediciones realizadas con el instrumento de medida. | Instrumentos de medida<br>Papel blanco<br>Papel milimetrado<br>Regla<br>Calculadora<br><br>Tabla de registro de datos<br>Instrumentos de medida<br>Papel blanco<br>Papel milimetrado<br>Regla<br>Calculadora | instrumento que permite hallar la razón de cambio<br><br>Asignación de valor numérico a la medición<br><br>Isomorfismos de medida en el mismo espacio y entre espacios de medida<br><br>Datos de las tablas y relaciones entre ellos<br><br>Relaciones entre $\Delta$ m y $\Delta$ x<br><br>Traducción entre formas de representación (de un texto plano a una tabla) | • Organice sus datos: masa suspendida y elongación en dos tablas (una para elongación en el aire y otra para el agua). Esta actividad fue dejada como tarea.<br><br>Dado que los estudiantes no cumplieron con la realización de la tarea, el profesor propone la forma de hacer la tabla.<br><br>***Preguntas formuladas para direccionar la solución del problema:***<br>• ¿Por qué las diferencias entre los resultados de las medidas para las elongaciones, registrados en la tabla 1 y en la 2?<br>• ¿Existe alguna regularidad entre la masa y el desplazamiento en el aire?.<br>***Direccionamiento:***<br>• Analice los datos de la tabla en sentido horizontal y en sentido vertical.<br>• Usted puede sumarlos, restarlos o hacer alguna otra operación.<br>***Preguntas formuladas para direccionar la solución del problema:***<br>• ¿Qué regularidad encontró?<br>• ¿Existe algún valor constante en el incremento de los datos?<br>• ¿Cuál es la constante de proporcionalidad?<br>*Pregunta de indagación:*<br>• ¿Al graficar estos datos en el plano cartesiano, qué tipo de gráfica obtendrían? | *estudiantes:*<br>¿No entendemos cómo hacer la representación tabular?.<br><br>Es estudiante se limita a seguir instrucciones.<br><br>El estudiante explica que las elongaciones son menores cuando la masa está en el agua debido al empuje.<br><br>Los estudiantes siguieron las indicaciones y encontraron que el incremento en la variación de los desplazamientos entre dos datos consecutivos eran valores muy parecidos.<br>Los estudiantes en la clase de tecnología habían hecho búsquedas en Internet sobre la ley de Hooke. Entonces, algunos estudiantes pudieron transponer la información adquirida en la determinación de la constante de proporcionalidad. |
| 4. Splitting por similaridad | Creación de escala de los ejes coordenados | Cinta de registro de los datos tomados en el laboratorio<br>Hojas | Plano cartesiano<br>Tabla de datos | El profesor recapituló del recuerdo de los estudiantes la concepción de plano cartesiano. | La mayoría de los estudiantes recuerdan en concepto de plano artesiana y manifiestan situaciones en las cuales lo han empleado |
| | Ubicación de los datos de masa en eje coordenado y de forma discreta y continua | Hojas<br>Instrumentos de medida | Construcción de la unidad de medida por reducción escala | El profesor supervisa la realización de la actividad | La mayoría de estudiantes no presenta dificultad a la hora de ubicar los datos de las masas en eje coordenado Y. |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | Normación | Instrumentos de medida | Uso de la unidad de medida y a partir de ella creación de una nueva unidad de medida (a escala) | El profesor emite frases de aprobación: Van bien, interesante | *Ejecuciones de los estudiantes*: Algunos estudiantes tomaron la cinta de registro de los datos de laboratorio, notaron que al dividirla por la mitad podrían hacer una conversión de escala a la mitad |
| | Ubicación de los datos de la elongación. Ubicar el valor medio y cada nueva mitad dividirla nuevamente. | Hojas<br>Instrumentos de medida | Proceso de secuencia numérica asociando, asociando un valor numérico a una distancia | ***Direccionamiento:***<br>• El profesor sugiere: coloque el mayor valor al final de la semirrecta. A partir de ese dato, ubique los demás.<br>• Revise la escala de las elongaciones | Algunos trabajan splitting (tres grupos).<br>Otros trabajan la ubicación de los datos de forma discreta, mas no proporcional (1,2,...70).<br>Otros ubicaron indiscriminadamente los datos en la semirrecta sin tener en cuenta la sugerencia del profesor. |
| 5.Control de relaciones entre conjuntos posibles de ser vistos como colecciones de unidades continuas de igual tamaño (intracolección), pero de tamaños diferentes (intercolección)<br><br>Control de relaciones entre conjuntos posibles de ser vistos como colecciones de unidades continuas de igual tamaño (intracolección), pero de tamaños diferentes (intercolección) | Ubicación de pares coordenados (x,m) | Hojas<br><br>Instrumentos de medida<br><br>Instrumentos de medida<br>Calculadora<br>Internet | Relación entre espacios de medida y unidad de medida<br><br>Relaciones entre $\Delta$ m y $\Delta$ x | ***Preguntas de direccionamiento:***<br>¿Qué gráfica resulta al unir los pares coordenados?[11]<br>***Preguntas de indagación:***<br>• ¿Cómo van a hacer esa recta?<br>• ¿Seguros que tomaron medidas exactas a la hora de registrar los datos en la tabla?<br>• ¿Cómo utilizó la numeración en el eje de las X?<br><br>***Preguntas instructivas:***<br>• ¿Cuáles son las coordenadas del punto 2?<br>El profesor hace notar a los estudiantes cuál fue la razón por la que no obtuvieron una recta y les propone repetir la actividad.<br>Fue necesario repetir el proceso desde la creación de unidades continuas a partir de divisiones sucesivas de la unidad discreta hasta la ubicación de los pares coordenados, es decir, ítem 2,3,4 de formación de unidades. | ***Ejecuciones de los estudiantes:***<br>No le resulta una grafica conocida[12]<br><br>***Preguntas que formula el estudiante?***<br>• ¿Qué quiere decir medición exacta?<br>• ¿Está bien?<br>• ¿Qué quiere decir con medir todo bien? |
| | Construcción de la gráfica y cálculo de la constante de proporcionalidad | Internet<br><br>Calculadora<br><br>Hojas de papel | Relaciones entre $\Delta$ m y $\Delta$ x<br><br>Transposición de conocimientos (La pendiente corresponde a la constante de elasticidad) | ***Preguntas instructivas:***<br>• ¿Qué pasa cuando se deja quieto el lado X y se varía el lado Y?<br>• ¿Qué pasa cuando X es igual a Y?<br>• ¿Qué pasa Y es constante y X es el doble, el triple.....? | Los estudiantes dieron respuesta a las siguientes preguntas:<br>• ¿Relación hay entre la Ley de Hooke y el trabajo realizado en la clase de matemáticas y tecnología en las últimas semanas ?<br>• ¿Qué significado tiene la palabra proporcionalidad y qué quiere decir que dos magnitudes sean directamente proporcionales? |

[11] El profesor al revisar las gráficas nota incoherencia en el manejo de la escala del eje X (elongación), entonces formula algunas preguntas de indagación y otras instructivas.

[12] El estudiante presentó dificultad en la creación de la escala porque no anticipó la construcción de la próxima unidad, un uno más y la interpretación de la unidad precedente.

## 6. NUESTRO SENTIR DENTRO DEL PROYECTO. NOTAS DE CADA MAESTRO PARTICIPANTE.

### GLORIA INES VERGEL OSORIO - MATEMÁTICAS GRADO 6°

En el desarrollo del proyecto en nuestro grupo grado 6° , hemos tenido varios momentos que de una u otra forma han influido en todo el proyecto. Al iniciar el trabajo, el equipo tenia dos profesores de matemáticas, en la actualidad estoy solo yo, en tecnología esta la profesora Elsa Miguez, dos observadores que siempre han estado y cinco practicantes de la Universidad Distrital, que este año solo son dos y se han cambiado cada semestre. Esto para el proyecto se ha visto reflejado en la gestión y puesta en marcha de las actividades. No puede ser igual la apropiación de las personas con las que se construyó a aquellos que la llegaron sobre la marcha. Algunos de estos cambios estuvieron dados también por medidas que se vieron influenciadas en la institución por las políticas que asumió la Secretaría de Educación.

Pensando en las temáticas que se querían abordar ese semestre (Segundo semestre del 2002) como fracciones y rango en las operaciones, planteamos construir una biblioteca integrando tecnología, geometría y aritmética. En este primer ejercicio se construyeron algunas guías y algunos elementos que sirvieron a nuestro marco teórico. Debido a las dificultades para reunirnos con tecnología casi se comentaba y se planeaba desde matemáticas y la profesora pensaba en tecnología qué elementos se trabajarían.

Cuando se hizo la planeación ya para iniciar el trabajo de este año pensé que era mejor abordar los números enteros, esta decisión está influenciada en el interés de reforzar todo el trabajo de numero naturales que se hace en primaria pero desde una temática relativamente nueva y que permita en séptimo concentrar todo el trabajo en racionales, y el proyecto se enfocaría entonces en la construcción de un banco ficticio. Pero al reunirnos este año tratando de hacer en forma correcta una integración entre las asignaturas no acercamos mas a lo que se acostumbraba trabajar en el área de tecnología y era la construcción de un juguete que aplicara máquinas simples, este nuevo cambio se hizo para facilitar un poco las cosas con tecnología y porque me parece más interesante y mas práctico el trabajo para el estudiante de este nivel. Pero los contenidos matemáticos que quería abordar seguían presentes, es decir el tema de los enteros me parecía muy posible. El problema ahora estaba en qué tan factible era para nosotros hacer una matemática aplicada a este proyecto de "Construcción de un espacio Lúdico". Así cada uno planteó las temáticas a trabajar y buscamos punto de encuentro y tratamos de ver quá apoyaría cada materia en la construcción del objeto de trabajo.
Ya en este momento teníamos reuniones fijas de trabajo de todo el equipo y además algunas lecturas que nos habían sido sugeridas a lo largo del proceso por el asesor y que nos permitirían la apropiación de elementos para trabajar los tres ejes transversales: Pensamiento multiplicativo, resolución de problemas y mediación instrumental. Pero en realidad, en vez de tener mas claridad teníamos mas confusiones, pero esto nos permitía determinar ya con claridad que elementos se querían aplicar pero que en realidad no se manejaban lo suficiente. Esto empieza a generar discusiones (Charlas) en el equipo de trabajo, como también con los otros compañeros del proyecto de los otros grados, así mismo charlas del asesor y un trabajo que se tornó muy interesante como fue el discutir cada una de las lecturas en la reunión de área dándola a cargo de

un grupo como moderador de la charla, de todas maneras se presenta mucha dificultad en el tiempo de trabajo porque son muy cortos y siempre existen otras tensiones generadas desde la institución o desde el propio quehacer del aula.

Pero así como las cosas se mostraban complejas desde los tres ejes articulares del proyecto, también se presentaban dificultades en la integración de las dos asignaturas por diversas razones: Guiarnos por lo que acostumbraba trabajar, independencia en la forma de trabajo, dificultad de ver cómo hacer dicha integración, entre otros elementos, y también se presentaban dificultades con los padres que decían que no se avanzaba nada, que no se estaba explicando realmente matemáticas que faltaban muchas cosas importante que se ven en sexto.

Ya refiriéndonos a la puesta en acción puedo ver que cuando se planteó el tema de sistema de numeración se empezó trabajando dos sistemas de numeración antigua tratando de sintetizar de los libros a partir de la lectura del estudiante y llevándolos a concluir como se maneja las unidades de diferente orden y las características que generan dicha numeración.

Hasta aquí no era claro que se estuviera aplicando pensamiento multiplicativo, se empiezan a presentar discusiones en el grupo y ésto da como resultado la planeación de algunas actividades que tuvieran que ver con agrupaciones y con el splitting. Es así como a partir de una actividad guiada por medio de preguntas y órdenes, los alumnos empiezan a construir diferentes tipos de agrupaciones, lo hacen primero a partir de la manipulación de granos y uniéndolos con tiza, luego en palabras representan el proceso y el resultado de cada acción.

Luego a partir de la propuesta del profesor de tratar de sintetizar el trabajo se llegan a algunas formulaciones por parte de los alumnos, que en consenso se van puliendo. En este momento la participación de los alumnos es un poco más libre y dinámica y el profesor esta participando en este proceso no diciendo ni afirmando sino cuestionando o guiando la discusión.

Se llego por ejemplo a:

15 granos se pueden representar como
Representación grafica:

15e = 1g 2g 2g 2e + 1g 2g 2e + 1g 2e + 1e

$$\begin{array}{llll}
15e & \underline{|2e} & & \\
1e & 7g\ \underline{|2g} & & \\
 & 1g & 3g\ \underline{|2g} & \\
 & & 1g & 1g \qquad \Rightarrow \quad 1\,1\,1\,1_2
\end{array}$$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| paso | g2g 2g | g2g 2e | g 2e | e |

| | 2e | | | |
|---|---|---|---|---|
| 1 | | | | 15 |
| 2 | | | 7 | 1 |
| 3 | | 3 | 1 | 1 |
| 4 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 1 & 1_2 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$$

Luego se cambia el trabajo a otras bases porque se estaba viendo como mecánico el proceso, esto permitió que se presentaran algunas aclaraciones y observar con mas claridad las diferentes unidades que se han ido construyendo a partir de una unidad anterior. Después se plantea otros contextos diferentes para determinar la apropiación por parte del estudiante como fueron:

- Problemas de empaques en los que se quería presentar una situación en que las agrupaciones no fueran siempre de la misma clase y que a partir de un texto se hicieran algunas interpretaciones del problema, aquí se observan muchas dificultades porque la interpretación que realiza el estudiante no siempre era la adecuada y se tuvo que llegar a muchas discusiones de grupo para que todos partiéramos del mismo ejercicio con la misma claridad y apropiación.

- Trabajo de quintillas que se quiso presentar como un problema que nos permitiera evaluar cual había sido la apropiación del trabajo hecho anteriormente, y aunque se vieron muchas dificultades en lo que se refiere a sistema posicional también se mostró un gran interés de los estudiantes y se pudo dar claridad a muchos elementos.

De estas dos actividades hay anexos que las explican claramente.

En la parte que corresponde a evaluación se puede señalar que la forma rigurosa o momentánea con que se evaluaba antes fue cambiada a un proceso continuo donde el estudiante participaba dinámicamente en su evaluación y la de sus compañeros al dar un juicio de valoración de acuerdo a lo realizado o sustentado. También se puede señalar que la critica formo parte activa de todo el trabajo y que en muy pocas ocasiones el profesor tuvo que llegar a dar su júicio de valoración.

En este momento veo que ha sido un proceso extenso el que se ha desarrollado no abordando una temática sino integrando muchos elementos que permiten mejorar los desempeños en los estudiantes, porque se partió de un estudiante callado que esperaba solamente instrucciones del profesor a un estudiante que participaba activamente, que ponía en juego sus ideas y que era capaz de discutir las de sus compañeros, también se ve un cambio interesante que hace parte de un proceso todavía en el que el estudiante hace interpretaciones de un problema y lo aborda desde unas posibilidades que considera viables.

Aunque se han ganando muchas cosas en el conocimiento del pensamiento multiplicativo creo que esa falta de claridad al inicio, como una línea de trabajo o visión de lo que se quiere construir hizo que se perdiera tiempo y energía en algunas partes de la actividad como también en la secuencia de ellas.

En la resolución de problemas creo que todo es ganancia porque esta metodología de trabajo permite un mayor análisis argumentación y proporción por parte del estudiante, puede creerse que el proceso es lento pero es mas fundamentado y las huellas son mas profundas. Aunque esta forma de trabajo debe entrar a romper esquemas que tanto el estudiante como el profesor pueden traer. Creo que nos hemos enriquecido con los diferentes elementos aunque es claro que este es un proceso que está iniciando, como también el de trabajar con elementos desde lo físico o lo simbólico que antes no teníamos en cuenta o que no valorábamos en su potencial. Hemos visto que el proceso organizado desde el juego manipulando elementos puede potenciar muchos objetos matemáticos que nosotros podemos después retomar en algo que llamamos institucionalización.

Espero que este proceso se continué porque los resultados no son muy palpables en tan poco tiempo y creo que debe ser un compromiso que nosotros los profesores de matemáticas para hacer de nuestra materia una asignatura interesante más aplicada y más cercana a nuestros estudiantes.

## GANÉ EN LA OBSERVACIÓN A MIS ALUMNOS. ELSA MIGUEZ TECNOLOGÍA. GRADO SEXTO

Decidí participar en la investigación sobre El desarrollo de pensamiento multiplicativo haciendo uso de la resolución de problemas mediada por instrumentos didácticos y atendiendo a :

- Que durante los 28 años que llevo como docente, siempre me he caracterizado por mi deseo de superación pedagógica, por el como mejorar mi papel dentro del aula y trascender en mis alumnos.
- Mantener una actitud positiva y participar activamente en las diferentes actividades y proyectos de la institución
- Cumplimiento en los deberes que demanda mi trabajo
- Estar en continua capacitación e indagar con mis compañeros sobre conceptos, estrategias, actividades que pudiera implementar en el área que me fue asignada cual es la de Tecnología y de la cual no tenía la mas mínima formación, ya que soy licenciada en Ciencias Sociales y me especialice en Informática.

Cuando escuché la propuesta que en el departamento se proponía, levanté la mano sin vacilación y pensé participar activamente en el proyecto como era mi característica. Sin embargo, yo misma me desconozco por mi desinterés, no me integré al grupo, no apoye, y tampoco destiné tiempo extra –como muchas veces lo he hecho- para reuniones pedagógicas con los compañeros de grado y de equipo.

Sin pretender justificarme, pienso que entre las causas que me llevaron a demostrar esta actitud, fue el no manejo de las matemáticas, muchas veces me ponía a leer y leer y simplemente no continuaba al no entender muchos de los conceptos, de pronto l as teorías sobre los esquemas multiplicativos me fue mas fácil, pero otras de las conferencias simplemente las ojeé y las dejé.

Otro aspecto fue la intensificación de la carga académica, las actividades, cuando se es director de curso a veces es más importante destinar el poco tiempo que tiene uno en el colegio para hablar con el estudiante que está fallando, atender al padre de familia, llamar a las casa, alentar al curso, que de pronto, la puntualidad en la asistencia a la reunión con el grupo de investigación. Varias veces me ocurrió, debido a que estoy a cargo de un curso de grado sexto con una problemática que requiere y demanda la atención continua.

A pesar de este desinterés mío, agradezco a mi observador Carlitos, quien se convirtió en un guía para mí durante la investigación, me ayudó a redireccionarar las propuestas de trabajo encaminándolas a la aplicación del pensamiento matemático en las soluciones tecnológicas, a observar más los proceso realizados por los alumnos para llegar a las soluciones, a despertar más la capacidad de deducción de los estudiantes mediante la guía del maestro. A mis compañeros del departamento y a Jaime el asesor del proyecto les pido disculpas por mi actitud irresponsable al haber aceptado participar y no haberme comprometido.

## GRADO SÉPTIMO: REFLEXIÓN FINAL DEL GRUPO

*"El aprendizaje de los niños debe observarse en contextos donde el profesor pueda intervenir con la intención de influirlo, examinando sus limites y examinando el poder y flexibilidad generativa de los niños"*(Steffe).

### RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Cuando empezamos el proyecto del desarrollo del pensamiento multiplicativo nos encontramos con niños que pensaban que el mejor papel que podía desempeñar el maestro es el de expositor de un modelo a seguir, y el de los estudiantes repetir este modelo. Fue difícil que los niños aceptaran el nuevo rol que debían asumir, (*profesora por que usted no hace como todos los profesores, va y nos explica en el tablero, nos da la formulita y listo*)ser los agentes principales, portadores de un conocimiento que poco a poco y bajo su propia validación van reacomodando, modificando esquemas, produciendo sus propias teorías y validándoles paso a paso.

También fue difícil tanto para la maestra como para los alumnos romper el lazo de convalidar o no las acciones de los niños. Era para ellos muy importante recibir la aprobación de su profesor, ahora solo reciben una contra-pregunta que los deja pisando en terreno movedizo, en el cual no se quieren sentir. No se sienten muy seguros de lo que sus compañeros les dicen, no hay como que el profesor diga la última palabra. Con el transcurso del tiempo los niños perdieron las debilidades, ganaron fortalezas, se sintieron más seguros, producían teorías propias, que eran reconocidas por sus compañeros. La participación fue activa, dinámica; y a cada paso aparece un nuevo *¿Qué es?, ¿Qué significa?,* y cada nuevo concepto nos fue llevando al intrincado mundo de las matemáticas; a la interpretación de un racional, a la fracción o bien al decimal(anexo1). Fue interesante la discusión generada entre los estudiantes, la profesora sólo participó cuando la situación era ya muy clara para hacer la respectiva institucionalización de lo discutido. Claro está que contando de esta forma pareciera que la transformación del niño receptivo, al niño participativo hubiese sido muy fácil, de un día para otro. No, todo contrario, y si bien es cierto que para la maestra fue doloroso no poder aceptar abiertamente las respuestas de los niños, o evitar darlas, teniendo que morderse la lengua; ese dolor no es nada ante la agonía vivida por los niños que estaban acostumbrados a escuchar, escribir y repetir un discurso, un esquema o un modelo; acostumbrados a tener sus mentes en blanco esperando que el maestro "iluminado" les coloque el conocimiento en sus cabezas *cual mago con movimientos de su varita.*

ZONA DE DESARROLLO PRÓXIMO

*"En el proceso de aula y en las interacciones permanentes del docentes- estudiante-conocimiento, es donde se crea condiciones para el desarrollo de la autonomía (moral e intelectual). Llegar a ser capaz de pensar por si mismo con sentido crítico teniendo en cuenta tanto los puntos de vista del ámbito moral e intelectual."*

No, la maestra se negaba a seguir presentando su "Show", así que tenían que llenar sus cabezas de ideas sacadas de donde?. Hubo niños que no encontraban el sombrero mágico para sacar ideas. Otros trataban de evocar cosas ya conocidas pero como estaba ante una situación nunca vivida, el susto, la angustia no permitía aclarar el nudo de ideas. Algunos porque no tenían ni una, otros porque no podían desatar el nudo. Pero esta angustia no la percibía la maestra. Ella solo les exigía hablar, participar... *Francy qué opina?, Será cierto lo que dice Camilo?, Angie que piensa de lo que acaba de decir Angélica.* Y Angie tenia el cerebro paralizado a tal punto que la niña estuvo hospitalizada, porque se le estaba paralizando las piernas; dice la sicóloga que por el estrés al que la maestra de matemáticas la tenía agobiada. Pero la maestra no vio eso, a pesar del contexto como dice Steffe, la maestra vio salir la niña caminando; pero la procesión la llevaba por dentro y fue en otro contexto en la que se le manifestó la parálisis; que para fortuna de la profesora no paso a mayores. Ella todavía tiene el corazón en la boca, cuando lo supo en la comisión de evaluación. ¿Qué tanto sabe ella de lo que sufrieran los niños en su nueva experiencia?. No tiene ni idea del sudor y lágrimas que les costó producir las teorías enunciadas por ellos. Esto demuestra que en el aula sucedían tantas cosas y la maestra no las percibió. Por eso sería que los niños tímidos se acercaban a la maestra sigilosamente para decirle al oído su máxima. Ahora se pregunta la maestra. ¿Era por eso el temor a decir frente a sus compañeros o mejor, era el temor a que su maestra no lo escuchara?. Por ejemplo en una clase donde se estaba haciendo la Criba de Eratóstenes, Francy que nunca participa activamente, se acerco a la maestra y le dijo: "*profesora, yo veo que todos los números primos son impares*" la maestra que ya había aprendido "algo" le respondió *¿Esta segura qué no hay ningún primo par?.*

La niña se sentó y al rato se acerco nuevamente para decir " *si el 2 también es primo*" la maestra entonces rompió el encanto diciendo en voz en cuello: *Francy les va a contar una teoría.* La maestra no le consultó a Francy si la quería compartir. No ve que a ella no le gusta hablar en público?. Volviendo a reflexionar, por eso sería que los grandes pensadores de la maestra la embarraban cuando tenían que decirlo públicamente. De esto solo se llega a una conclusión: este proceso debe hacerse más lento, más despacio, dando oportunidad que el pollito sólo, rompa la cascarita y no forzándolo a romperla. Definitivamente, todos estos nuevos espacios fueron muy poco para los estudiantes y aun para la maestra, que en estos momentos se prepara a enfocar las estrategias de los niños desde lo teórico, ahora la que tiene varios nudos en la cabeza es otra (confusiones teóricas).

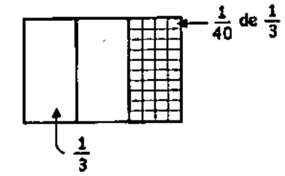
*DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO*

Desde los diversos puntos de vista teóricos encontramos que los estudiantes utilizan variedad de estrategias para afrontar soluciones a situaciones dadas y éstas fueron contextualizadas por ellos, así la situación no lo estuviera. Por ejemplo, Idear un método para encontrar 0,67 como resultado de la división $\frac{27}{40}$ sin utilizar el algoritmo.

El primer paso fue contextualizar el problema. 27 chocolatinas para repartir entre 40 niños. El segundo paso general fue representar cada chocolatina en forma rectangular dando una interpretación parte-todo de la fracción. A partir de allí, cada grupo ofreció una diversidad de estrategias cuyo común denominador era partición de igual tamaño y forma, haciendo evidente la Normación y el significado de la fracción desde lo continuo y lo discreto. Desde lo discreto porque eran 27 chocolatina. Desde lo continuo cuando consideraban una de las unidades y las partían en porciones iguales. Había un momento en la repartición en que solo quedaba una chocolatina o parte de ella y allí se convertía en continuo.

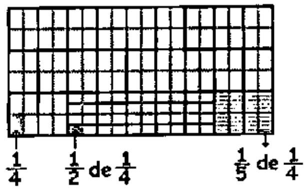
Las primeras estrategias surgidas fueron muy curiosas, pues los niños decían: "*muy simple profe: 27+40= 67, le* anteponemos *el cero y ya"*, cómo no podían realizar el algoritmo de la división nada les impedía realizar el de la suma, *pues el cero no importa, como a la izquierda no vale el cero.* Se lo colocaban sin importar de qué sombrero mágico salía. Pero la dicha les duró poco, cuando se cambiaba la situación en la cual la coincidencia no se diera. Realmente el grupo de investigación no previó que podía presentarse esta situación. Los niños al convencerse que su estrategia no era válida para otras divisiones, tuvieron que afrontarlo como un verdadero problema.
Las estrategia de un segundo momento fueron:
Un grupo dibuja las 27 chocolatinas, divide las primeras 20 por la mitad, dándoles 40 medios de chocolatina que entregaron a cada persona. Sobran 7 chocolatinas, de éstas se dividen 5 por la mitad dándoles 10 medios de medios, luego cada uno de los pedazos los partieron nuevamente en mitades hasta obtener 40 pedazos. En una segunda ronda, las niñas entregaron a cada persona un medio de un medio de un medio(1/2 de1/2 de 1/2)) de chocolatina, sobrando 2 chocolatinas, y ya fácilmente cada chocolatina la dividieron en 20 pedazos cada una, correspondiendo a cada persona un nuevo pedazo equivalente a $\frac{1}{20}$ de la chocolatina. Dado lo anterior les pregunté: ¿Cuánto le corresponde a cada persona al final de la fiesta?. $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2} \text{ de } \frac{1}{2}\right)+\frac{1}{20}$.

Otro estudiante tomó las 27 chocolatinas y se dio cuenta que si dividía en tres partes cada chocolatina obtenía 81 tercios y ya casi tenía solucionado el problema porque repartía $\frac{2}{3}$ a cada persona y solo le quedaba $\frac{1}{3}$ para repartir entre los 40(Gráfica A) Con lo que cada persona se come $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{40}$ de $\frac{1}{3}$.



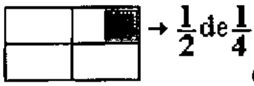
*Gráfica A*

Los niños presentan una estructura multiplicativa simple cuando respondían qué es $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$ presentándose paralelamente un cambio de unidad porque no es lo mismo la mitad de un cuarto, a la mitad de la unidad y a un octavo de la unidad. El esfuerzo mental del niño para identificar el significado de cada parte es poderoso, porque los esquemas mentales del niño deben estar muy bien estructurados en su pensamiento. Esto es evidente en la siguiente estrategia.



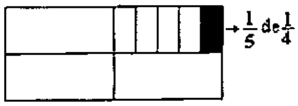

La siguiente estrategia fracciona cada chocolatina en cuatro partes, para obtener 108 pedazos de $\frac{1}{4}$, se reparte de a un pedazo a cada persona, (se realiza la resta de esos cuarenta pedazos repartidos 108 – 40 = 68), y como se observa que todavía se le puede dar otro pedazo a cada persona se restan los pedazos del resultado anterior (68 – 40 = 28). Con esos 28 cuartos toman 20 y los dividen en la mitad, para que a cada persona la corresponda $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{4}$.

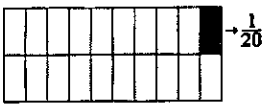
*Hasta allí fluye el pensamiento fácilmente, pero cuando se pregunta: "¿Qué parte de la chocolatina se está comiendo en este momento?. Empieza el conflicto y grafican:*




de la chocolatina,


dividen cada cuarto en la mitad para llegar a que se comen $\frac{1}{8}$. Salen con éxito, contentos; pero más adelante se les ve patinar en otra situación similar. Los ocho cuartos restantes para hacerlos alcanzar para las cuarenta personas, las dividen en quintos de cuartos de la chocolatina. Pero llegó la pregunta: ¿Qué parte de la chocolatina se están comiendo en esta oportunidad?. Nuevamente los niños se apoyan en la gráfica

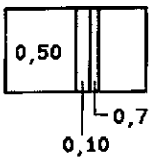



*de la chocolatina*

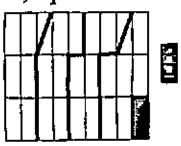
Todas estas estrategias son muy interesantes y ricas como producto del pensamiento del niño, al intentar responder ¿Cómo saber cuanta chocolatina comió cada una de las cuarenta personas?. La respuesta única fue $\frac{27}{40}$ y no se llegó a lo esperado 0,67.

Fue entonces cuando otro estudiante sugirió una nueva estrategia que muestra características de manera numérica explícitamente anidada, porque considera la mitad de la unidad como el 50%, (es decir 0,50), luego explicita la décimas contenidas en la otra media unidad donde se puede iterar cinco veces el décimo para luego iterar nuevos decimos e implícitamente dentro de uno de ellos hay 10 partes más pequeñas que el estudiante en este momento no alcanza a evidenciar para llegar a la siguiente explicación.




El niño explica el 0,67, diciendo: 0,50 corresponde a la mitad de la chocolatina (al cincuenta por ciento), entonces existe una parte más pequeña que corresponde al 0,10 y otra que corresponde al 0,7. Pero cuando la llama 0,7, esta afirmando que 0,7 es menor que 0,10, lo que prende nuevamente los motores y genera otro ciclo de discusión.

Otra estrategia en esta parte del proceso es un clásico en el manejo de las unidades múltiples porque el niño toma las 27 unidades y forma con ellas una nueva unidad (el todo) quedando la unidad original como una pastilla(parte) de la gran chocolatina.



Luego dividió cada pastillita en 1000 partes, formándose 27000 partes y los reparte en cuatro partes iguales, así que corresponde 6 pastilla y media de 1000 sobrando una pastilla de mil. Así que nuevamente divide ésta entre cuatro correspondiéndole al final 65000 (milésimos) + 250 (milésimos) = 6750 (milésimos). Estando en este punto se dio cuenta que lo dividió entre 4 y no entre 40 así que para solucionar el problema toma los 6750 y le quita el cero para que a cada persona le corresponda de 675 milésimas.

$$\begin{array}{r}673\\ \times\ \underline{40}\\ 000\\ \underline{2692\ \ }\\ 26920\end{array}\qquad\begin{array}{r}674\\ \times\ \underline{40}\\ 000\\ \underline{2696\ \ }\\ 26960\end{array}\qquad\begin{array}{r}675\\ \times\ \underline{40}\\ 000\\ \underline{2700\ \ }\\ 27000\end{array}$$

Una estrategia fue convertir también las 27 chocolatinas en 27000 pedazos y empezar a repartir... Aquí se observa una secuencia numérica tácitamente anidada, pues esta uniendo conteos en unidades compuestas cada vez de distinto tamaño a la vez que esta confrontando el número para ajustarse a él.

*EL INSTRUMENTO DE EVALUACIÓN*

Fue pensado en colocar al niño en el mismo contexto de la clase y ponerlo ante situaciones similares a las discutidas durante el proceso. Dado que su estrategia natural es la representación gráfica, pensamos observar el nivel de representación de partes de partes en los esquemas continuos y discretos, empezando con un caso sencillo de $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$, aumentando la dificultad representando $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{4}$ para finalizar en algo totalmente nuevo $\frac{3}{4}$ de 5.

En el segundo punto miramos el control que tienen el niño sobre el número en la transposición representacional de la forma decimal a la forma porcentual y a la forma fraccional. En el primer nivel se dejó el número sin centésimas. En el segundo nivel se colocó un decimal con centésimos. En el tercer nivel se dió en forma porcentual con centésimos.
En el tercer punto se buscó observar el dominio de la fracción decimal, se dio la representación gráfica de fracción decimal para que realizaran dos operaciones mentales; una convertirlas en unidades bien de orden superior o de orden inferior y la otra, representándola gráficamente. Se esperaba observar manejo de unidades múltiples.
En el cuarto punto se dá la representación gráfica de la parte para que represente la unidad.

*MEDIACION INSTRUMENTAL*

*Mediación simbólica. Sistema semiótico-representacional y verbal*
Desde la transformación del mono en hombre, éste pudo mantener el cuerpo erecto, la cabeza levantada permitiéndole observar un horizonte más amplio y además la posición del dedo pulgar frente al resto de la mano le permitió asir y manipular ramas y piedras que más tarde las convertiría en herramientas. El uso de estas herramientas favoreció el desarrollo del cerebro triplicando el tamaño de este e incrementando sus facultades mentales. Posteriormente, gracias a esta inteligencia el hombre empezó a crear signos, símbolos, representaciones orales y registros escritos.

Hoy se ha reconocido el principio de mediación instrumental, como: "Todo acto cognitivo esta mediado por un instrumento que puede ser material o simbólico". Como, en el caso de las matemáticas, la mediación se ha dado a través de representaciones semióticas y es el lenguaje natural el ejemplo prototipo, hemos usado éste como herramienta mediadora ya que la

representación semiótica permite dar forma a las representaciones mentales del niño, y así poder establecer una comunicación entre pares y con la maestra. Esta comunicación se hace verbal o escrita permitiendo al niño expresar su pensamiento y darle forma ayudado con la interacción de sus pares más competentes.
Luis Moreno afirma: "el lenguaje es el instrumento psicológico de primer orden que ocupa un lugar de privilegio en este esquema de desarrollo" el hecho de poner una idea en discusión, argumentarla y tratar de defenderla le permitirá al niño perfeccionarla e interiorizarla organizando sus propias ideas. Evolucionando el lenguaje interiorizado y convirtiéndose en "una herramienta intelectual, un instrumento de planificación y de regulación de las actividades mentales"(Moreno, 2001)
Los niños ante una situación problema aportan diferentes puntos de vista, diferentes métodos e incluso diferentes respuestas. Ante esta diversidad de opciones, el niño entra en conflicto frente a sus compañeros y frente a si mismo, pues empieza a dudar de sus propias respuestas, por ende de la veracidad de su proceso menta. Este conflicto cognitivo tiene resultados positivos cuando el niño tiene la capacidad necesaria para tomar conciencia de las contradicciones, ante las que se encuentran, en las diferentes respuestas. Es entonces, cuando ellos por medio de la argumentación y los acuerdos mutuos llegan a una respuesta única. Estos acuerdo permiten una reelaboración de sus esquemas mentales elevando aun nivel superior el pensamiento del niño.

Este crecimiento en el pensamiento del niño se aprecia cuando él puede generalizar y se vuelve "un gran pensador", descubre por ejemplo que los número primos son impares, para más tarde mejorarlo diciendo que "a excepción del dos, todos los número primos son impares". Es muy emocionante ver como niños, que difícilmente participan, niños de 12 ó 13 años, sacando conclusiones o enunciados que los grandes matemáticos y los sabios demoraron años para conjeturar o formalizar como una ley. Estos enunciados no son otra cosa que " expresiones matemáticas más generales que todavía dependen del medio de expresión empleado" (Moreno. 2001)

Otro un instrumento fuertemente usado por los niños es la representación gráfica y simbólica de las situaciones problema. Este sistema de representación, permite tomar al niño un punto de vista concreto, para poderlo analizar desde sus conocimientos previos, solucionarlo y discutirlo para poder adquirí un nuevo conocimiento que puede traducirlos o transformarlos en expresiones simbólicas con sentido y significado para ellos. Es aquí donde se observa el desarrollo del pensamiento multiplicativo, con el manejo de las unidades múltiples, la Normación, la unitización y el dominio del número fraccionario.

## LAS GANANCIAS DE LA MAESTRA DESDE LOS DIFERENTES EJES. MERCEDES LOTERO. MATEMÁTICAS, GRADO SÉPTIMO,

### *PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO*

El pensamiento multiplicativo, tema aparentemente de fácil dominio de un docente, resultó un tratado profundo y difícil de digerir. Realmente lo que hice en este proyecto fue documentarme, estudiar , leer una y otra vez tratando de interiorizar los conceptos de Splitting, unitización, normación, unidad múltiple, etc. Fue un nuevo descubrir y aceptar las lagunas en el dominio de la disciplina en la que se siente dominante, capaz e idóneo. Fue un abrir los ojos y darse cuenta que hay mucho que explorar e investigar para tener un completo dominio e internalización del pensamiento multiplicativo.

El avance en este aspecto fue el reconocimiento del poder del pensamiento multiplicativo, el esquema articulador de los conceptos que aisladamente se dictaban, a tal punto que la proporcionalidad, las funciones de cualquier tipo, son vistas desde un perfil diferente, más amplio, permitiendo al maestro reorientar el trabajo con los estudiantes de manera tal que sea para el niño más significativo y agradable.

*RESOLUCION DE PROBLEMAS*

Considero que en este campo si salgo mejor librada porque ya tenía la suficiente información y comprensión; lo que faltaba era empezar a ejecutar la acción. El papel de la maestra cambió, dejó de saberlo todo, validar o descalificar la acción del niño, dar respuesta a todas las preguntas, se perdió el poder de la nota de la previa, el poder de la maestra se vino a bajo. Empezó a dar tiempo para que el niño pensara, aprovechando sus conocimientos previos, provocando desequilibrio en sus esquemas mentales hasta lograr (era lo esperado) un cambio en sus esquemas conceptuales.

Observando los errores y las dificultades del niño sirvió de punto de referencia para programar la actividad de la clase siguiente, logrando romper con los contenidos curriculares que es otro de los grandes avances de la maestra.

El poder de la maestra salía a flote en los momentos de la institucionalizació, de los acuerdos de los niños haciendo la síntesis de la discusión. Se hizo seguimiento a cada estudiante en cuanto a su, participación en las discusiones y sus aportes. Cada clase se tomaba estos registros que eran usados cuando la institución requería el informe académico. Así las previas y evaluaciones de confrontación del conocimiento desaparecieron.

Otro aspecto tenido en cuenta para registrar en los informes es el control que debían llevar los estudiantes en los cuadernos. Aunque se logró que escribieran, les faltó expresar su propio criterio. Quizas fue la velocidad de las discusiones lo que no le permitió registrar una posición crítica sobre los discutido en clase. Talvés la maestra fue muy ambiciosa en ese aspecto, había que esperar que los niños maduraran un poco más en este proceso.

*MEDIACION INSTRUMENTAL*

Como se ha manifestado en otros apartes, la mayor innovación de la maestra fue la incursión en la metodología de resolución de problemas, esto le permitió potenciar el verbo como el instrumento por excelencia, el mayor interés de la maestra fue dar la oportunidad al niño, para desarrollar las competencias argumentativas y propositivas; el que se perdiera el miedo de hablar, defender sus puntos de vista, porque sólo así el niño podía reconocer sus equivocaciones y aceptarlas, para luego modificar sus esquemas de pensamiento.

Al principio eran muy pocos los que participaban, fue doloroso para los niños. Poco a poco fueron cogiendo confianza y finalmente la mayoría de los niños tenían algo que decir, o algo, en que no estuviesen de acuerdo.

HUELLAS II

Como lo hemos manifestado en varias oportunidades, este proceso fue muy doloroso. Empezando por el proyecto elegido por otras profesoras que no pudieron continuar con él. "Hacer un periódico". Yo me veí con los niños realizando diseños de páginas, armando las maquetas, pegando fotos, entre otros. Confrontando la simetría o la asimetría del diseño, imprimiendo y sacando el periódico al final. Quizás esto me sirva de excusa por no haber desarrollado, como se ha debido hacer, el pensamiento multiplicativo.
Me sentía frente a dos tareas importantes para abordar: la elaboración del periódico y el desarrollo del pensamiento multiplicativo. En el primero me sentía más segura; en el segundo, era terreno desconocido, nuevo y sin la agudeza mental para explotar al máximo al "splitting" y las unidades múltiplos. Así que al final no se hizo ni lo uno ni lo otro, yo diría que apenas estoy lista para empezar de nuevo. Será que sí?

Quedo satisfecha porque logre romper muchas taras metodológicas, me dolió mucho ver pasar el tiempo y no "avanzar en los contenidos programáticos" , fue difícil convencerme que no tenía porqué pensar en los números enteros. Ya estoy tranquila y espero haber ayudado un poco a estos niños a ganar autonomía, facilidad de expresión oral y deseos de participación. Que se den cuenta que la matemática se hace discutiendo y analizando, no llenando un cuaderno con ejercicios de un texto.

CONCLUSIONES

Un logro importante en este proceso de interacción social en la gestión de clase por parte del estudiante, pues fue allí donde empezó a ser un agente activo dentro de la construcción de la clase, aunque ellos no lo percibieran, cada clase se desarrollo de acuerdo a sus avances. Avances que solo fueron evidentes al grupo de investigación de séptimo a través de la participación de los estudiantes.

Los niños ganaron en autonomía, tomando sus propias decisiones cosa que no fue fácil porque era romper la cultura y creencias que ellos tenía frente a la clase de matemáticas en particular, pues ellos sentían que no se estaba haciendo matemáticas. Los estudiantes desconocen las matemáticas que se construyen a través de la discusión y que son las que finalmente desarrollan el pensamiento del niño y las que le servirá para su vida.

Aunque el pensamiento multiplicativo por ser una parte de las matemáticas pareciera que un docente de esta disciplina debiera tener un manejo implícito de éste, la realidad es que resultó ser muy difícil de afrontar por parte de él. Existen unos desempeños y unos presupuestos que determinan el enfoque de la clase y frente a las evidencias de los estudiantes poco se podía interpretar de los esquemas multiplicativos del niño. Todo esto fue debido a la poca apropiación teórica del tema por parte del maestro.

## EL RENDIMIENTO DE LOS ALUMNOS DURANTE EL DESARROLLO DEL PROYECTO. JUAN SANABRIA. TECNOLOGÍA GRADO SÉPTIMO.

TEMAS DESARROLLADOS: 1. Mecanismos Correa-polea 2. Mecanismos de engranajes.

MECANISMOS CORREA. POLEA. Se comenzó el desarrollo del tema exponiéndole a los alumnos un mecanismo correa polea para su observación. Los alumnos debían realizar un dibujo del mecanismo presentado y ubicar las respectivas partes del mismo. La mayoría de los niños lo hicieron satisfactoriamente y demostraron su gusto por el trabajo a realizar. Se logró el propósito especialmente en la identificación de las partes y su función.
El siguiente paso fue la observación del funcionamiento del mecanismo, y se hizo énfasis en la forma de transmisión del movimiento y en la relación entre poleas de diferente diámetro, qué sucede cuando el movimiento se transmite de una polea de menor diámetro a otra de mayor diámetro y viceversa. También en el sentido de giro en la polea movida con correa directa y correa cruzada.
Aquí se indujo a los alumnos a que buscaran o hallaran una proporción entre los movimientos y lo realizaran numéricamente. Cuando se trató de dar una explicación primaria sobre el fenómeno, los alumnos concluyeron que a mayor diámetro el movimiento era más lento y a menor diámetro el movimiento era más rápido. Sin embargo, al ir al desarrollo matemático hubo dificultad para interpretar y hallar resultados, pues los alumnos demostraron aversión hacia los cálculos matemáticos, argüían que ellos desconocían los procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad. Esperaban una explicación por parte del maestro pero como se trataba de que los alumnos hallaran una solución por sí mismos, esto les causó molestia e inconformidad y los resultados obtenidos fueron casi nulos. Se continuó insistiendo y al cabo de varias sesiones se lograron resultados aceptables pues sólo una parte de los alumnos obtuvo alguna solución. Se observó falta de interés y compromiso en la mayoría, pero sé continua insistiendo.

MECANISMOS DE ENGRANAJES. Igual que el caso anterior, se mostró un mecanismo de engranajes, se hizo la representación gráfica por parte de los alumnos. Luego se hizo la observación del funcionamiento y se obtuvieron las siguientes conclusiones:
- En un mecanismo de engranajes, la rueda movida (que recibe el movimiento de la motriz) siempre gira en sentido contrario que la motriz.
- Si la rueda motriz en de menor diámetro que la movida, el movimiento en la segunda es más lento y Viceversa.
-El cálculo del movimiento en las ruedas movidas se puede realizar, bien a partir del diámetro o bien a partir del número de dientes.

El trabajo de cálculo matemático se hizo sobre problemas formulados con base en el funcionamiento de aparatos reales como la caja de cambios del automóvil y el taladro. Esto interesó un poco más a los alumnos, pero como en el caso del mecanismo correa-polea, se presentaron traumas de interpretación y solución de problemas. Al cabo de varias sesiones se lograron también resultados aceptables. Continua la falta de compromiso de los alumnos.

Como conclusión se puede decir que, los alumnos no están en condiciones de trabajar explorando su pensamiento, les es difícil hallar soluciones por sí mismos, siempre esperan una explicación y una propuesta para solucionar problemas. Esto posiblemente originado en parte por las formas de enseñanza en los grados anteriores y por tanto se necesita una etapa de acomodamiento a nuevos sistemas. También cuenta en el bajo rendimiento la falta de compromiso, de interés y la indisciplina entre otros. Incluyo además, falta de preparación del maestro en la nueva forma de enfocar la enseñanza, pues si bien es cierto que se dieron lecturas y propuestas para el maestro, fue difícil llegar a su aplicación especialmente por falta de tiempo en el docente para asimilarlas y aplicarlas.

## EL DOLOR DE LA EXPERIENCIA

Después de haber ejercido por muchos años la labor educativa, me atrevo a decir que me encuentro como al comienzo, todavía desorientado, pese a haber experimentado diversas metodologías, recursos, medios; probar y volver a probar en distintas circunstancias el mismo método, si poder desprenderme de la angustia causada por las frecuentes preguntas como "será que lo estoy haciendo bien? Estaré cometiendo errores? ¿Cuáles son esos errores? Seré competente en mi trabajo? ¿Por qué el método que estoy utilizando no llena mis expectativas? ¿Cuál será la metodología apropiada para aplicar en determinadas circunstancias? Porqué algunas veces mis alumnos no dan el rendimiento esperado? Será culpa mía? O será de los alumnos? Estas y muchas otras inquietudes han sido la constante compañía en mi labor.

En otras palabras, son pocas las satisfacciones, y mayores los desasosiegos frente a los resultados esperados, unas veces, creo, por la aplicación equivocada de métodos, otras por la desigualdad de conocimientos de los alumnos en un determinado curso, como también influye en gran medida el interés de los mismos por determinada materia o por el estudio en general. Es posible que después de haber probado con distintas metodologías, me haya regresado algunas veces a metodologías tradicionales como la conductista.
En los últimos años el bajo rendimiento también se debe al desestímulo causado por la falta de oportunidades para los jóvenes tanto en el campo laboral como para el ingreso a la universidad, (además, el sistema educativo actual facilita la promoción sin gran exigencia) . Ello induce al alumno a producir lo mínimo académicamente.

*Cómo se debe transformar?*

Una forma de transformarla es, despertar en el estudiante el gusto por la investigación, por la creatividad y la acción continua para descubrir del conocimiento. El maestro debe convertirse en un acompañante del alumno que facilite los medios educativos, que dirija las acciones, aclare dudas, evalúe y ayude a autoevaluar. También, debe ser orientador del educando para el descubrimiento de sus aptitudes y el desarrollo de competencias apropiadas para desempeñarse laboralmente en su entorno.

*En qué tipo de educación me formé?*

Mi formación se dio dentro del tipo tradicional, conductista (años 60' s) en la que el maestro era el poseedor del conocimiento y se limitaba a "verterlos" en sus alumnos sin que éstos tuvieran la oportunidad de discutir, no había de pronto oportunidad para pensar y discernir, de ver las cosas de manera diferente al modo de pensar del maestro, una educación de obediencia enmarcada por las normas de la religión Católica. De esta manera se limitaba la creatividad y la investigación, también por falta de instrumentos y laboratorios para el análisis y la comprobación, falta de textos y otros recursos.

*FORTALEZAS Y DEBILIDADES.*

*Fortalezas:* El deseo de superación y actualización no solo en el área especial sino explorando otros campos, enfrentar retos y poseer gusto de servicio y ayuda hacia los demás. Desempeño de mi trabajo con gusto y de la mejor manera posible. Deseo de aplicar nuevas tecnología para educar, consulta continua sobre adelantos científicos y búsqueda de nuevos materiales que brinden otras opciones de aprendizaje.

*DEBILIDADES:*

Temor a fracasar en los nuevos intentos y fácil frustración ante el escaso o bajo rendimiento de los alumnos por causa de cambios de modelos. A veces soy reacio ante la propuesta de ciertas metodologías.

PROPÓSITO DE CAMBIO DE MODELO.

Cuando me propongo un cambio de modelo pedagógico, y como en el caso del presente proyecto, se busca mejorar el rendimiento académico de los alumnos permitiéndoles una mayor comprensión, un trabajo donde interviene el razonamiento y el hallazgo del conocimiento mediante la exploración de ideas y sondeo del conocimiento previo, la comparación y el análisis, además el fomento del trabajo en equipo.

*COSTO DEL CAMBIO.*

Se espera una compensación con el verdadero cambio de actitud de los alumnos. Es posible que al comienzo haya tropiezos mientras se logra una adaptación, pero que al encontrar un verdadero motivo y gusto por el trabajo con la aplicación de nuevas estrategias, se encuentre, como dije antes, una compensación que "pague con creces" el esfuerzo realizado. No quiero hablar de fracasos ni pago con desilusiones el trabajo realizado.

## MI FORMACIÓN PROFESIONAL Y LA INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA. TECNOLOGÍA. GRADO OCATVO. FLOR GLADYS RODRÍGUEZ

A propósito de la investigación pedagógica, alguna vez escribí sobre las limitaciones de los maestros hoy, para dedicarnos a la investigación. Cada día se nos cortan las alas, cada día se nos exige trabajar, trabajar y trabajar. Pero este trabajar se refiere a "dictar clase", a permanecer en el aula, a evitar la pérdida de tiempo en actividades distintas a la labor pedagógica. Y no quiero decir con esto último que investigar no corresponda a la labor pedagógica, por el contrario debe ser inherente a ella, pero pareciera que nuestras directrices ministeriales no pensaran en ello. Lo único que cuenta es que se cumpla la jornada laboral sin desperdiciar un minuto de clase. Pero, no termino por entender y mucho menos aceptar las políticas de racionalización que impiden dedicar tiempo a innovar e investigar, por eso sigo empeñada en robarle tiempo a mis actividades personales, a mi familia, a mi descanso. Estos han terminado damnificados en los últimos años en los que, a pesar de todos los obstáculos me empecino en investigad en el aula.

Desde el momento de la convocatoria hecha por el IDEP en el 2002, y por razón de la organización institucional me sentí comprometida con mi departamento a participar, Entonces apoyé las iniciativas del profesor Jaime Romero y de mis compañeros de matemáticas. El mismo hecho de haber participado en otra convocatoria del IDEP y mi trayectoria como investigadora pedagógica en potencia me emocionaron y decidí aceptar la postulación como coordinadora del proyecto "DESARROLLO DE PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO HACIENDO USO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MEDIADA POR INSTRUMENTOS DIDÁCTICOS", financiado por el IDEP, en el cual se pretendía básicamente, diseñar, implementar y evaluar una hipótesis de trabajo curricular con el propósito de desarrollar competencias matemáticas, vinculadas particularmente al pensamiento multiplicativo en los grados 6° a 9° de la educación básica. Así se debía estrechar el vínculo interinstitucional Universidad Distrital- I:E:D: Rafael Uribe Uribe. Esta tarea de coordinadora de un trabajo de investigación-innovación en un área que nos mi fuerte en mi formación académica ha constituido un verdadero reto, como compañera de departamento de un equipo que ha estado preocupado, desde hace muchos años a la tarea investigativa e innovadora en la enseñanza de la matemática y de profesionales tan idóneos y seguros de su accionar pedagógico en sus respectivas áreas como física y tecnología. Por este motivo, esta función de coordinación del proyecto, fue en realidad compartida por todos y solo trabajé en este campo desde la parte logística, más no epistemológica ni metodológica.

Los resultados percibidos en los desempeños de los estudiantes al resolver problemas tecnológicos sencillos, planteados a los estudiantes con la intención de que pusieran en acción sus conceptos matemáticos y geométricos, me confirmaban el hallazgo de pocos años atrás, de la indiscutible relación matemática-educación en tecnología. Esos desempeños mostraban muchas deficiencias en el uso de esta relación, así que decidí participar activamente en el proyecto, más con el fin de aprender, que investigar. Confieso que a lo largo del desarrollo del proyecto no hice más que experimentar estrategias de enseñanza y verificar si cumplían con el propósito de un aprendizaje significativo y competente. Entonces pensé que a pesar del diseño propuesto en nuestro equipo, conformado con docentes de matemáticas del grado octavo, los practicantes del U. Distrital y los auxiliares de investigación, había circunstancias que me dificultaban ponerlo en acción en el aula. Los horarios, la falta de actitud de los estudiantes hacia la investigación, la presión social del manejo de la disciplina como mantenimiento del orden y del silencio, el cumplimiento de múltiples funciones: orientadora, evaluadora, docente, amiga, represora, etc, me fueron avocando a cambios drásticos en lo planeado. No tuve tiempo de reflexionar a qué horas estaba involucrada en unas tareas pedagógicas que me significaban una revaluación de mi formación. La lectura de textos sobre teorías matemáticas me hacían más difícil la comprensión de la forma como debía diseñar una clase. Empecé a improvisar tratando de ensayar si lo acordado en el equipo de investigación "funcionaba en el aula". Si notaba cambios en mis alumnos.

¿Qué cambios esperaba?. El desarrollo del pensamiento multiplicativo era el objetivo de este trabajo integrado de dos áreas. Pero mi formación en idiomas y posteriormente en informática educativa no eran bases ni siquiera elementales para comprender las teorías matemáticas. Solo sabía que la metodología de resolución de problemas me permite lograr el desarrollo del pensamiento lógico y estratégico. Esto lo aprendí en este difícil camino de mi re-formación profesional. Intenté poner en práctica lo sugerido por el asesor de este proyecto, pero siempre resultaba haciendo algo distinto y cuando notaba la emoción de mis estudiantes de ir al laboratorio de física a "hacer experimentos", a establecer unidades de medida propias, a comprobar lo que habíamos leído y discutido como teoría en el aula acerca del principio de Arquímedes, a encontrar el volumen y la masa de un objeto, al comprobar que aunque los cuerpos tengan el mismo volumen no tienen el mismo peso, que hay materiales que ocupan mucho más espacio para lograr que pesen igual a otros y terminar concluyendo que tienen diferente densidad, me sentía muy satisfecha. Los mismos estudiantes proponían el uso de otros materiales; siempre se tiende a utilizar la plastilina, los metales, las pesas del laboratorio y cuando me llevaban materiales como una papa, una zanahoria, un limón, me encontraba con nuevas formas de improvisar y tomar de esas iniciativas, nuevas tareas, nuevas preguntas, aquí comprendí lo que dice la teoría: "se aprende desde y de la situación de aprendizaje con los instrumentos de aprendizaje allí dispuestos, así que toda abstracción es contextualizada. Encontré casos en que los estudiantes "más indisciplinados", los "más rebeldes", los "más altaneros" e irresponsables", eran los que llevaban más iniciativas, los que hacían más preguntas, los que más aportaban a la clase, era una victoria sobre el desconsuelo de la mayoría de mis colegas.

Pero esta misma situación me hacía reflexionar a diario, me trasnochaba pensando "será que estoy equivocada?, será que permito demasiadas cosas?, será que no exijo lo suficiente?, cómo estoy evaluando, que no noto todas las deficiencias que perciben los demás?. Por qué mis alumnos me plantean problemas, los discuten, por qué la clase me parece tan positiva?. Seré yo la equivocada?. Ya no narraba en las comisiones de evaluación que tenía buenos estudiantes, que participaban, que "trabajaban en clase", porque seguramente eso no era suficiente. Conversaba con los auxiliares de investigación (observadores) si estaría en lo correcto. En todo el transcurso del proyecto me sentí insegura sobre si el camino por el que llevaba a mis alumnos los conduciría al manejo de unidades múltiples, si contribuía a la comprensión del número fraccionario, si estaría direccionando bien el manejo de la proporcionalidad, si estarían construyendo el concepto de densidad. Mi a-formación matemática fue siempre mi enemiga de mi seguridad, pero a la vez me ayudó a ser cómplice de mis alumnos en su proceso de aprendizaje, yo también estaba aprendiendo con ellos, comprendía sus dificultades, me sentía en ese mismo nivel y necesitaba más esfuerzo para no ser alumna, sino "maestra". Cuando discutíamos en grupo me sentía fuera de contexto, entonces leía y releía los documentos teóricos que me ayudaran a superar esta ignorancia. Lo único que me alentaba era el nivel de participación y afecto de mis alumnos hacia la clase.

Pero cuando a solicitud de la dirección del colegio realizamos pruebas escritas a los estudiantes para evaluar competencias, todo se nos fue al suelo. No porque estuviera en contra de esta directriz, sino que al efectuarla los resultados no me dejaron resultados halagadores. Aquí no encontré coherencia entre lo que percibía en mis clases y lo que contestaron los alumnos. Encontraba satisfacción eso sí con grupos en los que por lo menos 8 estudiantes sacaron "Excelente", pero también me desilusioné cuando en un curso ninguna estudiante logró siquiera un "Aceptable", entonces retomé esa evaluación una y otra vez para trabajarla, por parejas, en grupos y cuando la mayoría de los estudiantes la contestó "bien", como yo "esperaba" me dijeron. "qué fácil estaba", eso ya lo sabíamos, pero no sé qué nos pasó".

Empecé a buscar una explicación al suceso y encontré en Vergnaud un texto que habla del manejo de ciertos esquemas de pensamiento matemático de los cuales no es muy fácil y mucho menos rápido, pasar a otros sino a partir del manejo de diversos tipos de situaciones. Considero que esto son las competencias y que debo seguir trabajando en ello. Comprendí a Dubinski, cuando dice que "*...la abstracción reflexiva difiere de la abstracción empírica en que trata la acción como opuesta a los objetos, y difiere de la abstracción seudo empírica en que no trata tanto con las acciones mismas sino más bien con las relaciones entre las acciones"*. El estudiante, según mi evaluación, debía saltar de la abstracción sobre las relaciones con los objetos a la abstracción de las relaciones entre las acciones. Por eso, estoy convencida hoy que necesito más que un período escolar institucional para lograr que mis alumnos comprendan la relación volumen-masa dentro del concepto de densidad y que no puedo pretender tratar este bulk de conceptos sin la relación con la matemática, con la multiplicación y división de fracciones, sin el manejo posicional de los decimales, sin la proporcionalidad, es decir, sin la abstracción reflexiva sobre las relaciones entre las acciones.. Esto lo tengo que trabajar muy de la mano con mis colegas de matemáticas y ciencias naturales. He llegado a la conclusión que ***"la física es el puente que une matemática y educación en tecnología".*** He leído durante tres años las unidades de física, que curricularmente se estudian en las ciencias naturales desde el sexto hasta el noveno grado, para poder construir una propuesta curricular integrada, que me comprometo desde ahora en promover en mi colegio, con la seguridad que si no se trabaja así, estaremos perdiendo esfuerzos e intentos por desarrollar pensamiento lógico, pensamiento estratégico, pensamiento científico y pensamiento matemático. Sé ahora que para hacer propuestas curriculares hay que considerar que cuando se habla de requerimiento epistemológico, se habla del componente didáctico constituido por el referente teórico puesto en juego en una situación didáctica.

Como nos habíamos planteado en el proyecto, describir y analizar los cambios percibidos por cada uno de los profesores en su accionar en el aula, cuando introducen "nuevos" instrumentos didácticos, con la intención de producir aprendizaje autónomo regulado en sus alumnos, sabía que sería observada durante un año, por lo tanto, al inicio me sentía obligada a mostrarme como una "buena maestra", me sentía orgullosa de presentar actividades novedosas y motivantes a mis estudiantes, quería demostrar que les gustaba mi clase, que participaban activamente, olvidándome que debía desarrollar pensamiento multiplicativo, lo cual me inquietaba constantemente y buscaba apoyarme en la teoría de la multiplicación, de las fracciones, de la proporcionalidad, del splittiing, para proponerles a mis estudiantes los interrogantes y las actividades de experimentación en el laboratorio y después la reflexión sobre los datos recolectados. Con el ánimo que me imprimía el buen ambiente de la clase y el apoyo de los practicantes y los auxiliares de investigación, lograba en algunos momentos sentirme segura de que estaba haciendo. Reafirmo que me sentía en "mi salsa" con "resolución de problemas como metodología y con el uso de instrumentos didácticos nacidos de las mismas propuestas de mis alumnos, pero me seguía rondando "el fantasma" del pensamiento multiplicativo, que ponía sobre la mesa de discusión en cada reunión del equipo de investigación-innovación de grado octavo. Mi interpretación hoy me permite concluir que contribuí con este propósito y considero que los desempeños de mis estudiantes en el control de unidades múltiples ha mejorado. Con la creación de unidades iterativas, de unidades similares por forma para resolver problemas con fracciones, la formación de unidades iterables (Inclusión de unidades dentro de otra), de unidades similares por forma (pueden ser discretas o continuas) con diferente medida continua o discreta) en procesos de medida iterativos pero finitos, con la creación de una unidad similar por forma y medida en procesos iterativos de medida, todo en función de establecer la densidad de sólidos y líquidos y la flotación de los sólidos, hoy más que nunca sé que desde la tecnología puedo contribuir al desarrollo de la estructura multiplicativa, puedo aprovechar la experimentación y la evocación de vivencias de mis estudiantes para trabajar los atributos de la fracción, la proprcionalidad, etc.

A pesar de todo, aún no considero muy avanzado mi aprendizaje en este sentido, pero estoy convencida que el manejo matemático no se puede desprender en ningún momento de las unidades múltiples.

Trabajamos de la mano con los auxiliares de investigación (observadores participantes) para poder describir y analizar los diferentes niveles de razonamiento multiplicativo, alcanzados por los estudiantes, según cada uno de los grados de escolaridad, que se desarrollan en una clase gestionada con el enfoque de resolución de problemas y mediada por el uso de instrumental didáctico definido. Como reitero, la resolución de problemas propuesta por Charnay, especialmente no era motivo de mayor cuidado, tampoco el uso de instrumentos, incluido el lenguaje, los saberes acumulados, las pre-concepciones, pero sí, la manera como estableceríamos niveles, esquemas incrementales o alguna forma de categorización de los desarrollos de pensamiento multiplicativo. Tratamos de encontrar en las teorías de campos conceptuales, en la de construcción de esquemas, en las de splitting, etc, una señal para poder describirlos, tarea bien difícil. Hemos encontrado que los estudiantes de octavo grado han logrado una comprensión del número fraccionario dentro de la relación parte-todo y han empezado a realizar acciones para relacionarlos en situaciones particulares, pero cuando los colocamos ante una situación de relación nueva, aún tienen dificultades. El manejo de la proporcionalidad ha permitido apoyar la comprensión del uso de variables cuando relacionan por ejemplo "Cuando el volumen es constante y la densidad es menor, la masa es mayor, cuando la masa es constante y la densidad es menor, el volumen es menor". Los estudiantes han avanzado en la comprensión del número decimal y su valor posicional en la relación densidad -flotación de los cuerpos. El concepto de empuje como relación entre densidad de un líquido y densidad-volumen-masa de un sólido que se sumerge contribuyó a relacionar variables, fracciones equivalentes, simbolización y operación entre fracciones y decimales. Estos reconocimientos de los avances en el desarrollo del pensamiento multiplicativo desde la educación en tecnología a través de la resolución de problemas y el uso de instrumentos didácticos, convencionales como las balanzas, los recipientes de laboratorio, la calculadora, hasta la puesta en acción de materiales como alimentos, bebidas y las expresiones verbales que establecían relaciones, comparaciones, clasificaciones, nos da un grado de satisfacción que nos motiva a seguir trabajando en el diseño curricular a nivel institucional desde la primaria.

## RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS. MUCHO POR APRENDER. GLADYS SANDOVAL. MATEMÁTICAS. GRADO OCTAVO

El inicio del proyecto en relación con el Pensamiento multiplicativo tuvo grandes expectativas especialmente para mi, pues no sabía exactamente que se debía trabajar en ese sentido, busqué desde los libros de evaluación del ministerio y encontré que a pesar de enseñar tantos años matemáticas no sabia nada acerca del "bulk" de conocimientos de que habla Vernaugd,, que estos para desarrollarse requieren de un proceso y un tiempo tan largo. Para mi, el hablar de resolución de problemas era algo familiar en cuanto que los estudiantes de práctica los desarrollan en el colegio, sin embargo nunca había desarrollado mi trabajo en este sentido, aún tengo mucho por aprender acerca de este tema., especialmente al aplicarlo en la práctica del aula. Estaba segura que al desarrollar las actividades de clase estaba trabajando con resolución de problemas, sin embargo al ver el informe de los auxiliares de investigación y revisando todo el proceso se nota que solamente trabajé algunos aspectos de resolución de problemas: la situación problema no partió de mis alumnos, creo que ahí radicó el primer error, las actividades fueron enfocadas especialmente para suplir las deficiencias que presentaban los alumnos en el manejo de fracciones; considero eso sí, que las preguntas guiadoras permiten hablar un poco de resolución de problemas pues estas permitieron a los alumnos reflexionar sobre su quehacer. En este sentido se cumplió con la reconceptualización de conocimientos presentes orientando hacia la construcción de un nuevo conocimiento. Es posible que algunos alumnos lograran investigar, comunicar o argumentar en relación con la actividad propuesta. Se buscó que los alumnos hablaran un poco más y desde mi papel, callarme, aunque es muy difícil porque siempre tiendo a dar la solución cuando ellos están buscándola y se demoran en encontrarla. Sin embargo el enmarcar las actividades desde un solo punto de vista como expresaron los auxiliares no les permitió a los alumnos trabajar las fracciones en diferentes contextos. Al final me queda el sinsabor de que no fue el mejor proceso investigativo y que me falta mucho por aprender sobre la resolución de problemas.

El análisis efectuado en cuanto al desarrollo del Pensamiento Multiplicativo nos hace reflexionar sobre todos los aspectos a tener en cuenta para implementar el trabajo de aula, solo voy a hablar sobre una que me llamó mucho la atención y es el Esquema de conteo que se trabaja desde el documento de Steffe "El concepto de número se presenta como resultado de una operación unitaria que puede tener una colección de objetos sensoriales como material de operación y una unidad de unidades como resultado de la operación. Los niños que han construido esta operación unitaria no necesariamente han construido secuencias numéricas, la internalización del proceso de contar y la construcción concomitante del uno como una unidad iteractiva. Para los niños que aún deben construir la operación unitaria, el proceso de contar es un esquema sensorio-motor, que se debe coordinar con patrones espaciales de dedos, y auditivos" al reflexionarlo y ver que éste es una operación, comprendo por qué los estudiantes tienen tanta dificultad para operar; si uno transpone esta definición sobre los números racionales (a/b), se explica por qué se les dificulta operarlos, ya que ellos no han trabajado este esquema en forma sensorio-motor, buscando los ejercicios adecuados para ellos, además no se trabajan los atributos de la fracción. La sugerencia de Vergnaud nos aclara muicho al respecto"La concepción primitiva de fracción viene de la estructura de partición y es usualmente útil para valores simples : ½ primero, ¼ uno dos años después, y 1/n (para n< 10) al final de la escuela elemental. Las fracciones arquimedianas son entonces vistas como operaciones y cantidades: 1/n primero vista como la división por n de alguna cantidad discreta o continua-es entonces un operador- pero el resultado es una cantidad fraccionaria 1/n...." difícilmente podrán operar las fracciones. En nuestro trabajo al finalizar todas las actividades nos dimos cuenta que iniciar las fracciones desde las operaciones conlleva muchas dificultades que se pueden superar, sin embargo, si trabajamos las fracciones teniendo en cuenta las anteriores sugerencias, creemos que el trabajo será más fructífero. Otro aspecto de la fracción son las razones que están involucradas en casi todos los temas de trabajo de la matemática, este aspecto debe tener un especial trabajo por lo cual se integró en la gestión de aula de tecnología para manejar la fracción como parte, todo, como división, como razón, en la formación de unidades múltiples similares por forma, como se explicita en la matriz de desempeños de los alumnos en el grado octavo.

Considero que desde nuestro trabajo en matemáticas, solo desarrollamos algunos aspectos de la fracción, el construir este "concepto de número" tiene una gran dificultad porque su internalización requiere verse desde muchos contextos, esta fue una falla del trabajo, pues las actividades no siempre fueron ricas en este aspecto y se requiere mucho más investigación.

Desde los desempeños planteados en el pensamiento multiplicativo solamente abarcamos uno: "control de unidades similares por forma para resolver problemas con fracciones",este se desarrolló en forma gráfica, lo cual nos llevó a comprender la importancia de la representación de la fracción desde la unidad lineal, y la unidad cuadrada. El splitting fue una herramienta de trabajo especialmente importante para las fracciones. Las fracciones nos permitieron trabajar algunos aspectos del álgebra para los alumnos desde los procesos de generalización, trabajo que se sigue desarrollando. A pesar del empeño del equipo de trabajo, desde mi punto de vista creo que nos hizo falta mas comprensión desde la teoría para lograr mejores resultados. Pienso que estamos listos para comprender mejor este proyecto e implementarlo en una forma más adecuada.

## MIS VIVENCIAS EN LA INVESTIGACIÓN. ROSA ADELINA RODRÍGUEZ. TECNOLOGÍA GRADO 9º.

Deseosa de transformar mi práctica pedagógica asumí el reto de participar como docente de tecnología en esta tarea investigativa. Mi meta era lograr vincular a la innovación y experimentación curricular la investigación educativa.

Ya comprometida en acción con el proyecto y en la etapa de fundamentación teórica me encontré con grandes dificultades para la comprensión del tópico – *pensamiento multiplicativo*-, a pesar de que el asesor del proyecto estuvo muy pendiente de facilitarnos material bibliográfico, carecía de algunos referentes conceptuales que no permitían éxito en el estudio. Por fortuna conté con el apoyo de todo el equipo que me permitió salir de la encrucijada. Hoy tengo claro vario temas, tales como: la división y la multiplicación como modelos de situaciones, la numeración y las cuatro operaciones, splitting, similaridad y razón de cambio, estructura multiplicativa, ente otros.

Dado que mi asimilación conceptual sobre el tópico mencionado fue lenta impidió que en el diseño de las primeras actividades hiciera evidente una definición clara de los desempeños ligados a propósitos cognitivos en matemáticas, que a través de la gestión en el aula se lograran desempeños de mis estudiantes.

Lo anterior me generó grandes tensiones inicialmente, pero gracias a mis compañeros logré fortalecerme y superar esta dificultad, pues definitivamente: "*se debe dominar lo que se pretende enseñar*". Debo sentirme satisfecha porque incorporé en mi campo conceptual, temáticas tales como: formación de unidades, control de unidades, unidades similares por forma (con diferente medida) en procesos iterativos, splitting, entre otros. Estos nuevos aprendizajes los incorporaré con mayor propiedad, con que la interpretación que hice al final del desarrollo del proyecto, en el futuro diseño futuro de mis secuencias didácticas, para lograr mejor integración entre la matemáticas y la tecnología que siempre ha sido de mi interés.

La asunción del tópico de *resolución de problemas* fue más fácil, probablemente por mi formación profesional, pues poseo una maestría en pedagogía de la tecnología. Siento que jaloné al grupo en este aspecto debido a que realicé muy buena apropiación del *modelo de enseñanza investigativo*, desde la perspectiva de Charnay.

Igualmente me fue claro lo relacionado con la *mediación instrumental* y lo hice evidente durante la ejecución del proyecto. Creo que mi aprendizaje en este aspecto se profundizó en el entendimiento de la mediación instrumental simbólica.

De otra parte, considero que realicé avances en *investigación educativa*, pues estuve en constante reflexión personal y grupal sobre nuestras prácticas pedagógicas, de manera tal que en muchas ocasiones fue necesario modificar las unidades didácticas iniciales. También creo que se consolidó un equipo de trabajo fuerte de profesores de matemáticas y tecnología, que ala fecha presentan las condiciones necesarias para continuar incursionando en la innovación e investigación educativa y por su puesto yo estaré ahí presente a pesar de las limitaciones de tiempo y del currículo rígido que se maneja en la mayoría de instituciones educativas.

## EL SENTIR DE LA DOCENTE VINCULADA DESDE OTRA INSTITUCIÓN.

## ¿CÓMO MEJORAR LOS PROCESOS DE APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN LOS NIÑOS Y NIÑAS DE LA BÁSICA PRIMARIA?. AURORA URREGO

La observación de esta experiencia me permitió cuestionar mi práctica pedagógica, en mi saber y hacer cotidiano , "replanteando " la forma como docente, estudiantes y saber nos hemos relacionado, en la "enseñanza de las matemáticas" de grado tercero; intentando buscar espacios de comunicación y construcción, alternativas de desarrollo en los procesos académicos, que favorezcan la comprensión, interiorización y apropiación de los conceptos básicos, desde la experimentación y participación en la construcción del conocimiento que permita desarrollar un ha sido lo más favorable, el reconocimiento del error y la validación del conocimiento por parte de ellos mismos.

-Las actividades y materiales elaborados se han socializado con la profesora del curso 3B quien ha manifestado el interés en las actividad que sus estudiantes realizan.

En relación del saber desde las estas actividades se ha logrado influenciar a los estudiantes para que logren: construir unidades múltiples con números naturales, desde el conteo. en los diferentes sistemas de numeración, en el manejo de agrupaciones, secuencias de numeración inicial, anidada, y tácitamente anidadas, en la composición y descomposición de números, series.

-A partir de la construcción de estas unidades los estudiantes resuelven situaciones que analizan, justifican y argumentan desde el porque de la respuesta y del procesos de solución en el mismo.

Considero importante que al decodificar información que encuentran en periódicos, precios de supermercados almacenes de cadena, plantean situaciones, se hacen diferentes preguntas y encuentran diferentes soluciones que comparten con sus compañeros. Su escritura y redacción han mejorado notablemente en la mayoría de los estudiantes, al igual que la Construcción de un lenguaje matemático usual. Los estudiantes lograron construir y relacionar diferentes formas de representación y una buena comprensión de los números y la numeración (valor posicional)

*"...soy otro cuando soy, los actos míos*

*son más míos si son también de todos,*

*para que puedan ser , ser de otro*

*salir de mi, buscando entre los otros,*

*los otros que no son si yo no existo,*

*los otros que me dan plena existencia,*

*no soy, no hay yo, siempre somos nosotros ..."*

***Octavio Paz.***

# 7. DISEÑO METODOLÓGICO

La descripción del proceso de investigación-innovación muestra un diseño de investigación desde la acción participativa, con elementos de la investigación etnográfica.

Tanto los docentes, como los practicantes de la Universidad Distrital fuimos objetos y sujetos de la investigación. Revisamos y reflexionamos sobre nuestro rol de docentes, transformamos nuestras prácticas, diseñamos actividades didácticas dentro del objetivo de desarrollar pensamiento multiplicativo, introdujimos o perfeccionamos nuestra metodología de resolución de problemas y aprovechamos al máximo las posibilidades del instrumental didáctico. Esta tarea innovadora y a la vez investigadora se cumplió de manera participativa, considerando las deficiencias y los progresos de nuestros estudiantes, validando la eficacia de los diseños didácticos y especialmente, buscando la acción autónoma y regulada hacia el aprendizaje.

Desde el enfoque etnográfico, la investigación se centró en la reflexión permanente de las prácticas pedagógicas buscando explicaciones y causas de los problemas que se presentan en el aula. Los docentes nos convertimos en observadores participantes de las conexiones entre la institución educativa y el contexto general dentro del cual se desarrollan los procesos educativos. Así, como parte de la comunidad educativa aprendimos desde nuestra propia experiencia y de los procesos comunicativos al interior del grupo innovador, como al interior del aula, enmarcados por la organización institucional, dentro de la cual tuvimos que mediar tensiones. Los conocimientos que circulan en el aula fueron objeto de estudio y dentro de los grupos de trabajo en cada grado y en las socializaciones generales.

La gestión de aula es considerada como un sistema complejo y dinámico en el que se entrelazan, el aprendizaje común, los aprendizajes individuales y las rutas de aprendizaje, tanto de docentes como de estudiantes.

Este principio de interrelación dinámica también estuvo presente entre lo que podríamos considerar los momentos de trabajo en clase y la investigación en sentido estricto, evidenciado en el diseño de las actuaciones de clase donde se partió de unas trayectorias de aprendizaje posible, construidas a partir de los resultados de la investigación cognitiva conocidos, que cuando son colocados en el salón de clase se ven afectados por las ocurrencias de la misma, situaciones que nos hicieron modificar y reestructurar permanentemente los diseños. A su vez las actividades de aprendizaje diseñadas permiten estructurar la observación de la clase, es decir, la toma de datos significativos para la investigación. Este entrelazamiento entre marco teórico, diseño, práctica de clase, rediseño, reinterpretación del marco teórico y vuelta a la práctica, constituyeron un ciclo de actuación de los integrantes del equipo de investigación.

## 7.1 ESTRATEGIAS DE RECOLECCIÓN DE LOS DATOS

Las observaciones realizadas por los auxiliares de investigación de la gestión, constituyeron la base para las reflexiones, interpretaciones, explicaciones, descripciones sobre lo pensamiento desde los saberes, métodos, relaciones y afectos de los niños y niñas en el encuentro y hacer cotidiano con las matemáticas.

El proyecto ha tenido incidencia directa en mi rol de docente, en las relaciones e interacciones del conocimiento.. Ya no "dicto clase a mis estudiantes", sino , busco comunicación con los niños y niñas, reconociendo los saberes que traen. Olvidando el "poder del saber del maestro"y facilitando la participación activa y continúa en la construcción del conocimiento, de las matemáticas como nociones y sistemas relacionadas, no como reproducción de modelos y procedimientos. Mis aprendizajes más relevantes en este proceso son:

-El sentir del cambio en la metodología , trabajo de equipo como elemento de construcción social, el análisis de discusiones colectivas. Lo que un niño hace hoy en compañía con otro, lo podrá hacer solo mañana.(Vigosky)

-El error como validación del conocimiento que posibilita elaborar y aclarar conceptos, proponer nuevas situaciones problemáticas, construir y argumentar su propio conocimiento.

-El trabajo desde la resolución de problemas, como el obstáculo a superar, al percibir una dificultad., la utilización planeada y continua de la pregunta, como posibilidad de argumentación y validez.

-La necesidad permanente de una formación, actualización y participación que fortalezca mi saber disciplinar matemático y permitan lograr los cambios necesarios en el enseñar y aprender.

-El rol de los estudiantes se ha modificado, las relaciones entre ellos mismos han cambiado, el trabajo en grupo, permite un acercamiento, los niños y niñas se explican entre sí, "La disciplina" al igual que el interés en los estudiantes es de compartir y relación.

-El trabajo de tríos, permite un mejor seguimiento de los procesos de aprendizaje, aunque el número de estudiantes en el aula es un impedimento para realizar actividades más exitosas.

-La realización de protocolos de las acciones que se realizan en el aula, donde anotamos los avances y dificultades de los estudiantes y del docente, como estrategia de recolección e interpretación de información.

-Utilizan términos de la matemática formal que se han dado a conocer para que los "acomoden" a lo que significa para ellos.

Es muy difícil también que los estudiantes al no lograr superar la dificultades quieran que se les dé la respuesta que ellos deben encontrar, pero esto ha mejorado con un banco de preguntas que a diario van creciendo con el objetivo de siempre hacer énfasis sobre lo que los niños y niñas preguntan , y no dar las respuestas , sino que sean ellos que las socialicen , permitiendo explicar el cómo lo realizaron, argumentando; al principio producía temor, lo explican en su grupo, pero no les gustaba hacerlo al grupo en general, sin embargo cuando encuentran una solución se desplazan por los demás grupos confrontando, explicando y corrigiendo a sus compañeros, esto que acontece en el aula. Los documentos, apuntes, cuadernos de seguimiento del desempeño de los estudiantes fueron motivo de análisis para el replanteamiento de los diseños, por cuanto mostraban las rutas de aprendizaje.

Las entrevistas a los docentes permitieron reunir información sobre el perfil del docente con respecto a nuestra formación y la mirada que se tenia antes del proyecto frente a la enseñanza de la matemática. En nuevas entrevistas se recolectó información necesaria para ir registrando las modificaciones en las prácticas pedagógicas durante el desarrollo del proyecto. Estos instrumentos se estructuraron en forma de preguntas abiertas de las cuales hay grabaciones e interpretaciones en los informes parciales.

Los registros de clase son descripciones vinculadas a las acciones de la clase que dan cuenta de las transformaciones del aula cuando se gestiona por resolución de problemas y se usa intencionalmente un instrumental didáctico, el desarrollo de nuevos procesos de evaluación, los cambios en el currículo, etc. De todos modos corresponden a relatos subjetivos que permiten dar cuenta de los ambientes, los sentimientos, las dificultades, los aciertos de las actividades realizadas.

Los escritos de los estudiantes, se analizaron desde dos momentos: los desarrollados en las clases y los desarrollados durante las evaluaciones de desempeño.

## 7.2 FASES DE LA INVESTIGACIÓN

El proyecto se desarrolló de acuerdo con la propuesta así;

Fase 1: Fundamentación teórica o Indagación de lo concerniente a la estructura multiplicativa, resolución de problemas y del uso del instrumental de enseñanza como mediador y acorde con los propósitos de innovación. El desarrollo de esta fase no tuvo un momento especifico sino que se realizo durante todo el proyecto, hasta el día de hoy cuando aun continuamos con la apropiación en nuestros diseños de aula. Efectivamente logramos llegar a una comprensión más compleja y profunda del conocimiento actual construido por cada uno de los profesores y los practicantes.

Fase 2: El diseño de la secuencia de actividades que incluyó la experiencia de trabajo en el aula, en los cursos seleccionados considerando los hallazgos de los conocimientos previos y de las expectativas que traían los alumnos respecto de la multiplicación. En todos los grados se realizó una evaluación diagnóstica pensada para identificar dichos conocimientos. El encuentro de fortalezas y deficiencias se reflejó entonces en la construcción del primer diseño de la secuencia de actividades, revisando además los programas curriculares, los estándares, las experiencias exitosas, para proponer situaciones problema macro y micro. Las experiencias de aula iban mostrando nuevos caminos para los diseños.

Fase 3: Puesta en acción del diseño realizado: Una vez diseñada la primera secuencia de actividades se inicio la ejecución en el aula con la atenuante, de ser aplicada en todos los cursos indiferentemente de si correspondía al curso observado o no.

La observación participante, tanto del maestro como del auxiliar de investigación y de algunos practicantes posibilitó la reflexión permanente de los procesos del aula para la construcción de los rediseños parciales, que a su vez eran motivo de análisis y reconstrucción. Los registros de información, especialmente los protocolos de clase nos sirvieron como punto de partida para el diseño de las subsiguientes secuencias de actividades y para el replanteamiento de las estrategias de resolución de problemas y su correspondiente mediación instrumental.

La evaluación de desempeño, bien sea, la planeada desde nuestro proyecto o la exigida por la institución sirvió de base para el monitoreo del pensamiento multiplicativo. Esta evaluación a su vez, nos daba pautas para los rediseños de acuerdo a los resultados analizados en cada grado y aún en cada curso.

Fase 4: Análisis de los datos obtenidos. A partir de los registros de los auxiliares a través de los protocolos y de la observación participante del maestro, las reuniones de departamento y las reuniones extraordinarias se convirtieron en espacios de análisis de los avances o dificultades en el desarrollo del pensamiento multiplicativo haciendo una categorización orientada por el asesor como gestión de aula, de manera que permitiera ir identificando nuestras rutas pedagógicas dentro de una triada de relaciones conocimiento, maestro, alumno que fue registrada en el segundo informe parcial al IDEP. Igualmente los auxiliares iban construyendo nuestro perfil pedagógico.

Los datos se analizaban por grupos de grados y luego se socializaban en plenarias.

Fase 5: Elaboración de conclusiones e informe final.

Estas acciones metodológicas se llevaron a cabo mediante tres tipos de eventos, tal como se señala en la propuesta: indagación, reuniones semanales de los equipos y seminario semanal (4 horas semanales, incluye sesiones de trabajo del área de matemáticas y tecnología del colegio y reuniones extra) de reflexión teórica y monitoreo de la investigación.

## 7.3 CONFORMACIÓN DEL EQUIPO DE INVESTIGACIÓN

Organizan con roles y tiempos diferenciados, el trabajo del grupo de investigación, así:

Aquellos que participan directamente en el diseño y la gestión de clase. Este equipo estuvo constituido por ocho (8) Profesores del área de matemáticas y de tecnología de la Unidad Básica Rafael Uribe Uribe, quienes serán los directos responsables del desarrollo de las experiencias de aula, así como también actuarán como investigadores de su propia práctica.

Ocho (8) tesistas, estudiantes de la Universidad Distrital, serán sendos observadores de las clases de los 8 profesores, encargados de toma de registros de observación. Participaron en las actividades de diseño y rediseño de las trayectorias de enseñanza, en el análisis de la información y en la triangulación de la misma como estrategia que garantice objetividad, pertinencia y calidad de los análisis.

Ocho (8) estudiantes practicantes de último semestre de la Licenciatura en Matemáticas, quienes actuaron como auxiliares del trabajo de clase, en la ejecución de las actividades diseñadas y como observadores participantes de los logros y dificultades de los estudiantes.

1 Asesor. Profesor Jaime Romero Cruz de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas quien participará como observador externo y dinamizador de las actividades de análisis de la información y de las actividades de construcción de las trayectorias de enseñanza. Igualmente orientó las reflexiones teóricas a través de conferencias y talleres de asesoría por grupos de grado.

# 8. CONCLUSIONES GENERALES

## 8.1 ACERCA DEL PENSAMIENTO MULTIPLICATIVO

**<Sólo se puede enseñar lo que se domina>**

Los siguientes desempeños ligados a propósitos cognoscitivos sobre pensamiento multiplicativo fueron alcanzados, tanto por maestros como por estudiantes.

- Reconocimiento de una unidad discreta y/o continua en diferentes contextos.
- Formación de unidades múltiples de unidades múltiples y unidades similares por forma y medida.
- Se efectuaron relaciones o comparaciones entre diferentes unidades
- A partir de una unidad no estándar, creada por el o estudiante, realiza procesos iterativos de medición.
- Control de unidades múltiples cuando se trata de resolver problemas con números enteros positivos.
- Control de unidades similares por forma para resolver problemas con fracciones, apoyados en los atributos de la fracción (Llenares, Sánchez y Payne).
- Hoy como maestros reconocemos que objetos matemáticos (Godino, 1991) como función exponencial, logaritmación, procesos iterativos, proporcionalidad, sistema posicional, entre otros, forma parte de una estructura de pensamiento multiplicativo y no como sucesiones temáticas.
- Hoy como maestros reconocemos que objetos matemáticos (Godino, 1991) como función exponencial, logaritmación, procesos iterativos, proporcionalidad, sistema posicional, entre otros, forma parte de una estructura de pensamiento multiplicativo y no como sucesiones temáticas.
- A partir del conocimiento de la zona próxima de desarrollo del estudiante, el docente puede elegir un objeto matemático como eje articulador de una propuesta curricular. En nuestro proyecto encontramos que uno de los ejes articuladores más ricos en el desarrollo del pensamiento multiplicativo es la proporcionalidad, ya que permite enlazar un buen número de objetos.
- A partir del análisis de las dificultades presentadas por los estudiantes, tal como lo señala Steffe, pudimos comprobar que mientras no tengan una comprensión clara de aspectos del número, como el conteo en el que esta involucrado como esquema anticipatorio no podrá operarlo.

## 8. 2. EN CUANTO A LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

- Se produjo un cambio de rol del estudiante evidenciado en la actitud participativa y activa en tanto que:
- Apoya la búsqueda de información mediante la consulta, sistematización y discusión de información con sus pares en el trabajo en el aula.
- Formula conjeturas y las valida

- Busca nuevas soluciones generando su conocimiento, siendo capaz de sustentarlo, discutirlo y validar la propuesta del otro.
- Participa en la construcción de normas de trabajo y reglas de juego.(contrato didáctico)
- Tanto para el maestro como para el estudiante, **el error** constituyó un punto de partida para la revalidación de sus conjeturas.
- Desde el grupo de trabajo se discutió cuales serían las situaciones problema que serian llevadas al aula para que estas resulten significativas para el estudiante.
- El docente se convierte en un orientador del proceso donde permite al estudiante, interactuar y formular sus hipótesis, cuestionando el proceso, aprendiendo a callar para dar paso a la palabra.

## 8. 2.1 ASPECTOS REFERENTES A RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS EN EL AULA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DESDE EL DOCENTE

*I. Buscar los enunciados y actividades que generen situaciones problémicas*

- **Para construir la secuencia de actividades:**

- Llegamos a un consenso con el equipo de trabajo en el desarrollo de actividades con el fin de permitir a los estudiantes la construcción de un espacio lúdico.
- Reconocemos en actividades de construcción un fuerte potencial por la disposición de los estudiantes a ese tipo de trabajo
- Concebimos un orden en las temáticas que se supone deben trabajarse en cada grado; buscando su relación con aspectos a trabajar en tecnología.
- Se produce una separación de la propuesta conjunta debido a que los docentes intentan dar a los estudiantes herramientas para abordar los enunciados desviándose en pro de las temáticas (sobre todo en matemáticas), a excepción de novenos.
- En la construcción de problemas se plantean diferentes alternativas, a través de una situación experencial , a través de un enunciado escrito.
- Se concibe un orden en las temáticas que se supone deben trabajarse en cada grado; buscando su relación con aspectos a trabajar en tecnología.

- *Introducir y privilegiar "nuevos" modelos de representación (lugar privilegiado del instrumental didáctico), contribuir con la búsqueda de contradicciones y ambigüedades en los razonamientos y propuestas de solución a la situación problémica.*

- La dinámica de discusión planteada permitió al estudiante interactuar y formular sus hipótesis, cuestionando y comparando el proceso llevado entre diferentes estudiantes
- Se generaron espacios libres donde el estudiante compartiera discusiones dadas y realizara procesos a su propio ritmo; aunque los planteamientos de preguntas variaba según el ritmo de trabajo y las orientaciones.
- ***Propiciar la construcción de lenguaje matemático usual (LMU).***

- Se diseñan actividades que le permitan al estudiante ir construyendo soluciones y encontrar formas de representación que modelen la situación, privilegiándose las representaciones canónicas tradicionales
- Para el manejo del error en actividades y soluciones propuestas se cuestionaba sobre lo que se pedía; lo realizado por el estudiante y por sus compañeros, intentando observar la validez de lo hecho con el grupo.
- *Reflexión sobre la diferencia entre el LMU y el vernacular. (Pretensión de univocidad en la significación, potencia de lenguaje algebraico como esquema: una sola frase refiere o puede referir infinita cantidad de eventos...., formas argumentativas válidas en LMU).*

- Comparando los modelos y la eficacia, preguntándose implícitamente cuál modelo es mejor en determinada situación.

- *De manera expresa, hacer aparecer en el aula conocimientos, reflexiones, argumentaciones... que provienen de alguna(s) actividad(es) previa(s) desplegada(s) por los estudiantes, sobre un enunciado que propone una situación que cuestiona un conocimiento previo de los estudiantes.*

- El proceso de institucionalización fue interesante, porque devolvió el poder de colocar ejemplos sobre una teoría permitiendo concretar lo dicho por los estudiantes y ubicarlo como un conocimiento buscando finalmente la transposición de ese conocimiento a otras situaciones.

### 8.2.2 RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DESDE EL ESTUDIANTE

*I. Participar en la actividad propuesta mediante un enunciado, un reto intelectual*

- Se intenta en un inicio plantear las reglas de juego con los estudiantes planeando la construcción de un contrato didáctico.
- Cuando el estudiante plantea el contrato didáctico no expone sus intereses en cuanto a las temáticas que se deben abordar; el contrato que los estudiante plantean es normativo, ya que están acostumbrados a seguir una línea de trabajo, pero no ha proponerla.

- *Participar en la actividad de formulación (expresión ordenada de la manera y los recursos usados en una solución del enunciado, así como las preguntas que procuran obtener mayor comprensión del procedimiento y de los conocimientos usados por el alumno que expone su solución).*
- El estudiante parte de un enunciado y no presenta propuestas.
- El estudiante solo participaba en el planteamiento de la solución
- En las actividades se muestra interés tratando de discutir entre ellos, e intentando comprender lo que se dice.
- *Participar en la actividad de argumentación (sostener mediante criterios racionales que sustenten, frente a las preguntas de los compañeros, por qué es buena su solución, y qué justifica sus maneras de proceder).*
- Al iniciar las actividades están motivados (Manejan motivaciones y no retos).

- Participa en la actividad interpretando el problema planteado por el profesor, colocando su punto de vista y lo comparte discutiendo con algunos estudiantes.
- A través de discusiones generadas algunos presentan su propuesta para sintetizar lo que se ha trabajado
- Partiendo de observar que los estudiantes al inicio del proceso se les dificultó el argumentar, se reconoce en el transcurso de las actividades avances en el intento de dar un por qué a su respuesta significándola en un contexto.
- Se generó bastante dificultad porque no se ha aprendido a escuchar, porque todos querían hablar, no se intentaba analizar. Ante esto se necesito usar continuamente el llamado de atención y la reflexión para la escucha y el respeto hacia la palabra del otro.

- *Participar en la actividad de validación (someter a juicio comparativo por qué su solución debe mantenerse a pesar de otras soluciones posibles).*

- Se observan algunos estudiante hiperactivos, que al inicio no son organizados en cuanto a repartir tareas y asignarse roles.
- Los cuestionamientos no se quedan en el no entiendo, y trascienden a preguntas puntuales sobre el trabajo realizado, ya sea planteándoselos al profesor, o a sus compañeros.
- Entre ellos se cuestionan respecto de sus errores haciendo que se reformule el problema o la situación aplicada, logrando mayor apropiación del conocimiento
- En ocasiones se generaban errores, no porque no sepan sino por la comprensión de uso puesto en juego esto debido a que tenían esquemas que le servían para solucionar otras situaciones, pero que en ese contexto no tenían completa validez (Este proceso mejoro su nivel interpretativo)
- Cuando el docente hace la institucionalización, el estudiante trata de clarificar lo trabajado, identificando la equivalencia de diferentes estrategias de solución y aportando en la validación y concreción del docente usando en nuevos contextos

## 9. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


**AZCÁRATE, P.** (1995). *El conocimiento profesional de los profesores sobre las nociones de aleatoriedad y probabilidad: Su estudio en el caso de la Educación Primaria.* Tesis doctoral inédita. Universidad de Cadiz.

**BONILLA, M; SÁNCHEZ, N; VIDAL, M.** (1999); *Como enseñamos aritmética.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas- IDEP: Bogotá.

**BRIAN,** Bolt.*Matemáquinas. La Matemática que hay en la tecnología.* Editorial Lasbor S. A.

**CHARNAY, R.** (1988). *Aprender por medio de la resolución de problemas.* Universidad Nacional de Comahue.

**CHARNAY, R.** (1993). *Aprender (por medio de) la Resolución de Problemas.* En: PARRA, C. y SAIZ, I. (Comp.). Didáctica de las Matemáticas: Aportes y Reflexiones. Buenos Aires: Paidós. pp. 51-63

**CONFREY, J.** (1994) *Splitting, Similarity, and Rate of Change: A New Approach to Multiplication and Exponential functions.* In G. Harel and J. Confrey (Eds), The development of multiplicative reasoning in the Learning of mathematics. Research in Mathematics Education Series. Albany, NY :State University of New York Press. pp. 291-330

**DUBINSKY, E.** (1991) *Reflective Abstraction In Advanced Mathematical Thinking* In: D. Tall (Ed), Advanced Mathematical Thinking. pp. 127-139. Dordrecht :Kluwer Academic Publishers.

**DUVAL, R.** (1999). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales.* (M. Vega, trad.), Cali: Universidad del Valle. (Publicación original 1995)

**ELLIOTT, J.** (1990) *La investigación acción en educación.* Madrid :Morata. Citado por Ascárate

**FISCHBEIN, E. DERI, M. NELLO, M.** and **MARINO, M.** (1985) citado por Harel y otros (1994)

**FREUDENTHAL, H.** (1994) *Fenomenología de Las Estructuras Aritméticas Elementales,* México :Iberoamericana.

**GRUPO PRETEXTO** (1996*). La Variable en Matemáticas como Problema Puntual: Búsqueda de causas en octavo grado.* Informe Final de Investigación. Santa Fe de Bogotá: Universidad Distrital-COLCIENCIAS, Cód. Co. 1130-10-004-92.

**HAREL, BEHR, LESH, POST.** (1994) *Intituive Models* In G. Harel and J. Confrey (Eds), The development of multiplicative reasoning in the Learning of mathematics. Research in Mathematics Education Series. Albany, NY :State University of New York Press. pp. 363-384

**LAMON, S.** (1994) *Ratio and Proportion: Cognitive Foundations in Unitizing and Norming* . In G. Harel and J. Confrey (Eds), The development of multiplicative reasoning in the Learning of mathematics. Research in Mathematics Education Series. Albany, NY :State University of New York Press. pp. 89-120

**LEÓN, O; CALDERÓN, D.** (2001) *Requerimientos didácticos y competencias argumentativas en matemáticas.* Bajo contrato de investigación con COLCIENCIAS-IDEP. Bogotá :Jorge Antonio Vega Impresos y publicidad.

**LLINARES, S. y SÁNCHEZ, M.** V (1988). *Fracciones.* La Relación Parte Todo. Madrid: Síntesis. pp. 17-168.

**MARTIN, S.** (1993) *Future Primary Theachers' Knowledge About Division.* Pennsylvania University. In: Juornal for Reasarch in Mathematics Education 1993 vol 24 N° 3 pp. 233-254.

**MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL (MEN)** (1998). Matemáticas-Lineamientos Curriculares Bogotá: Creamos Alternativas.

**MOCKUS, A.** (1998). *Representar y Disponer.* Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

**MORENO, L.** y **SANTOS, L** (2000) *Proceso de transformación del uso de tecnología de herramienta a instrumento para solucionar problemas de matemáticas por los estudiantes.* En: Memorias Seminario Nacional de Formación de Docentes: Uso de nuevas tecnoloogóias en el aula de matemáticas. Proyecto incorporación de Nuevas tecnologías al currículo de matemáticas de la educación media de Colombia. Pág. 263 – 268. MEN

**PIAGET, J.** (1970a) *Genetic epistemology.* (E. Duckworth, trans.), Columbia University Press, New York. Citado por Dubinsky (1991)

**PIAGET, J.** (1972) *The principles of genetic epistemology.* (W. Mays, trans.), Routledge & Kegan Paul, London (original published 1970). Citado por Dubinsky (1991)

**PIAGET, J.** (1985) *The equilibration of cognitive structures.* (T. Brown and K. J. Thampy, trans.), Harvard University Press, Cambridge MA (original published 1975). Citado por Dubinsky (1991)

**PIAGET, J.** y **SZEMINSKA, A.** (1980) *Génesis Del Número en El Niño.*(S. Vassallo, trad.), Buenos Aires :Guadalupe (Original publicado en 1964).

**PORLÁN, R.** (1995). *Constructivismo y Escuela.* Sevilla : Diada

**PRETEXTO** (1997) *La transición aritmética - álgebra.* Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá :Gaia.

**STEFFE, L.** (1994) *Children's Multiplying Schemes.* In G. Harel and J. Confrey (Eds), The development of multiplicative reasoning in the Learning of mathematics. Research in Mathematics Education Series. Albany, NY :State University of New York Press. pp. 3-39.

**VERGNAUD, G.** (1990) *La theorié des champs conceptuales.* En: Recherches en didactique des mathemátics. Vol 10, 2,3 p. 133-170.

**VIGOTSKI, L.** (1989) *Desarrollo de los procesos psicológicos superiores.* Crítica

## BIBLIOGRAFÍA DE APOYO

**AZCARATE** y **DEULOFEU** (1990), *Funciones y Gráficas*, Síntesis.

**CASTRO, ANABELLE**, (1998), *Metodología Novedosa Para la Enseñanza De la Geometría con la T. I.92 Plus*, Universidad de Costa Rica.

**D'AMORE, B.** (2000) *Semiotica e noética nell'apprendimento dei concetti matematici.* En: B: D'Amore (ed.) Matemática e didattica: tra sperimentaziione e ricerca. Pitágora, Bologna 2000, 37-48.

***ESPECIALIZACIÓN EN LENGUAJE Y PEDAGOGÍA DE PROYECTOS*** *(2001)* Antología de proyectos pedagógicos. Cuadernos de trabajo Nº 2 . *Bogotá :Centro de Investigaciones y Desarrollo Científico, Universidad Distrital, Fondo de Publicaciones Universidad Distrital*

**GODINO, J.** (1998) *Uso de material tangible y gráfico textual en el estudio de las matemáticas: Superando algunas posiciones ingenuas.* En: A. Camacho y cols. (Ed.) Actas de ProfMat 98. Associaçao de professores de Matemática. Guimaraes. pp. 117-124

**HABERMAS, J.** (1982). *Teoría de la Acción Comunicativa.* Vol.1. Madrid: Taurus Humanidades.

**JANVIER, C.** (1987) *The Notion of Funtión as graphic* Learning of Mathematics Representation And Understading. New Jersey, USA: LEA: p 67 – 71.

**LEÓN, J** y **VERGEL, R.** (1997), *Enseñanza del Concepto de Función Lineal en Octavo Grado de Educación Básica Secundaria,* Trabajo para optar al titulo de Especialista en educación Matemática, Universidad distrital.

**LLINARES, S.; SÁNCHEZ, V.** y **GARCIA, M.** (1994): *Conocimiento de contenido pedagógico del profesor. Tareas y modos de representación para las fracciones.* Revista de Educación No. 304. Madrid :Centro de Publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia.

**LÓPEZ, ARMANDO** (1998), *Propuesta Metodológica Para la Enseñanza de la Geometría Plana a través de la T. I. 92 Plus*, Reporte de Investigación Universidad Nacional de México.

**LURDUY, O. y ROMERO, J.** (1999) *Estructura multiplicativa y formación de profesores para la educación básica.* En: La enseñanza de la matemática escolar y la formación del profesor. Grupo de Matemáticas Escolares de la Universidad Francisco José de Caldas. Serie Cuadernos de Matemática Educativa. Vol 1. pp. 87-125. Bogotá :Gaia.

**LURDUY, O. y ROMERO, J.** (1999) *Estructura multiplicativa y formación de profesores para la educación básica.* En: La enseñanza de la matemática escolar y la formación del profesor. Grupo de Matemáticas Escolares de la Universidad Francisco José de Caldas. Serie Cuadernos de Matemática Educativa. Vol 1. pp. 87-125. Bogotá :Gaia.

**MOCKUS, A. y otros** (1994). *Las Fronteras de la Escuela.* Santa Fe de Bogotá: Magisterio.

**MOCKUS, A. y otros** (1994). *Las Fronteras de la Escuela.* Santa Fe de Bogotá: Magisterio.

**MORA, O; ROJAS, P; BARÓN, C.** (1999) *Los Niños y Las Fracciones.* En: La enseñanza de la matemática escolar y la formación del profesor. Grupo de Matemáticas Escolares de la Universidad Francisco José de Caldas. Serie Cuadernos de Matemática Educativa. Vol 1. pp. 125-146. Bogotá :Gaia.

**MORA, O; ROJAS, P; BARÓN, C.** (1999) *Los Niños y Las Fracciones.* En: La enseñanza de la matemática escolar y la formación del profesor. Grupo de Matemáticas Escolares de la Universidad Francisco José de Caldas. Serie Cuadernos de Matemática Educativa. Vol 1. pp. 125-146. Bogotá :Gaia.

**POOLE BERNARDS** (1999), Tecnología Educativa, MC Graw Hill.

**ROJAS, NUBIA ISABEL** (1991), *Integración de las Matemáticas a la Geometría en el Curso Cuarto de Educación Básica Primaria,* Trabajo Para Optar el Titulo de Licenciada en Primaria,

**SUAREZ, CUCAITA LILIA** (1989), *"Secuencia de Actividades Para Calcular el Area de Algunos Polígonos en Grado Cuarto de Educación Básica Primaria"*, Trabajo Para Optar el Titulo de Magister en Docencia de la Matemática, Universidad Pedagógica Nacional

**TALL, D.** (1991) *The Psychology of Advanced Mathematical Thinking* In: D. Tall (Ed), Advanced Mathematical Thinking. pp. 1-21. Dordrecht :Kluwer Academic Publishers.

**TOSCANO, CARMEN** (1999), *Un Estudio de la Función Lineal Usando Derive*, Trabajo Para Optar el Titulo de Especialista en Educación Matemática, Reporte de Una Experiencia en Novenom grado a través de la T. I. 92 Plus, Reporte de Investigación Universidad Nacional de México.

**UNA EMPRESA DOCENTE** (1997), *La Geometría con Cabri*, Propuesta presentada añ IDEP para actualización de Profesores de Geometría Grados Sexto y Séptimo de Educación Básica, Bogotá.

**VERGNAUD, G.** (1996) *El niño, las matemáticas y la realidad:* Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. (L. Ortega, trad.), México :Trillas. (Traducción de la tercera edición 1985)