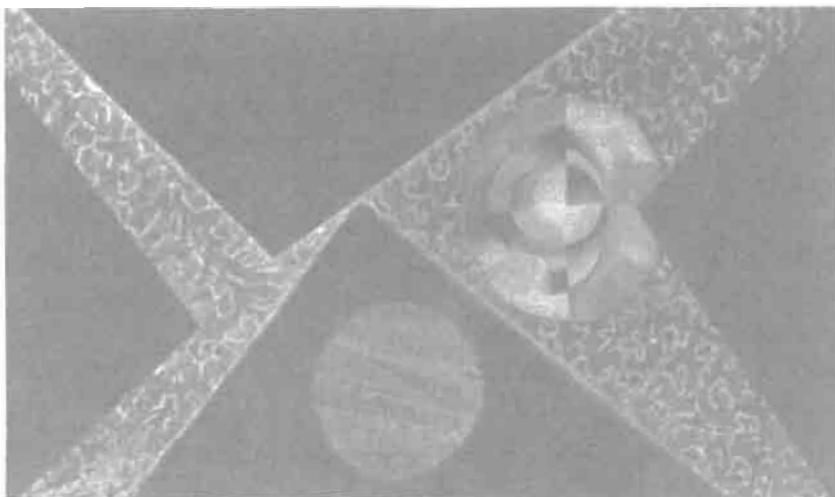


INVESTIGACIONES E INNOVACIONES DEL IDEP



SISTEMATIZACIÓN DE ENCUENTROS SOBRE INVESTIGACIÓN EDUCATIVA

TEORÍA Y PRÁCTICA DE LA EDUCACIÓN MATEMÁTICA

*Encuentro de saberes en precálculo y tecnología**

“una empresa docente”

Estas memorias son producto del proyecto *Teoría y práctica de la educación matemática. Encuentro de saberes en precálculo y tecnología*, coordinado por “una empresa docente” y financiado por el Instituto de Investigación Educativa y Desarrollo Pedagógico (IDEP) –dentro de la modalidad de “encuentro de saberes”, cuyo objetivo era “promover proyectos de encuentros académicos entre teóricos de la educación y maestros en ejercicio”.

Se llevaron a cabo en la Universidad de los Andes siete reuniones en las que participaron profesores de matemáticas del Distrito Capital, profesores de matemáticas universitarios, investigadores en educación matemática, y funcionarios del IDEP y del Ministerio de Educación Nacional (MEN). En tales reuniones hubo oportunidad para que los participantes presentaran sus puntos de vista acerca de temas como la investigación en educación matemática, la formación de profesores, el diseño curricular, las políticas de innovación e investigación y los lineamientos curriculares, las tendencias de la investigación en tecnología y precálculo en nuestro medio, y las aplicaciones de la tecnología en la educación matemática. También se abrió un espacio para que profesores universitarios y de colegio expusieran sus experiencias pedagógicas con el uso de la tecnología en clase.

Los temas tratados en el primer encuentro fueron la investigación en educación matemática, la formación de profesores y el diseño curricular. Los ponentes –todos ellos investigadores en educación matemática– fueron Gloria García de la Universidad Pedagógica Nacional, Pedro Javier Rojas de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas y Pedro Gómez de “una empresa docente”, Universidad de los Andes. En la siguiente reunión se dio espacio a profesores

* La secciones de este texto son apartes extraídos y sintetizados de la cartilla *Teoría y práctica de la educación matemática. Encuentro de saberes en precálculo y tecnología. Memorias de un encuentro realizado entre noviembre de 1999 y junio de 2000*. Publicado por “una empresa docente” en noviembre de 2000 y financiado por el IDEP. Este encuentro de saberes participó en la convocatoria 04-99. El informe final se encuentra en el Centro de Documentación del IDEP.

de matemáticas para que expusieran sus puntos de vista en relación con las mismas temáticas tratadas en la primera reunión. Las exposiciones estuvieron a cargo de Beatriz Cuadros y Sara Garavito, profesoras del Colegio José Félix Restrepo, y Elizabeth Rojas, profesora del Colegio Juan del Corral.

De las dos primeras reuniones surgieron inquietudes acerca de lo que significa investigar e innovar así como de aspectos relacionados con el diseño curricular. Las ponencias de la tercera reunión centraron su atención en el tema de la investigación y la innovación educativa como prácticas que sería deseable que el docente asumiera. Se contó con el punto de vista de funcionarios públicos del sector educativo, fueron los ponentes Elizabeth Riveros y Aurelio Uson en representación del IDEP. Celia Castiblanco en representación del MEN presentó los enfoques teóricos del Ministerio que sustentan los lineamientos curriculares en tecnología y educación matemática. También presentó las bases de un proyecto de diseño curricular que se está llevando a cabo en un trabajo colaborativo entre el Ministerio, algunas universidades y algunos colegios del país, alrededor de la incorporación de nuevas tecnologías en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas escolares.

Se inicia con la cuarta reunión la serie de ponencias centradas en el tema de la educación matemática y la tecnología. La investigadora Marina Ortiz, miembro del Anillo de Matemáticas, presentó un panorama de la investigación en educación matemática y, en particular, de la tecnología en la educación matemática en nuestro medio, basada en un estudio que realizó recientemente para el Instituto Colombiano para el Desarrollo de la Ciencia y la Tecnología Francisco José de Caldas (Colciencias). El profesor Bernardo Gómez de la Universidad de los Andes presentó el software Modellus, como recurso didáctico con altas potencialidades para integrar las matemáticas a otras disciplinas.

En tal reunión fue evidente que varios de los asistentes no habían tenido contacto cercano con el uso de la tecnología. Por tal razón se vio la pertinencia de realizar un taller en el que se pudiera vivenciar, en alguna medida, lo que puede significar aprender matemáticas con tecnología. Es así como en la quinta reunión, Cristina Carulla y Edgar Guacaneme, investigadores de “una empresa docente”, coordinaron un taller centrado en el uso de calculadoras graficadoras como herramienta para el aprendizaje del precálculo. Por su parte, Margarita de Meza, también miembro de “una empresa docente”, ilustró la potencialidad del software Cabri en el aprendizaje de la geometría.

Para conocer más a fondo el programa del Ministerio acerca de la incorporación de nuevas tecnologías en el aula, se invitó a la sexta reunión a Leonor Camargo, investigadora de la Universidad Pedagógica Nacional, quien presentó



sus propias visiones acerca de la tecnología en la educación matemática y expuso detalles del proyecto del MEN en el que está trabajando. En segundo lugar, se quiso mostrar la visión de un profesor universitario y fue así como se invitó al profesor Iván Castro de la Universidad Javeriana, quien habló acerca del software Derive como recurso y estrategia utilizados en las clases de matemáticas de esta universidad.

Hasta ese momento se habían presentado puntos de vista de investigadores, profesores universitarios y funcionarios del sistema educativo, acerca de la educación matemática y la tecnología. Faltaba entonces, el punto de vista de profesores de matemáticas acerca del uso de la tecnología en la clase de matemáticas. La séptima reunión contó con presentaciones de las experiencias de Jorge Rodríguez, profesor del Colegio San Jorge de Inglaterra, y Mariana Sarmiento, profesora del Colegio Santa Francisca Romana, quienes usan cotidianamente las calculadoras graficadoras en sus clases. Después de las dos ponencias se dio cierre al Encuentro con una discusión en torno a tres preguntas que se plantearon a los asistentes.

Este documento está constituido por tres partes; inicialmente, el lector encontrará algunos detalles de la propuesta presentada al IDEP, entre ellos, el marco teórico que le dio sustento al encuentro de saberes; a continuación, el reporte de lo sucedido en cada una de las reuniones; y en la parte final, una conclusión acerca de la experiencia vivida en el desarrollo del proyecto.

La propuesta, los reportes de las reuniones y las conclusiones fueron escritos por diferentes investigadores de “una empresa docente”. Tal hecho explica diferencias en el estilo y posiblemente en la interpretación de lo que ocurrió en tales reuniones. Este documento constituye una mirada al panorama de la educación matemática y la tecnología en el Distrito Capital. Para quienes estuvimos presentes en el *Encuentro de saberes*, es una referencia significativa de lo vivido.



MARCO TEÓRICO

Aportes de la propuesta presentada al IDEP en la modalidad de encuentro de saberes

Campo temático

El campo temático general de esta propuesta es la educación matemática, como disciplina que se preocupa por la enseñanza y el aprendizaje de las

matemáticas. El campo temático particular de la propuesta es la enseñanza y el aprendizaje del álgebra y la trigonometría, correspondiente a la educación media, junto con la problemática de la utilización de la tecnología dentro de este proceso.

Aunque los anteriores son los campos temáticos general y particular de la propuesta, desde las perspectivas del conocimiento matemático a enseñar y de la disciplina de la educación matemática, el problema que motiva esta propuesta tiene que ver con la brecha existente entre el conocimiento, la experiencia, las preocupaciones y las prácticas de los investigadores en educación matemática y el conocimiento, la experiencia, las preocupaciones y las prácticas de los profesores de matemáticas de la educación media de los colegios oficiales del Distrito Capital.

Para poder definir este problema y diseñar una estrategia para atacarlo, introducimos a continuación un esbozo de marco conceptual sobre este tema.

Educación matemática: actores, prácticas y discursos

La educación matemática, como disciplina, tiene muchas facetas y se puede mirar desde múltiples perspectivas. Para el caso que nos ocupa interesa tener una visión de esta disciplina desde la perspectiva de los actores involucrados en ella, teniendo en cuenta un grupo de dimensiones que los puedan caracterizar. Aunque la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, como todo proceso social, involucra a gran cantidad de actores, nosotros centramos nuestra atención en tres de ellos (teniendo en cuenta, evidentemente, que el estudiante es el actor principal):

- el profesor de matemáticas de colegio,
- el profesor universitario especialista en educación matemática,
- el funcionario público.

Cada uno de estos actores se puede ubicar en diferentes ámbitos, ejercer diferentes prácticas, poner en juego diferentes conocimientos y producir diferentes discursos. Adicionalmente, cada actor puede jugar diferentes papeles dentro de los ámbitos que le corresponden, como se describe en la Figura 1.

A continuación analizaremos brevemente algunas de las características de cada uno de los actores.

Profesor de colegio

Sugerimos que los tres principales papeles del profesor de colegio son como profesor-maestro, como profesor-investigador y como profesor-colega.

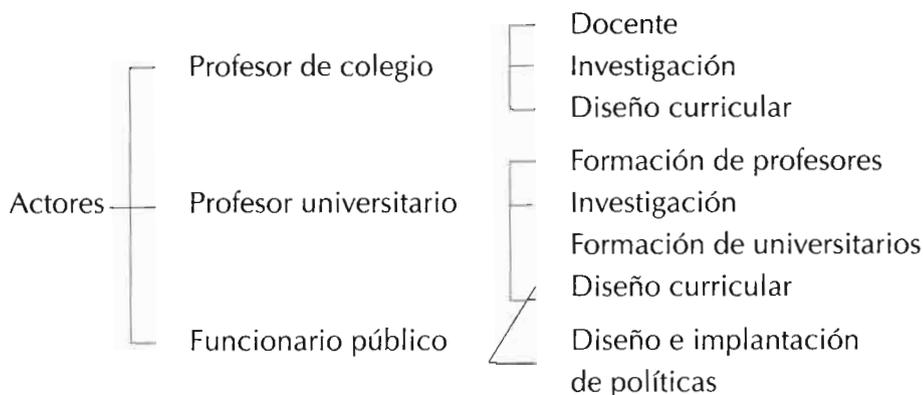


Figura 1. Actores y prácticas

Para cada uno de estos papeles es posible identificar una práctica, un discurso, un público, un conocimiento, unos saberes, un ambito y un lugar que se describe esquemáticamente en la Tabla 1.

| | | | |
|---------------|---|--|---------------------------------|
| ACTOR | Profesor-maestro | Profesor-investigador | Profesor-colega |
| PRÁCTICA | Docente | Investigación | Diseño curricular |
| DISCURSO | De salón de clase | Publicaciones | Programación Documentos |
| PÚBLICO | Estudiantes | Colegas | Colegas-directivos |
| CONOCIMIENTOS | Formal Artesanal Tecnológico | | |
| SABERES | Matemáticas Matemáticas escolares Didácticas de la matemática | Investigación-acción Didácticas de la matemática | Didácticas de la matemáticas |
| AMBITO | Salón de clase | | Grupo de profesores |
| LUGAR | Escuela | | |

Tabla 1. Profesor de colegio

Investigador

De la misma manera, el investigador en educación matemática puede jugar diferentes papeles que se describen esquemáticamente en la Tabla 2.

| | | | | |
|----------|-------------------------------------|---------------|----------------------------|-------------------------------------|
| ACTOR | Investigador-formador de profesores | Investigador | Formador de investigadores | Investigador Diseñador de currículo |
| PRÁCTICA | Docente | Investigación | Docente investigador | Diseño curricular |
| DISCURSO | De salón de clase | Publicaciones | Documentos Publicaciones | Documentos Libros de texto |
| PÚBLICO | Profesor-maestro | Colegas | Estudiantes de posgrado | Escuelas Profesores |
| SABERES | Educación matemática | Múltiples | Múltiples Investigación | Todos |
| AMBITO | Salón de clase | Variados | Variados | Variados |
| LUGAR | Universidad | | | |

Tabla 2. Investigador

Funcionario público

Finalmente, podemos también hacer una aproximación a los papeles que puede jugar el funcionario público. Estos se presentan en la Tabla 3.

| | | |
|----------|------------------------|------------------------------------|
| ACTOR | Diseñador de currículo | Diseñador de políticas |
| PRÁCTICA | Diseño curricular | Diseño e implantación de políticas |
| DISCURSO | Documentos | Documentos Políticas |
| PÚBLICO | Escuelas Profesores | Sociedad |
| SABERES | Todos | ¿? |
| AMBITO | Gobierno | Gobierno |
| LUGAR | Gobierno | |

Tabla 3. Funcionario público

Visión desde las prácticas

Hemos descrito, de manera esquemática, algunas de las características de los tres actores principales de la educación matemática. Estos actores interactúan entre sí y, por consiguiente, las características de un actor condicionan los



espacios en los que las características de los otros actores se pueden expresar. La Figura 2 muestra un esquema de las principales interacciones entre los actores.

Las actuaciones del funcionario público, principalmente a través de sus decisiones en el ámbito del diseño curricular, condicionan las actuaciones del profesor y del investigador. El gobierno determina el espacio y las normas dentro de las cuales estos dos actores pueden ejercer sus prácticas.

El investigador ejerce su práctica de investigación y los resultados de la misma informan e influyen en sus prácticas como diseñador de currículo, formador de investigadores y formador de profesores. Finalmente, estas prácticas del investigador informan e influyen en las prácticas del profesor como diseñador de currículo, como investigador y como docente dentro del aula.

El esquema que aquí se propone no contiene todas las interacciones posibles. En particular, este pretende resaltar la ausencia de algunas interacciones que son trascendentales para el buen funcionamiento del sistema y que, aunque se dan en casos aislados, no son necesariamente características generales del sistema. Nos referimos especialmente a la manera como las prácticas del profesor de matemáticas deberían informar e influir en las prácticas del investigador y del funcionario público. Este es el centro del problema que definimos en el siguiente apartado y constituye la motivación y justificación de esta propuesta.

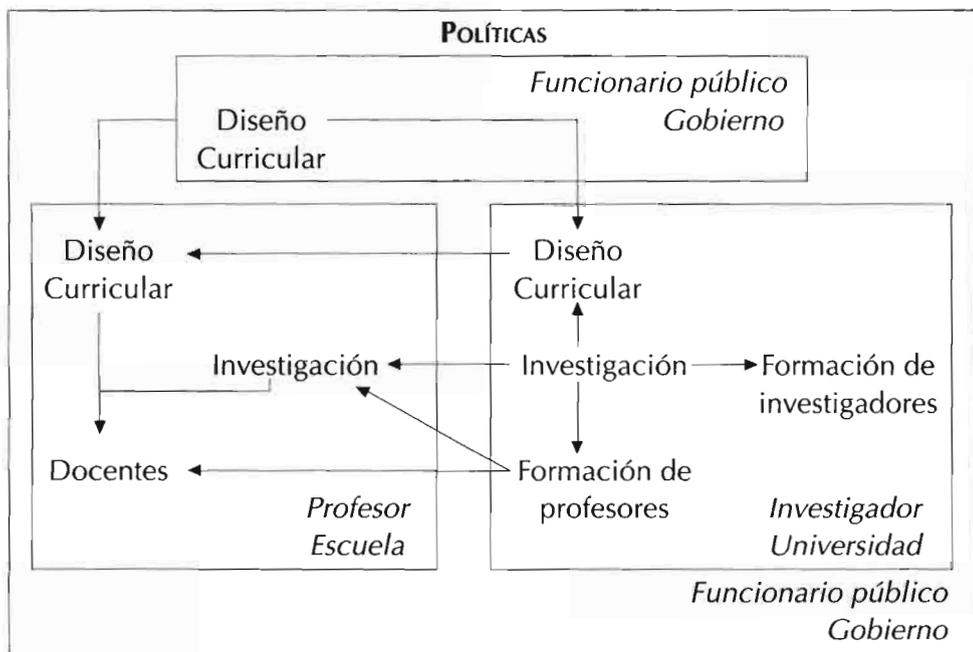


Figura 2. Interacción entre los actores

Justificación

Definición del problema

El esquema de marco conceptual presentado en el apartado anterior sugiere la existencia de una brecha que ha sido discutida en diversos contextos (Puig, 1998). Se trata de la brecha entre la teoría y la práctica de la educación matemática. Esta brecha se expresa en dos sentidos (Gómez, 1998):

- La necesidad de que el investigador en educación matemática conozca y comprenda cada vez con mayor profundidad la problemática de las matemáticas escolares y las características del contexto escolar que condicionan el funcionamiento de ese sistema y que deberían influir en la conformación de sus propias prácticas.

- La necesidad de que el profesor de matemáticas tenga acceso, teniendo en cuenta sus conocimientos y preparación, a los resultados de la investigación que deberían informar e influir en sus prácticas.

Se hace entonces evidente la necesidad de crear espacios y esquemas de interacción entre investigadores en educación matemática y profesores de matemáticas (con la participación de los funcionarios públicos) en los que se busque reducir esta brecha tanto como sea posible.

Interés para la comunidad académica del Distrito Capital

Consideramos que los esfuerzos que se hagan para cerrar la brecha descrita en la sección anterior tendrán un impacto en la calidad de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en los colegios oficiales del Distrito Capital. Al reducir la brecha, los investigadores en educación matemática tendrán mayor información y conocimiento de los problemas que pretenden atacar a través de sus prácticas (investigación, formación de investigadores, formación de profesores y diseño curricular). Esta evolución de la conciencia del investigador sobre los problemas "prácticos" de las matemáticas escolares deberían implicar una mejora en la calidad y la eficiencia de los aportes que ellos pueden hacer a los profesores de matemáticas del Distrito Capital.

Por otra parte, en la medida en que los profesores de matemáticas conozcan y comprendan cada vez más la problemática a la que se enfrenta el investigador en educación matemática y puedan tener un mayor y mejor acceso a los resultados de la investigación, ellos deberán estar en capacidad de utilizar este conocimiento para mejorar sus propias prácticas (docente, de investigación y de diseño curricular).



Finalmente, el funcionario público al profundizar en sus conocimiento de la problemática y las prácticas del investigador y del profesor de matemáticas, podrá tomar decisiones más informadas de tal forma que ellas afecten el sistema de manera eficiente.

El esfuerzo para reducir la brecha aporta en otro sentido igualmente importante. Los espacios de interacción que se creen para reducir la brecha tendrán un impacto en el desarrollo y la consolidación de una comunidad académica de la educación matemática en la que profesores, investigadores y funcionarios públicos serán conscientes de las problemáticas de los demás y de la importancia e influencia de sus propias prácticas en las actuaciones de esos actores. Esto implica una verdadera comunidad académica plural en la que las diferencias son el motor del progreso.

Metodología

Antes de describir el esquema metodológico a través del cual se espera lograr los objetivos, consideramos importante describir el contexto particular que motiva a la entidad proponente a presentar esta propuesta.

“una empresa docente” es un centro de investigación en educación matemática. Sus proyectos de investigación, programas de formación permanente de profesores y aportes al desarrollo y consolidación de la comunidad le han permitido construir una experiencia importante con respecto a la problemática de las matemáticas escolares en el Distrito Capital. Con base en esta experiencia y como continuación natural de varios de sus proyectos y programas ha diseñado dos proyectos de “transferencia” (desde la universidad hacia el colegio) que servirán de contexto para el desarrollo del proyecto objeto de esta propuesta. Se trata del proyecto *T³ Colombia* (ued, 1999b) y el proyecto *ICEP. Innovación curricular en precálculo para la educación media* (ued, 1999a).

El proyecto *T³ Colombia* busca la conformación de una red de instituciones de educación superior, profesores universitarios y profesores de matemáticas de secundaria con el propósito de consolidar la comunidad de educación matemática del país y promover la utilización de la tecnología portátil en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas y las ciencias en la educación media. Para ello se buscará: promocionar la tecnología portátil a través de institutos de iniciación; identificar futuros instructores potenciales; capacitar a estos futuros instructores potenciales; diseñar los planes de mediano plazo para las regiones; y comenzar el trabajo con otras regiones del país. Se diseñarán, por consiguiente, dos tipos de actividades académicas: talleres de iniciación (dos por región), en los que se promocionará la tecnología y se



identificarán los futuros instructores potenciales; y un taller de profundización en el que se capacitará a los futuros instructores. Este proyecto tiene su nodo principal en Bogotá, donde se realizarán varios de los institutos propuestos.

El proyecto *ICEP. Innovación curricular en precálculo para la educación media* es una propuesta para la adaptación y replicación de una innovación curricular en el área de precálculo en la educación media del Distrito Capital. Esta innovación curricular busca reducir la brecha entre la enseñanza y el aprendizaje del álgebra y la trigonometría, de la forma en que tradicionalmente se ha enseñado y aprendido, y el precálculo, como tema que considera el concepto de función como elemento unificador de las matemáticas escolares de la secundaria. Esta visión funcional, junto con el énfasis en el manejo dinámico y coherente de los diversos sistemas de representación, la aproximación a la construcción del pensamiento de alto nivel con base en la resolución de problemas y la utilización de la tecnología como elemento catalizador del proceso de cambio, constituyen los ejes de esta innovación que sigue los lineamientos de las tendencias actuales de la educación matemática. En este proyecto participarán profesores de matemáticas de tres colegios del Distrito Capital.

Estos dos proyectos, junto con los diversos programas de formación permanente de profesores que hemos realizado durante los últimos años nos servirán de contexto para las conferencias y discusiones que se realizarán durante los encuentros que describimos a continuación.

Esquemas de interacción

Los esquemas de interacción estarán centrados en la realización de una serie de reuniones periódicas (encuentros). Estas reuniones tendrán lugar en la Universidad de los Andes y durarán cuatro horas. Tendrán todas una estructura similar repartida en dos mitades. En la primera mitad se presentarán tres conferencias, cada una de media hora de duración. En la segunda mitad se crearán los espacios de interacción para que los asistentes puedan interactuar entre sí y con los conferencistas. Se diseñará un esquema de moderación de la discusión que se adapte a los objetivos de cada reunión y que satisfaga también los intereses de los participantes.

Estas reuniones buscan que se dé una interacción biunívoca entre los tres actores del sistema: profesores de matemáticas de colegio, investigadores en educación matemática y funcionarios públicos.

Programa

La Tabla 4 muestra un programa tentativo para la serie de reuniones.



| FECHA | TEMA | CONFERENCIAS | CONFERENCISTAS |
|----------------|--|---|--|
| Octubre 1999 | Visión de los investigadores | <ul style="list-style-type: none"> • Investigación en educación matemática • Formación de profesores de matemáticas • Diseño curricular desde la perspectiva del investigador | Investigadores en educación matemática (3) |
| Noviembre 1999 | Visión de los profesores | <ul style="list-style-type: none"> • La práctica docente del profesor de matemáticas • El profesor de matemáticas como diseñador de currículo • El profesor de matemáticas como investigador | Profesores de matemáticas de colegio (3) |
| Febrero 2000 | Visión del funcionario público | <ul style="list-style-type: none"> • Diseño curricular a nivel gubernamental • Normas y lineamientos en educación matemática • Visiones del precálculo y la tecnología | Funcionarios públicos (IDEP, Secretaría de Educación, Ministerio de Educación Nacional) |
| Marzo 2000 | Tecnología y educación matemática | <ul style="list-style-type: none"> • Innovación curricular en la Universidad • Innovación curricular en el colegio • La transferencia de innovaciones curriculares | Investigadores de "una empresa docente", profesores participantes en el proyecto ICEP |
| Abril 2000 | Geometría, tecnología y precálculo | <ul style="list-style-type: none"> • Tecnología: visión desde la investigación • Tecnología: visión desde la Universidad • Tecnología: visión desde el colegio | Investigadores de "una empresa docente", profesores participantes en el proyecto T ³ Colombia |
| Mayo 2000 | Visión de los profesores y los investigadores | <ul style="list-style-type: none"> • Cerrando la brecha | Investigadores y profesores |
| Junio 2000 | Experiencias con la tecnología y el precálculo Conclusiones | <ul style="list-style-type: none"> • Caracterización de los contextos • Propósitos hacia el futuro • Conclusiones | Investigadores, profesores, funcionarios públicos |

La Tabla 4. Programa tentativo para la serie de reuniones



Primera reunión

Investigación, formación de profesores y diseño curricular: visión de los investigadores

Aspectos generales del evento

La primera reunión del proyecto se llevó a cabo el 4 de noviembre de 1999¹ entre 2 p.m. y 6 p.m., en el salón Marta Traba de la Universidad de los Andes, con la asistencia de aproximadamente de cien personas.

La reunión se inició con una breve presentación del proyecto: (a) el problema que dio lugar a la definición del proyecto, (b) la meta y objetivos que se pretenden lograr con el desarrollo del proyecto, (c) los productos que se espera tener a medida que avanza el proyecto, y (d) la metodología general que se seguirá en las reuniones que lo constituyen. A continuación, los investigadores hicieron sendas presentaciones. En la última parte de la reunión, hubo una interacción entre ponentes y asistentes a partir de preguntas y comentarios presentados por escrito por varios de los profesores asistentes.

Aspectos considerados en las ponencias

Ponencia: Investigación en educación matemática

La ponencia de Gloria García "Investigación en educación matemática" incluyó consideraciones en torno a cuatro puntos: la sobrevaloración cultural del término "investigación", la investigación como una actividad de comunidades científicas, cuatro tipos de acciones dentro de la comunidad de profesores universitarios, y algunos problemas y retos de la comunidad colombiana de educación matemática.

En primer lugar, García plantea que, de manera general, en el campo de la educación y, en particular, en el de la educación matemática, se ha venido dando una exigencia que no se da en otras profesiones; a saber, al docente universitario encargado de la formación de maestros se le exige ser investigador. Asociado con ello, señala que en el contexto educativo se ha incurrido en

¹ Reporte realizado por Patricia Inés Perry.



un uso muy vago del término “investigación” con el que se quiere decir mucho y “sin embargo aún queda todo por decir”. También alude a la necesidad e importancia de ver la investigación como una actividad ya no de individuos sino de comunidades científicas que proponen y desarrollan programas y líneas de investigación, con una claridad con respecto a los objetos que se estudian y los métodos que se siguen, actividad esta que requiere del apoyo de la sociedad.

Al referirse al caso colombiano, señala la tensión que enfrentan los investigadores en educación matemática por razón de tener, por un lado, que responder a la sociedad que presenta demandas urgentes para solucionar problemas cotidianos del profesor de matemáticas, y por otro lado, tener que cumplir con unos requerimientos que impone la comunidad internacional en relación con la calidad de la investigación en términos de pertinencia, validez, objetividad, originalidad, rigor, precisión, predicción y reproductibilidad. Con respecto a los estándares de investigación que impone la comunidad internacional, reconoce que nuestra comunidad tiene problemas y requiere una formación en ese sentido.

Dentro de los retos que plantea para la comunidad colombiana de educación matemática incluye:

- reconocernos como comunidad de educadores matemáticos, cuestión que ha venido dándose a través de la formación de diferentes grupos regionales, de la creación de publicaciones periódicas, y que este año se ha impulsado de manera más definitiva con la creación de la Asociación Colombiana de Matemática Educativa (ASOCOLME);
- introducir la educación matemática como disciplina académica en la formación inicial y continuada del profesorado;
- crear líneas de investigación e innovación;
- buscar apoyo de la sociedad.

En relación con los problemas que considera deben centrar la atención de la investigación en educación matemática, señala la necesidad de pasar de la búsqueda de modelos de enseñanza a la búsqueda de modelos de aprendizaje y comunicación; también enfatiza la necesidad de atender aspectos políticos y sociales relativos a la enseñanza de las matemáticas.

Ponencia: Formación de profesores de matemáticas

La ponencia “Formación de profesores de matemáticas” del investigador Pedro Javier Rojas incluyó una alusión a la historia de los programas de formación

inicial de maestros en nuestro país desde la década de los años sesenta, alusión que enfatizó la predominancia del contenido matemático sobre otro tipo de contenido como el pedagógico y el humanista.

Señala que la legislación colombiana en los últimos años está exigiendo que las facultades de educación replanteen sus currículos, teniendo en cuenta cuestiones tales como cuál es el sentido de la enseñanza como profesión, cuál debe ser el conocimiento profesional del profesor, etc. y en consecuencia, el cumplimiento de la norma puede resultar un problema fuerte para aquellas instituciones que no habían iniciado procesos de reestructuración y no habían pensado en el asunto con antelación.

Su planteamiento principal es que la formación de profesores –tanto la inicial como la continuada– debe acercarse mucho más a la realidad escolar, de manera que pueda aportar significativamente al ejercicio profesional de los profesores. Para ello, la formación profesional debe considerar cuestiones como por qué se enseñan matemáticas en la escuela, qué es el álgebra, cuáles son las concepciones del profesor y de los estudiantes, la visión de la complejidad en la que está inmersa la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, las dificultades inherentes al aprendizaje, etc. Destaca la importancia que puede tener para la cualificación profesional del profesor el poder recurrir a resultados de investigación sobre problemas puntuales de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Todo ello para lograr que el profesor en ejercicio esté más influido por su formación profesional que por su “recuerdo de la vivencia escolar” como ha sido lo usual.

Ponencia: Diseño curricular. Una de las prácticas del profesor universitario

La ponencia “Diseño curricular. Una de las prácticas del profesor universitario” del investigador Pedro Gómez se centró en aspectos relativos al diseño curricular como tarea propia del profesor universitario y la relación que tiene esta tarea con las prácticas de la escuela.

En primera instancia, se refirió al lugar en donde se cumple tal tarea: un lugar natural es la universidad donde trabaja, es decir, hace diseño curricular para los cursos que tiene a su cargo; también puede colaborar con el gobierno en la definición de políticas y lineamientos; puede hacer diseño curricular en asocio con editoriales y como consecuencia de proyectos de investigación e innovación, produciendo materiales didácticos; otra oportunidad para hacer diseño curricular son los programas de formación de profesores; y también, al acompañar a profesores e instituciones en sus esfuerzos para responder a la



descentralización curricular a través de la realización de proyectos conjuntos de innovación curricular.

En segunda instancia se refirió a cómo se lleva a cabo la tarea de diseño curricular. Destacó que para ello, el profesor universitario se apoya en el conocimiento que tiene del contexto escolar y de la teoría de la educación matemática. Mencionó que el diseño curricular puede ser en ocasiones consecuencia de proyectos de investigación e innovación.

En tercera instancia planteó consideraciones (inquietudes) que es necesario tener en cuenta al hacer diseño curricular. Una inquietud tiene que ver con la dualidad entre la teoría y el contexto escolar. Otra inquietud está dada por la problemática de la multiplicación, es decir, la relación que hay entre una experiencia piloto y sus resultados y experiencias más reales en las que se pretende hacer algo similar a lo hecho en la experiencia piloto, pero las condiciones de los dos casos son tan diferentes que no es posible; se requiere entonces buscar el mejor juego para reducir los logros de manera que se pueda hacer la multiplicación.

Preguntas de los asistentes

A continuación se transcriben las preguntas o intervenciones de los asistentes hechas a raíz de las tres ponencias presentadas. Se organizan de acuerdo con unas temáticas generales.

Acerca de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

a. ¿Qué se puede validar como aprendizaje matemático en educación media? ¿Cuál es la influencia que tiene para el diseño curricular los estándares de la universidad?

b. ¿Cómo se mediría la calidad y eficiencia del docente? ¿Qué puede hacerse o qué herramientas y estrategias podemos tener para mejorar la comunicación en el aula? ¿Cómo tener interdisciplinariedad con el área de idiomas al respecto?

c. ¿Cómo utilizaría un estudiante en la parte social lo aprendido en el aula? (aplicación en el medio)

Acerca del diseño curricular

a. ¿Cómo lograr un diseño curricular que permita la continuidad de saberes desde preescolar hasta la universidad?

b. Acerca de la innovación curricular en precálculo, ¿en qué nivel exactamente debería tener lugar dicha innovación? Ya que pienso que debe

ser anterior al cálculo mismo, en el sentido que el álgebra prepare el acceso al cálculo. Desde esa visión, ¿habría que reformar el álgebra para familiarizar al estudiante en los razonamientos, en la lógica, en el lenguaje propios del cálculo? ¿Qué lugar tendría el concepto de límite en esa innovación? Hay quienes piensan que el cálculo NO debería hacer parte del currículo de la educación básica y media vocacional y entonces tal innovación no tendría sentido en la escuela. ¿Qué piensan de tal enfoque?

Acerca de la formación de profesores

- a. ¿De qué manera los procesos de formación de docentes en servicio que ustedes adelantan, tiene en cuenta las experiencias y concepciones que el docente adquirió en su formación ciudadana e inicial?
- b. ¿Cuál es el enfoque actual del saber matemático en la formación de maestros? ¿Qué papel juega la evaluación en este nuevo enfoque?
- c. Hoy conociendo el problema complejo que presenta nuestro país se debe presentar la formación profesional del profesor de matemáticas más centrada en la realidad.

Acerca del profesor como investigador

- a. Somos un grupo de docentes de la zona 5 (Usme). Hace un tiempo deseamos trabajar en el “Desarrollo del pensamiento matemático” en muchos de nuestro estrato social. Tenemos las siguientes inquietudes:
 - ¿Considera que sea una problemática válida?
 - ¿Dónde consultar estudios al respecto?
 - ¿Hay alguna viabilidad de apoyo?
 - Si usted fuera a realizar un estudio, ¿cuáles serían los pasos iniciales?
- b. ¿Qué actividades concretas tienen planeadas como grupo investigador para orientar a los docentes hacia la investigación en el aula? ¿Habrán temas concretos? ¿Quién los elige o determina?

Acerca de la investigación como actividad especializada

- a. Cuando se plantea la pregunta qué problemas estudiar, ¿se hace referencia al contexto social, a contenidos temáticos o cuáles otros aspectos?
- b. ¿Se ha investigado si la cultura de lo fácil está incidiendo en la educación matemática de los niños y jóvenes?
- c. ¿Sería necesario que el profesor universitario que “investiga” sea también profesor en el bachillerato y/o la primaria?



d. En su vida profesional, ¿ustedes han sido profesores de primaria y bachillerato? Si la respuesta es afirmativa o negativa, ¿en qué forma afecta esto su trabajo?

e. Cuando leí los lineamientos en matemáticas, encontré la participación de algunos de ustedes del grupo Pretexto en el diseño de los lineamientos. Ahora bien, ¿cómo se conecta su trabajo hecho en álgebra con ellos y básicamente con la resolución de problemas que allí se plantea?

f. ¿Por qué no diseñar currículo con el maestro de aula para que sea más cercano a la realidad escolar?

Acerca del encuentro

a. ¿Qué proyección de estas conferencias van a promover a nivel de educadores de primaria?

Segunda reunión

Investigación, diseño curricular y práctica docente: visión de los profesores

La segunda reunión del proyecto tuvo lugar el jueves 25 de noviembre de 1999² entre 2 p.m y 6 p.m., asistieron a la reunión más de sesenta personas. Algunas de ellas asistían por primera vez a la serie de encuentros, con motivo de información que se promocionó en Cadeles de algunas de las zonas de la ciudad.

Aspectos considerados en las ponencias

Ponencia: El profesor de matemáticas como investigador

Beatriz Cuadros del Colegio José Félix Restrepo, hizo una reflexión sobre la problemática de la investigación en educación matemática desde la perspectiva del profesor de matemáticas. Con base en su experiencia personal, la profesora Cuadros presentó sus opiniones sobre varios temas: el papel de la investigación en la práctica docente del profesor; el papel de los colegas en los trabajos de investigación; las dificultades de la investigación en la institución escolar; y el papel que pueden jugar las universidades en el apoyo a la investigación de los profesores. Ella se refirió a dos trabajos que, con otros colegas, ha realizado en el área de la investigación: la representación gráfica de la función lineal y el papel de las tareas en el rendimiento de los estudiantes.

² Reporte realizado por Pedro Gómez.

- *Experiencias de investigación*

En el primer proyecto, el grupo de profesores invirtió mucho tiempo y esfuerzo. Realizaron un diseño detallado y lograron que el colegio invirtiera en recursos para el proyecto (particularmente, en un retroproyector de transparencias). Llevaron el diseño a la práctica y después evaluaron sus resultados. Para sorpresa de los investigadores, los estudiantes tuvieron un rendimiento inferior al esperado. Esto generó todo un proceso de reflexión por parte de los profesores que participaron en el proyecto.

En la segunda experiencia, un grupo de profesores de la institución exploró el papel que pueden jugar las tareas en el rendimiento de los estudiantes. Para ello hicieron un diseño cuasi-experimental y recogieron y analizaron la información. Los resultados mostraron que las tareas sí afectan el rendimiento de los estudiantes. Como consecuencia de estos resultados, el área de matemáticas de la institución decidió insistir en la utilización de esta estrategia.

- *Papel de la investigación en la práctica docente*

La profesora Cuadros presentó algunas reflexiones sobre los efectos de la actividad de investigación. Ella afirma que la investigación genera reflexión permanente; puede aportar a la mejora de la práctica docente; invita al profesor a diseñar y llevar a la práctica nuevas maneras de recoger y analizar información; promueve el análisis de nuevos materiales de trabajo (como el caso del retroproyector); y se enriquece con el aporte de los colegas, con quienes es necesario un proceso de negociación.

- *El papel de los colegas*

Los colegas asumen una actitud particular cuando, en su institución, se realiza un proyecto de investigación. Ellos están dispuestos a servir de observadores del proceso y son respetuosos del colega investigador. Sin embargo, evitan asumir responsabilidades, aportando únicamente opiniones de manera oral. En general, la investigación del colega no afecta su propia práctica docente.

- *Dificultades de la investigación en la institución escolar*

El trabajo de investigación es muy interesante y motivante, pero tiene dificultades y problemas. Mientras que se realiza la investigación, se logran efectos en el proceso de enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Sin embargo, en el momento que se acaba, las cosas tienden a regresar a su estado previo. Este tipo de actividad requiere de mucho tiempo y esfuerzo y no existe una cultura institucional hacia la misma. En particular, el término

“investigación” se utiliza con varios significados diferentes. Por esa razón, en muchas ocasiones las directivas no entienden de qué se trata y, como consecuencia, no la apoyan. Las asesorías de las universidades son muy limitadas y no son permanentes. La investigación es una de las múltiples actividades del profesor. En las instituciones no existen los espacios para el trabajo en grupo.

- *Papel de las universidades*

Las universidades deberían apoyar a toda el área de matemáticas, incluyendo además a las directivas docentes. Ellas deberían también motivar al profesor a escribir los resultados de su trabajo y capacitarlo en las áreas necesarias para realizarlo apropiadamente. Deberían establecerse convenios que le permitan a las instituciones utilizar los recursos tecnológicos de las universidades. Éstas deberían mantener un contacto permanente con las instituciones educativas, las directivas y los profesores.

Ponencia: El profesor de matemáticas como diseñador de currículo

La profesora Sara Garavito del Colegio José Félix Restrepo, presentó su experiencia en el área del diseño curricular en matemáticas. Para ello, hizo un contraste entre la manera como ella se aproxima actualmente a esta actividad y la forma como lo hacía en el pasado.

Identificó seis grandes áreas sobre las cuales ellas se hace preguntas y busca darle respuesta para realizar el diseño curricular. Estas preguntas son las siguientes: ¿Qué voy a enseñar y en qué orden? ¿Para qué voy a enseñarlo? ¿Con qué recursos voy a hacerlo? ¿A quiénes voy a enseñar? ¿Cómo lo voy a enseñar? ¿Cómo voy a evaluar?

Insistió en la importancia de establecer y promover las conexiones entre los diversos temas y representaciones del contenido matemático. Ésta es la razón por la cual ella divide sus seis horas semanales de clases de matemáticas en cuatro áreas: geometría, matemáticas, cálculo mental y estadística. Con esto, ella busca tratar temas relacionados desde diversas perspectivas, promoviendo las relaciones y las conexiones entre ellos.

La profesora Garavito da mucha importancia a la construcción de hábitos y valores por parte de los estudiantes en la clase de matemáticas. También resalta el papel que pueden jugar los padres de familia en la obtención de recursos que no se encuentran disponibles en la institución escolar.

En el área de la evaluación y de la producción de materiales, ella ha desarrollado estrategias que le permiten trabajar con estudiantes que avanzan

a velocidades diferentes. Nos mostró cómo en la actualidad la evaluación es un proceso permanente y continuo en el que los estudiantes participan activamente. Esta evaluación incluye la reflexión sobre el mismo diseño curricular.

La presentación anterior contrasta con su actividad en el pasado. Hace algunos años, la profesora Garavito se centraba exclusivamente en una visión lineal del contenido que estaba guiada por el libro de texto. Los objetivos estaban dados por el Ministerio de Educación Nacional. Ella utilizaba una metodología “tradicional” en lo referente a las clases, los ejercicios, las tareas y las previas. La evaluación era puntual, las previas permitían clasificar a los estudiantes.

Ponencia: La práctica docente del profesor de matemáticas

La presentación de la profesora Elizabeth Rojas del Colegio Juan del Corral sobre la práctica docente del profesor de matemáticas estuvo centrada en la importancia del contexto en el que se enseña y aprende matemáticas, en las aplicaciones de ese contenido matemático y en la construcción de valores y hábitos en los estudiantes.

Ella mostró cómo es posible crear espacios en los cuales se puede motivar a los estudiantes a participar en la construcción social del conocimiento matemático dentro de un esquema en el que el profesor no tiene necesariamente la última palabra. De esta manera es posible lograr que el estudiante disfrute su actividad matemática dentro del salón de clase.

La profesora Rojas insistió, al final de su presentación, en la importancia del impacto de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la personalidad del estudiante al permitir el desarrollo de la autoestima, la autoimagen, la autoeficacia y el autoconcepto.

Discusión

La discusión que se dio, una vez realizadas las tres charlas anteriores, estuvo centrada en la relación entre la investigación, la innovación, el diseño curricular y la práctica docente.

Se insistió en el hecho de que los términos “investigación” e “innovación” tienden a usarse con múltiples significados. Se estableció la relación intensa entre la investigación y la innovación en la institución escolar. También se insistió en que para saber qué es la investigación y para poder hablar de ella es necesario haber hecho investigación.

Algunos profesores manifestaron que el problema de la investigación y la innovación es un problema cultural. Por otro lado, se enfatizó la necesidad



de tener identificado un problema o un interés particular para poder iniciar un proceso de investigación. Se introdujo la diferencia entre la *actividad* de investigación y las actitudes hacia la investigación, afirmando que no todos podemos realizar la actividad, pero que sí podemos tener una actitud hacia la reflexión sistemática sobre los fenómenos del aula. Por otro lado, se discutió sobre las características del entorno escolar que condicionan las actividades de investigación e innovación. Se mencionaron, entre otras: el papel de las directivas, la cultura institucional y la dificultad para el trabajo en grupo. Esto lleva a la pregunta *¿qué podemos y debemos hacer en nuestra institución en las áreas de investigación e innovación?*

Tercera reunión

Investigación, innovación y lineamientos curriculares: visión de los funcionarios

La tercera reunión del proyecto tuvo lugar el jueves 10 de febrero de 2000³ entre las 2:00 p.m y las 6:00 p.m.

En las dos reuniones anteriores se centró la mirada en dos de los actores: investigadores y maestros. En esta reunión se consideró la visión de otro actor: el funcionario, en su calidad de ente encargado de definir políticas educativas desde alguna instancia política que afecta directamente al sistema educativo. En esta ocasión se hizo un recuento de las inquietudes e interrogantes más relevantes, surgidos en las dos reuniones anteriores. Los temas de las ponencias de esta reunión pretendían, precisamente, responder a la mayoría de tales interrogantes.

Aspectos considerados en las ponencias

El IDEP dividió su presentación en dos partes: la primera centrada en la investigación, la segunda se enfocó en el tema de la innovación.

Ponencia: Investigación educativa

Aurelio Usón, representante del IDEP, presentó información relativa a qué es el IDEP y cómo funciona. En particular, el ponente aludió a la misión institucional y a los objetivos que concretan dicha misión, la estructura que incluye tres unidades académicas (comunicación, investigación e innovación).

Desde su visión, concibe la investigación educativa como una mirada rigurosa que pretende construir una explicación o comprensión del fenómeno

³ Reporte realizado por Gloria Neira y Edgar Guacaneme.



educativo. Hizo énfasis en ciertas características que debe tener el proceso de investigación en el aula y en el valor formativo que éste tiene para el maestro. Enfatizó también en el valor científico de los resultados de la investigación educativa como apoyo a otras investigaciones.

Ponencia: Innovación en educación

Elizabeth Riveros planteó la innovación como un fenómeno caracterizado por la incertidumbre, la imposibilidad de definir una determinada innovación y el efecto transformador que cualquier innovación debe tener en el aula, en la institución en la que se desarrolla y en el maestro que la lleva a cabo.

Se enfatizó en la innovación como un proceso de transformación intencional y explícito de las relaciones, estructuras y contenidos que componen las prácticas pedagógicas. De ahí que toda innovación sea contextualizada y se vea como una oportunidad en la producción del saber de las personas implicadas puesto que conlleva una reflexión permanente sobre la propia práctica y una sistematización de esa reflexión. Toda innovación se concreta en actividades de cuatro tipos: problematización, intervención, validación y transferencia.

- *Problematización*

Esto hace referencia a que debe haber una crisis que desestabiliza: una *crisis fundante* que da origen a la innovación y que se da en tanto lo que se realiza cotidianamente no satisface, presenta carencias o no conduce al lugar deseado. Esa crisis se percibe mediada por la reflexión sobre la práctica. Si esa reflexión no tiene lugar, todo parece bien, el individuo no tiene crisis, no tiene necesidad de cambio, no hay conceptos que lo problematicen. En tanto hay reflexión, tiene lugar una intencionalidad de cambio, cambio que se vuelve protagonista en la práctica docente.

- *Intervención*

Hace referencia, por un lado, al diseño y ejecución de estrategias y de indicadores para resolver la crisis que genera una innovación, y, por otro, a la aplicación de instrumentos de evaluación del cambio propuesto.

- *Validación*

Hace referencia a la sistematización de la propuesta, la evaluación del diseño, la contrastación y el desarrollo de competencias.

- *Transferencia*

Consiste en la capacidad de socializar y poner en común a otros sectores de la comunidad educativa, la experiencia vivida para que otros grupos o personas puedan tomar de ella elementos significativos para sus propias



experiencias innovadoras. No hace referencia a transferir conceptos o metodologías puntuales, sino a transferir la vivencia y la experiencia innovadora y sus resultados, conclusiones y reflexiones. Se reconoce como estrategia de desarrollo pedagógico y de construcción de saber.

El IDEP ve la innovación también como una estrategia de formación de maestros, en tanto el proceso de enseñanza-aprendizaje propicia contextualización, conceptualización y validación, etapas que están inmersas en un programa de formación docente.

Haciendo un recuento de las políticas del IDEP en los años anteriores, cataloga las convocatorias de 1998 como un tránsito entre el sueño y el proyecto, en contraste con las de 1999, que trataban de darle significación en un contexto específico a experiencias significativas de aula.

Con respecto a los indicadores que tiene en cuenta el IDEP para la aprobación de propuestas de innovación, la ponente citó los siguientes: pertinencia, impacto, calidad técnica, reconocimiento, viabilidad y transferencia.

También llamó la atención con respecto a que la mayoría de las propuestas de innovación que ha recibido el IDEP carece del elemento que las haría viables: no tienen crisis fundante, o mejor, los maestros no son conscientes de su crisis.

Ponencia: Lineamientos curriculares en matemáticas

Celia Castiblanco comenzó aclarando que en la actualidad, la función principal del Ministerio de Educación es la de establecer las pautas, orientaciones, horizontes y lineamientos para las instituciones educativas.

En el preámbulo que hizo para llegar a centrarse en el tópico de los lineamientos curriculares para la educación matemática, se refirió a la existencia de dos visiones diferentes acerca de la naturaleza de las matemáticas, consideración que se ha tenido presente a lo largo del trabajo del MEN. Planteó en ese sentido preguntas como las siguientes: ¿qué son las matemáticas?, ¿qué relación se establece entre las matemáticas y la cultura?, ¿cómo se organiza el currículo de matemáticas?, ¿qué énfasis es necesario hacer para desarrollar el pensamiento matemático?, ¿qué principios, criterios y estrategias orientarán la evaluación del desempeño de los alumnos en matemáticas?

Posteriormente, la ponente destacó que en los lineamientos curriculares para la educación matemática, se propone organizar el currículo como un todo armonioso e integrado alrededor de tres grandes ejes: procesos de aprendizaje, conocimientos básicos y el contexto.

Aludió también a la tecnología, llamando la atención sobre preguntas acerca del papel de la tecnología en la educación matemática, acerca de qué tipos de software educativo se maneja, y acerca de cómo usar esa tecnología en la educación. En relación con el uso de nueva tecnología (computadores, software) en colegios oficiales, señaló la existencia de situaciones que es necesario conocer y comprender para buscar maneras de superarlas; por ejemplo, varios colegios que han recibido el programa Cabri -Géomètre, no lo han desempacado siquiera. Así que, es urgente empezar a plantear problemas de matemáticas que involucren la tecnología, como una forma para impulsar su uso en el aula.

Para terminar y en esa línea de la tecnología, mencionó un proyecto que está liderando el MEN, en el que participan veinte universidades del país y algunos colegios, y que está recibiendo asesoría del investigador Luis Moreno del CINESTAV de México.

Algunas reflexiones

Con respecto a la implementación de las políticas educativas en las instituciones escolares, el relator Edgar Guacaneme plantea las siguientes reflexiones.

Durante muchos años, la comunicación del conocimiento ha estado expresada a través de una simple acción: la transmisión de información. De esta tradición parece no haber escapado el conocimiento, que podríamos denominar educativo, generado en los trabajos e investigaciones de organismos rectores como el Ministerio de Educación Nacional.

Esta tradición parece haber acompañado el movimiento que, bajo la dirección del profesor Carlos E. Vasco, dio como resultado la Propuesta de Reforma Curricular en Matemáticas, hacia la segunda mitad de la década del ochenta y primera de la del noventa. Esta misma tradición parece estar aún vigente en el actuar de muchos miembros de la comunidad educativa, y en particular de la encargada de gestionar –a todo nivel– las construcciones logradas más recientemente, algunas de ellas expresadas en los sustanciales cambios legislativos en materia educativa.

En la actualidad, y desde hace no muy pocos años, pero si de manera muy esporádica, algunos actores de la comunidad educativa han reconocido que el conocimiento educativo no puede ser implementado y usado en favor de la institución escolar si, paralelamente a la información, no existen procesos de construcción personal e institucional del mismo. La aceptación de este hecho, de un lado, explicaría –en gran medida– por que sólo en muy pocas institu-



ciones educativas los planteamientos contenidos en documentos directrices del currículo en matemáticas (v.g. Resolución 2343 o los Lineamientos Curriculares de Matemáticas) han logrado modificar de facto la actividad escolar en matemáticas y por que, en general, se realizan transformaciones que no trascienden el uso de un nuevo vocabulario sin lograr construcción que modifique las formas de pensar y actuar docente; de otro lado, exigiría a la comunidad educativa, definir y transitar caminos –seguramente no muy cortos pero si muy tortuosos– que conduzcan a la construcción social y colectiva de conocimiento educativo implementable en las instituciones escolares.

La construcción de un conocimiento educativo tal, debería exigir y promover la búsqueda de puentes o vías de comunicación y acción entre al menos dos instancias de la comunidad educativa: los profesores y los investigadores. Actualmente, esta tarea encuentra eco en algunos pocos programas de investigación-acción que adelantan algunas instituciones y personas, y en algunos de los recientes programas de formación de docentes en ejercicio; sin embargo, también esta tarea tiene enormes obstáculos para su realización, entre las cuales podemos resaltar la exigua cantidad de investigadores y las múltiples dificultades que una cultura tan arraigada en docentes e investigadores define para el trabajo en equipos o trabajo colaborativo.

Con respecto al uso de la tecnología en la educación en matemáticas el relator plantea las siguientes reflexiones.

Son innegables las posibilidades matemáticas que los ingenieros han podido involucrar en una calculadora o en un software especializado; por ejemplo, ya no sólo son los procedimientos aritméticos y estadísticos sino que ahora también son realizables a través de la tecnología los geométricos, algebraicos y analíticos; ya no es necesario hacer una tabulación de valores numéricos de las variables dependientes e independientes, o hacer un análisis de las características analíticas de la función, para poder visualizar un esbozo de su gráfica cartesiana.

Estas posibilidades constriñen una modificación en las actividades de aprender y enseñar matemáticas la cual, en tanto maestros de matemáticas, cuesta trabajo aceptar, comprender e iniciar.

Frente a éstas, y para el caso del aprendizaje, es casi imposible no preguntarse cuáles son los conocimientos matemáticos que un individuo aprende que no sean replicables por estos recursos tecnológicos. Las respuestas a esta pregunta dirigen la atención a una pregunta fácil y ampliamente formulada, pero difícil y pocas veces contestada, a saber: ¿qué significa saber o aprender matemáticas? Desde la particular respuesta que cada docente o investigador pueda construir

a esta pregunta es posible y necesario examinar la pertinencia, coherencia e implicaciones que pueda tener el uso de la tecnología en el aprendizaje de las matemáticas.

Frente a estas posibilidades tecnológicas, pero ahora para la enseñanza, no es fácil entender que llevamos mucho tiempo enseñando con instrumentos mediadores que no siempre permiten construir el tipo de conocimiento deseado y, además, que existen diversos medios que facilitan la realización de exposiciones y que les pueden hacer más comprensibles. Igualmente, ello lleva a cuestionarse si se justifica o no que un individuo invierta parte de su vida escolar aprendiendo a hacer (no muy eficaz ni eficientemente) cosas que una máquina puede realizar de mejor manera, o a reflexionar sobre la calidad de las exposiciones con y sin el uso de la tecnología.

La problemática acerca del uso de la tecnología en el salón de clase ejemplifica de manera evidente las dificultades de formación –e incluso de información– que caracterizan a un buen número de docentes de matemáticas.

Efectivamente, la mayoría de los profesores no conocen de la existencia de software educativo (v.g. Derive, Cabri Géomètre) cuyas potencialidades superan ampliamente los juegos interactivos y permiten generar procesos de aprendizaje de las matemáticas. Algunos de los que conocen de la existencia de estos paquetes informáticos no saben utilizarlos o conocen sólo algunas funciones de los mismos. Por su parte, aquellos quienes saben su funcionamiento no siempre los usan en sus clases ya sea para enseñar o para permitir aprendizaje.

Esta situación se complejiza aún más, cuando se reconoce que en el país no existen líneas de investigación consolidadas en torno a esta temática, y que los intereses particulares de grupos de investigación no siempre han encontrado un terreno definido por políticas académicas que permitan una gestión investigativa de trascendencia efectiva.

Con respecto los problemas de la capacitación y actualización docente el relator plantea las siguientes reflexiones.

La problemática acerca del uso de la tecnología en el salón de clase ejemplifica de manera evidente las dificultades de formación –e incluso de información– que caracterizan a un buen número de docentes de matemáticas.

Efectivamente, la mayoría de los profesores no conocen de la existencia de software educativo (e.g., Derive, Cabri Géomètre) cuyas potencialidades superan ampliamente los juegos interactivos y permiten generar procesos de aprendizaje de las matemáticas. Algunos de los que conocen de la existencia de estos

paquetes informáticos no saben utilizarlos o conocen sólo algunas funciones de los mismos. Por su parte, aquellos quienes saben su funcionamiento no siempre los usan en sus clases ya sea para enseñar o para permitir aprendizaje.

Esta situación se complejiza aún más, cuando se reconoce que en el país no existen líneas de investigación consolidadas en torno a esta temática, y que los intereses particulares de grupos de investigación no siempre han encontrado un terreno definido por políticas académicas que permitan una gestión investigativa de trascendencia efectiva.

Cuarta reunión

Educación matemática y tecnología: visión de una investigadora y de un profesor universitario

La cuarta reunión del proyecto tuvo lugar el jueves 9 de marzo de 2000⁴ entre las 2:00 p.m y las 6:00 p.m.

En esta oportunidad, se presentaron elementos de las visiones de una investigadora en educación matemática y un profesor universitario, acerca de la tecnología en la educación matemática y en la enseñanza de la física. Los ponentes fueron Marina Ortiz y Bernardo Gómez. Marina Ortiz es profesora de matemáticas en la educación básica e investigadora del Anillo de Matemáticas; recientemente hizo un estudio para Colciencias sobre el estado del arte de la investigación –en Colombia– en educación matemática, a partir del análisis de los proyectos que han sido financiados por tal entidad en los últimos diez años; basó su ponencia en los resultados del estudio mencionado. Bernardo Gómez es profesor del Departamento de Física de la Universidad de los Andes y hace parte del grupo *Tetraedro* de la misma Universidad. El profesor Gómez presentó el software *Modellus*, potente herramienta tecnológica –diseñada por Víctor Duarte, de Portugal– para modelar situaciones.

Aspectos considerados en las ponencias

Ponencia: Investigación en tecnología y educación matemática

En su presentación, la investigadora Marina Ortiz señaló que el análisis de los proyectos en educación matemática que han sido financiados por Colciencias en los últimos diez años, permite identificar algunos aspectos y cuestiones que han sido objeto de investigación; de éstos, desarrolló aquel que se relaciona

⁴ Reporte realizado por Gloria Neira.

con la investigación en tecnología y educación matemática, al considerar y reportar los problemas que en este campo han interesado a los investigadores, las premisas de investigación, y las categorías conceptuales que subyacen a las investigaciones.

- *Aspectos y cuestiones objeto de investigación*

La investigadora Ortiz reporta que el análisis realizado de las investigaciones permite referenciar tres aspectos, no excluyentes, alrededor de los cuales han girado los proyectos de investigación realizados en educación matemática: los componentes del currículo, la construcción de conceptos, y la incorporación de la tecnología en la educación matemática.

Adicionalmente, mencionó que el análisis de los proyectos le permitió reconocer y agrupar las cuestiones objeto de estudio de los investigadores. El primer tipo de cuestiones está relacionado directamente con aspectos relativos al aprendizaje; en este grupo se ubican preguntas acerca de cómo aprenden los niños, de las formas de aprendizaje del conocimiento matemático, y de los componentes psicológicos del proceso de aprendizaje. El segundo tipo de cuestiones, relacionado con el anterior, hace referencia a asuntos de la didáctica en general; son características de este tipo de cuestiones preguntas tales como: ¿cuáles son los procedimientos didácticos que producen mejores resultados en la aprehensión del conocimiento matemático?, o ¿cuáles son las características de un currículo en matemáticas que posibilite el dinamismo y la funcionalidad del conocimiento matemático que se adquiere en el proceso escolar? También, en relación con la didáctica en general, se ha mirado la validación de propuestas didácticas novedosas y la incorporación de nuevas tecnologías, como recurso y como medio en la obtención de mejores resultados. Un tercer tipo de cuestiones hace referencia a asuntos que tienen que ver con la cultura; por ejemplo, hay interés en el impacto del ámbito cultural y social en los procesos formales, en las causas de bajo desempeño en matemáticas, o en cómo se explica el poco gusto –y en ocasiones el rechazo– hacia el estudio de las matemáticas. Un cuarto tipo de cuestiones tienen que ver directamente con conceptos matemáticos como *número*, *variable*, o *función* y con aspectos relacionados con la formación de docentes en donde se abordan preguntas como ¿cuáles son los elementos conceptuales y metodológicos de un programa de formación de docentes que tenga en cuenta la problemática detectada?

De otra parte, Marina Ortiz señaló que se detecta una intencionalidad en los proyectos de generar propuestas que apunten a subsanar los problemas detectados y de no limitarse al diagnóstico de situaciones. Algunas de estas



propuestas se relacionan con la pertinencia del uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

• *Los proyectos acerca de la incorporación de la tecnología en la educación matemática*

La investigadora Ortiz, luego de exponer los aspectos y cuestiones objeto de investigación, presentó un breve reporte sobre las investigaciones en tecnología y educación matemática, haciendo notar que en el ámbito internacional se percibe un gran impulso en esta área de indagación; como indicador de este impulso mencionó que en la Duodécima Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa (RELME 12), se presentaron cerca de doce talleres relacionados con el empleo en las matemáticas escolares de las calculadoras TI-92, del Cabri Géomètre y del Derive.

En el ámbito nacional, reseñó la existencia de tres trabajos de investigación que financió Colciencias: *Matemática de la señal* (con el software Matemática), realizado en 1992 por George Kemel, de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas; *Los sistemas de computación simbólica en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas básicas universitarias*, realizado por Alfonso Bustamante y Jairo Alvarez, de la Universidad del Valle; y, *Calculadoras gráficas y precálculo*, realizado entre 1994 y 1995, por Pedro Gómez, Vilma Mesa, Cristina Gómez, Paola Valero, Cristina Carulla y Felipe Fernández, de “una empresa docente” de la Universidad de los Andes.

El estudio de estos trabajos permitió identificar algunos rasgos característicos de la investigación realizada (a nivel nacional) en tecnología y educación matemática, a saber:

Intereses en tecnología y educación matemática. Algunos ámbitos problemáticos que en este campo han abordado los investigadores atienden a: la naturaleza del conocimiento matemático que se pone en juego en la realización de tareas en las que es, o no, necesario utilizar tecnología; el desarrollo de destrezas matemáticas –geométricas, lógicas, o numéricas– a través del uso de nuevas tecnologías; la formación de los estudiantes en la autonomía y en actitudes favorables para el aprendizaje de las matemáticas, mediado por el uso de la tecnología en los procesos de enseñanza; los ejes organizadores de un currículo en matemáticas que considere la incorporación de nuevas tecnologías; la posibilidad de ubicar a los estudiantes en la esfera de la metacognición, por cuanto el computador permite alejarse al ser de la forma como aprende y se convierte en un medio para modificar la manera como se aprende.

Premisas de la investigación. Existen algunas premisas teóricas básicas que comparten los investigadores en tecnología y educación matemática, estas son: el conocimiento matemático se construye en un proceso dinámico de asimilación y acomodación, de desequilibración y equilibración; las matemáticas son una ciencia viva que evoluciona y es funcional, es decir que permite y ayuda a plantear y resolver problemas; el conocimiento matemático que se construye en la escuela debe tener un doble carácter: el saber matemático compuesto por el conocimiento matemático y el conocimiento escolar; las herramientas tecnológicas son un elemento constitutivo de situaciones de aprendizaje novedosas y esencialmente distintas de la que han proporcionado tradicionalmente el lápiz y el papel (o el tablero y la tiza), y que conducen a que se generen nuevos entendimientos, nuevas formas de acceder al conocimiento y promueven la creación de modelos propios de pensamiento; y, los objetos matemáticos, a través de las herramientas tecnológicas, encuentran formas de representación dinámicas y ejecutables.

Categorías conceptuales de la investigación. Se reconocen algunas categorías conceptuales que atraviesan la discusión de las investigaciones en lo conceptual y en lo metodológico; son ejemplo de ellas, el saber escolar, la transposición didáctica, los obstáculos didácticos y epistemológicos, o la ingeniería didáctica.

Ponencia: Modelos matemáticos en el aula de procesos físicos

En su ponencia, Bernardo Gómez inicialmente planteó una situación física relativa a un resorte y a un peso pendiendo de éste, con movimiento oscilatorio. En seguida, diseñó un modelo matemático en el que implicaba algunas de las magnitudes variables de la situación física; una vez introducido el modelo en el software Modellus, procedió a hacer variaciones de los parámetros constitutivos del modelo y a exhibir cómo éstas modifican el comportamiento de la variación de las magnitudes físicas. De esa manera ilustró cómo dicho software permite experimentar –en el plano virtual– para tener un entendimiento de las leyes físicas, y cómo los procesos de conjetura y prueba se redimensionan, y facilitan, a través del uso de la tecnología en el estudio de fenómenos físicos. Igualmente, a partir del modelo matemático creó, con este software, una animación que ilustraba el fenómeno físico.

En el contexto del análisis ulterior del proceso de modelación de fenómenos físicos, el profesor Gómez afirmó que la naturaleza está en lenguaje matemático, y que el describir las relaciones existentes entre dos o más fenómenos conduce generalmente a una fórmula matemática. Esta fórmula puede ser asimilada a un



modelo, en tanto representa justamente –de manera general y abstracta– la relación entre las magnitudes variables implicadas, independiente de los datos a partir de los que se ha deducido o inferido.

En la parte final de su ponencia, el profesor Gómez replicó el experimento y el trabajo de variaciones de los parámetros implicados en el modelo, utilizando el programa Microsoft Excel. A través de las tablas de valores generadas por este programa, mostró que escolarmente se puede utilizar este software para realizar procesos de modelación, experimentación y verificación de hipótesis y conjeturas, similares a los ofrecidos por el software Modellus. Señaló, además, que estos recursos tecnológicos permiten –a través de la representación gráfica y de la amplia cantidad de valores generados para las variables– una visualización más potente de los micromundos físicos, posibilitando el estudio del rango de validez del modelo, facilitando los procesos de predicción, reduciendo el tiempo usado para hacer cálculos, y generando un mejor ambiente para hacer nuevas preguntas y buscar nuevas respuestas.

Preguntas y comentarios en torno de las ponencias

La mayoría de los comentarios de los profesores asistentes giraron en torno de los posibles pros y contras que tiene la tecnología y/o las herramientas tecnológicas (calculadoras, computadores, etc.) en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Algunos de estos comentarios se presentaron a modo de pregunta; por ejemplo, se planteó una inquietud acerca del papel que juegan los programas de computador (e.g., el Derive) en los procesos algorítmicos, haciendo ver que éstos arrojan resultados y no permiten ver los procesos. Estos comentarios exhibían un carácter hipotético y, en cierto sentido, especulativo; el exiguo contacto didáctico con la tecnología y con sus herramientas, por parte de los profesores asistentes, justificaba ese carácter. Este mismo carácter condujo consecuentemente al reconocimiento de la necesidad de generar procesos de indagación e investigación en el aula acerca de las posibles implicaciones y necesidades que impone el uso de la tecnología en el aula de matemáticas. A este respecto, los asistentes consideraron que como parte de una estrategia investigativa se deberían tener un grupo experimental y un grupo control; al primero de ellos se le brindaría un tratamiento didáctico basado en el uso de la tecnología, en tanto que al segundo se le daría un tratamiento didáctico tradicional.

Justamente para destacar ante los asistentes la relevancia y pertinencia de la reflexión e indagación acerca de los asuntos didácticos implicados en el uso de la tecnología para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas

escolares, el investigador Edgar Guacaneme propuso una serie de preguntas y consideraciones en torno a: las ventajas y desventajas de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas; el uso pertinente de la tecnología en el proceso de aprendizaje; los aspectos formativos que se ganan o pierden al introducir la tecnología en el proceso educativo; y, los requisitos para acceder al uso de la tecnología en el aula.

Para generar un contexto de ejemplificación para algunas de las preguntas y comentarios, el profesor Guacaneme presentó un problema retomado de la prueba utilizada en el Tercer Estudio Internacional en Matemáticas y Ciencias (TIMSS); el problema vincula el uso de una calculadora de cuatro operaciones.

Realice en la calculadora los tres primeros productos y luego, sin la calculadora, realice el cuarto producto

$$34 \quad \times \quad 34 \quad =$$

$$334 \quad \times \quad 334 \quad =$$

$$3334 \quad \times \quad 3334 \quad =$$

$$33334 \quad \times \quad 33334 \quad =$$

En este problema la calculadora simplemente permite encontrar los resultados de los tres primeros productos, pero no permite realizar el cuarto, para ello es necesario reconocer el patrón de comportamiento de los factores y asociarlo al patrón de comportamiento de sus respectivos resultados. En consecuencia, la calculadora permite centrar la atención en el objeto de estudio (los patrones) y ejecuta los procedimientos algorítmicos, que podrían dispersar la atención de los estudiantes.

Algunas reflexiones

La relatora Gloria Neira, plantea las siguientes consideraciones al respecto de los temas tratados en esta reunión. Existe aún mucho recelo por parte de los profesores de matemáticas de educación básica y media hacia el uso de la tecnología en la educación. Esto se hizo manifiesto en las posiciones que tomaron con respecto a los contras expuestos y en los comentarios acerca de que la tecnología nunca reemplazará al maestro. Se notó también en los participantes (la mayoría maestros) un marcado desconocimiento de software educativo básico y del uso de las calculadoras graficadoras, así como de la manera como estas herramientas pueden ser utilizadas en el salón de clase. Esto hace sospechar que son muy pocos los profesores que trabajan con tecnología y que el uso de la tecnología no ha permeado el sistema educativo, la

institución, ni el salón de clase. Por todas estas razones es pertinente involucrar a los maestros en una experiencia con tecnología, cercana a la que se puede vivir con los estudiantes, que ilustre algo en relación con las competencias que se podrían potenciar en sus alumnos mediante situaciones didácticas creadas para el empleo de tecnología. Una tal vivencia puede apoyar un acercamiento entre el conocimiento práctico y experiencia de los maestros, y el discurso de los investigadores que se ha explicitado en las reuniones anteriores.

De otra parte, preguntas y comentarios acerca del fundamento de las afirmaciones de la investigadora Ortiz, condujeron a pensar que no hubo una buena comprensión de lo que ella expuso como estado del arte y, que en general los términos usados por ella no encontraron eco en el grupo de maestros. Esto podría explicarse por el escaso conocimiento que ellos tienen acerca de las teorías en educación matemática; términos como “transposición didáctica”, “ingeniería didáctica”, “contrato didáctico”, etc., no hacen parte ni del lenguaje de los maestros, ni de sus necesidades e intereses.

La ponencia del profesor Gómez despertó mucha curiosidad por la potencia y novedad del software utilizado. Igualmente fue interesante la claridad con que fue expresado algo tan complejo como es la descripción por modelos matemáticos de una realidad observada. Sin embargo, los maestros adjudicaron el impacto logrado a la destreza con que el expositor lo utiliza y no al software mismo o a la problemática de enseñanza– aprendizaje que está detrás del uso de tal tecnología. Este hecho parece evidenciar una particularidad de los maestros asistentes: tienden a centrar su atención en el recurso tecnológico, más que en las posibilidades que se abren para la enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes, a través de éste.

Quinta reunión

Calculadoras en el precálculo y la geometría escolar: una experiencia para profesores

La quinta reunión del proyecto tuvo lugar el jueves 13 de abril de 2000⁵ de 2:00 p.m. a 6:00 p.m.

La intencionalidad de la reunión era propiciar un encuentro de los profesores con la tecnología, a través del cual pudieran vivenciar y reflexionar

⁵ Reporte realizado por Gloria Neira y Edgar Guacaneme.

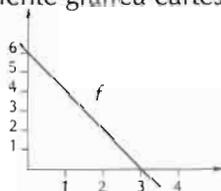
sobre la relación conocimiento matemático – tecnología, y sobre algunas características de la enseñanza y el aprendizaje del precálculo y la geometría con calculadoras.

La reunión se organizó en tres actividades. En la primera, Cristina Carulla y Edgar Guacaneme, investigadores de “una empresa docente” de la Universidad de los Andes, hicieron una sesión de taller en la cual los profesores participantes utilizaron la calculadora graficadora TI-85. En la segunda, Margarita de Meza, también investigadora de “una empresa docente”, hizo una presentación de las posibilidades brindadas por el programa Cabri-Géomètre incorporado en la calculadora TI-92. En la tercera y última actividad, se hizo una puesta en común en la cual se presentaron algunas reflexiones sobre las experiencias vividas durante la reunión y algunas apreciaciones acerca del uso de la tecnología en las clases de matemáticas.

Aspectos considerados en las actividades desarrolladas

- Taller: El papel de la calculadora en la “traducción” de la representación gráfica a la representación simbólica
- Primera parte. A los profesores se les propuso resolver el siguiente problema:

Considere la siguiente gráfica cartesiana de la función f .



- A. Escriba dos expresiones simbólicas para la función representada y justifique por qué las dos expresiones representan la misma función.
- B. Describa el procedimiento que utilizó para determinar cada una de las expresiones simbólicas.
- C. ¿Cuáles conocimientos matemáticos utilizó en cada uno de los procedimientos descritos?

Las expresiones simbólicas que surgieron como respuesta inicial de los profesores al ítem A fueron $y = -2x$, y $2x + y - 6 = 0$ mientras que las expresiones $y = -2(x-3)$, y $x/3 + y/6 = 1$ aparecieron durante la discusión posterior acerca de otras posibilidades de representación simbólica.

Las respuestas que intentaban dar cuenta de la justificación solicitada en el ítem A, se concentraron en las dos primeras expresiones; al respecto los

profesores argumentaron que ambas expresiones son equivalentes, que describen la misma relación entre las variables, que para valores iguales del dominio se tienen imágenes iguales en ambas expresiones, y/o que las rectas descritas tienen la misma pendiente o los mismos puntos de corte con los ejes. Adicionalmente, los participantes establecieron que entre estas dos expresiones existe una diferencia que se presentó bajo la afirmación: “en la primera la asignación de valores es explícita, en tanto que en la segunda la asignación es implícita”.

Ahora bien, con respecto al ítem B, las respuestas de los profesores mostraron que los diversos procedimientos utilizados en la obtención de la expresión $y=-2x+6$ son relativamente similares; en términos generales, se puede decir que inicialmente se calculó la pendiente de la recta a partir de las coordenadas de dos puntos de ésta, y que esta información se incorporó al modelo de ecuación de la recta punto-pendiente (i.e., $y-y_1=m(x-x_1)$) o a la ecuación pendiente-corte con el eje y (i.e., $y=mx+b$). Una vez hallada la primera expresión, se hacían a ésta transformaciones simbólicas para obtener las demás; por ejemplo, la segunda expresión ($2x+y-6=0$) se obtiene de la primera a través de una suma a ambos términos de la ecuación, en tanto que la tercera expresión ($y=-2(x-3)$) deviene de una sencilla factorización de uno de los términos de la primera, y la cuarta expresión ($x/3+y/6=1$) se obtiene al dividir la primera por 6 y luego sumar -1, a ambos términos de la ecuación. Esta última expresión también se puede obtener de manera directa a partir del reconocimiento de las coordenadas de los cortes con los ejes y de su ubicación en la estructura $x/a+y/b=1$.

Como respuesta al ítem C, los profesores reportaron varios temas, entre los cuales se identificaron algunos prioritariamente utilizados, entre los que se establecen nexos relacionales, a saber: pendiente-coeficiente del monomio en y; punto de corte con el eje y -término independiente; punto de corte con el eje x -ceros de la función; orientación de la recta-signo algebraico del coeficiente del monomio en x; línea recta-función lineal; función decreciente-proporcionalidad inversa. Algunas de estas relaciones entre temas fueron objeto de discusión dado que no son del todo evidentes o válidas (por ejemplo, no son válidas las relaciones línea recta-función lineal o función decreciente-proporcionalidad inversa). También se reportaron temas como la factorización y la equivalencia entre las ecuaciones.

- Segunda parte. Se proporcionó a cada profesor una calculadora TI-85 y se realizó una breve instrucción sobre el manejo de algunas funciones (escritura de ecuaciones que describen funciones, elaboración de sus gráficas y sus

tablas). Con los conocimientos adquiridos en esta instrucción, se procedió a plantear nuevamente el problema abordado en la primera parte del taller, pero esta vez se solicitó que se hiciera uso de las calculadoras en la estrategia de solución. Se solicitó, además, desarrollar las siguientes preguntas y actividades:

D. ¿Cuál es el papel que cumplió la calculadora en la nueva solución del problema?

E. Reproduzca lo más fielmente posible la gráfica de la función en la pantalla de la calculadora.

F. ¿Cuáles fueron los conocimientos matemáticos, diferentes a los reportados en el ítem C, que le permitieron reproducir la gráfica?

Ante la pregunta planteada en el ítem D, los profesores manifestaron que en la solución de este problema la calculadora cumple un papel muy limitado. En efecto, los profesores no utilizaron la calculadora para determinar las expresiones simbólicas de la función f ; sin embargo, la utilizaron para explorar y verificar si las expresiones halladas generaban la gráfica reportada inicialmente, y con esto justificar la validez de la respuesta. A través de este procedimiento resolvieron parcialmente el ítem E, con lo cual, pudieron evidenciar que la calculadora no admite todas las expresiones halladas, sino solamente aquellas en las que la variable dependiente está expresada en términos de la variable independiente, es decir, aquellas en las que la letra aparece como uno de los miembros de la ecuación. Este hecho fue propicio para generar la inquietud acerca de la diferencia entre ecuaciones y funciones, sobre las relaciones que existen entre estos dos conceptos, y acerca del significado dual (asignación y equivalencia) que puede presentar el signo igual en estas expresiones.

Al tratar de reproducir la gráfica de la función f , en la pantalla de la calculadora, los profesores pudieron evidenciar que este ejercicio más allá de implicar el manejo de elementos técnicos sobre el uso de la calculadora, implica el manejo comprensivo de conocimientos matemáticos acerca de las gráficas cartesianas (e.g., la noción de escala), y de las funciones de variable real (e.g., la idea de dominio y rango de visualización). Con estas observaciones los profesores contestaron, en parte, al ítem F.

Algunas reflexiones a partir del taller

La etapa de instrucción en el manejo de la calculadora permitió evidenciar que la mayoría de los profesores participantes de la sesión, nunca antes había



utilizado calculadoras graficadoras y que ellos tenían dificultad para apropiarse de la lógica que subyace al manejo técnico de éstas. Este hecho, justificaba plenamente la necesidad de generar, para los profesores asistentes, una experiencia personal con el uso de la tecnología, desde la cual se potenciara la resignificación de las opiniones y creencias sobre el uso de las calculadoras en el aprendizaje y enseñanza de las matemáticas.

De otro lado, la mirada lograda acerca del papel de la calculadora en un ejercicio matemático que implica la “traducción” de un sistema de representación gráfico a uno simbólico, llevó a la mayoría de los asistentes a repensar la validez de las afirmaciones en las que se descalifica el uso de las calculadoras en los procesos de aprendizaje, a partir de la creencia de que con éstas ya no hay conocimiento matemático que aprender. Igualmente, esta mirada permitió un ambiente para repensar en la existencia de conocimiento matemático no algorítmico, implicado en ejercicios de matemáticas.

Otra de las reflexiones suscitadas por el taller atiende al desconocimiento que tienen los profesores acerca de cómo utilizar las calculadoras en el desarrollo de los cursos de matemáticas. A este respecto es conveniente reportar la dificultad que impone pensar en las diferencias que existirían entre una clase de matemáticas sin, y con, calculadoras. Por ejemplo, las diferencias en cuanto al contenido tratado; en cuanto a los papeles que desempeñarían profesores, alumnos, textos; en cuanto al conocimiento matemático evaluado y las características de la evaluación; etc.

Ponencia: Aprender geometría con Cabri-Géomètre

Margarita de Meza inició su ponencia señalando que uno de los problemas fundamentales de la educación matemática es “cómo hacer para que los niños aprendan geometría”. Desde ese punto de vista la misión de aprender geometría con Cabri es aportar al mejoramiento de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas.

La conferencista destacó tres formas de definir la geometría:

- *Geometría como ciencia del espacio.* Esta se ocupa de describir y analizar la forma, de buscar y descubrir regularidades y patrones de forma; a través de esto pretende organizar y codificar su comprensión del entorno.
- *Geometría como método para visualizar y modelar conceptos o procesos, en las matemáticas mismas o fuera de ellas.* A través de ésta se da forma mental o física a conceptos y procesos; se relaciona el mundo de los objetos y los conceptos, con el mundo de los conceptos geométricos, por medio de

imágenes; se usa creativamente la visualización para comprender conceptos o procesos.

- *Geometría como teoría matemática formal.* Básicamente ésta se puede entender como un modelo de la matemática occidental desarrollado –desde los griegos– por medio de axiomas, reglas lógicas, definiciones y teoremas. Este modelo ha sido el paradigma del razonamiento matemático deductivo.

Planteó, además, que en la geometría escolar surge la necesidad y conveniencia de propender por un equilibrio entre esas tres visiones. Para aproximarse a este equilibrio se requiere que en la clase de geometría haya espacio para que los estudiantes –entre otras actividades: exploren situaciones, descubran patrones e invariantes, formulen conjeturas, planteen hipótesis, diseñen experimentos para verificar si las hipótesis se cumplen o no, realicen varias veces el experimento, hagan demostraciones para probar la validez de la afirmación general o muestren contraejemplos.

Desde esta perspectiva es necesario reconocer las posibilidades y limitaciones generadas por la implementación del software Cabri-Géomètre en la enseñanza y el aprendizaje de la geometría. Para tal efecto, es conveniente precisar que con el programa Cabri, la geometría se transforma en el estudio de las propiedades invariantes de unas figuras cuando se mueven sus componentes en la pantalla. Esta posibilidad de movimiento genera nuevas formas de experimentación que hace posible tanto la observación de una cierta propiedad geométrica, como la verificación de su validez para muchas figuras. Particularmente Cabri permite: experimentar en geometría como se hace en ciencias naturales; diseñar observaciones, construcciones, y/o representaciones; explorar objetos y relaciones entre objetos; modelar, es decir, encontrar una estructura matemática subyacente en cierto problema; conjeturar, es decir, hacer una hipótesis a partir de un descubrimiento e interpretarla; clasificar, es decir, encontrar propiedades comunes; argumentar, es decir, hallar argumentos intuitivos o usar la visualización para llegar a la demostración.

Cada una de estas posibilidades y acciones “físicas” y “mentales” que se potencian con el uso de Cabri, fueron objeto de ejemplificación por parte de la ponente. Por ejemplo, elaboró en la pantalla de la calculadora una construcción geométrica a través de la cual se podía visualizar fácilmente la propiedad de los triángulos que tienen como lado uno de los diámetros de una circunferencia y como vértice opuesto cualquier punto de la misma.

Finalizó su presentación señalando que el maestro que quiera usar Cabri en su clase tiene al menos dos retos importantes con respecto a la enseñanza



de la geometría: el primero es diseñar y realizar actividades que, mediante el uso pertinente de la tecnología, enriquezcan la comprensión de los conceptos y relaciones geométricas, en las tres acepciones de geometría; el segundo es determinar cuándo es pertinente usar Cabri y cuándo no lo es.

Discusión y plenaria

Después de las dos actividades anteriores, se sometió a consideración de los asistentes la siguiente cuestión:

Bajo el supuesto de que existen las condiciones ideales, ¿cuál podría ser la mayor potencialidad y cuál la mayor dificultad en el uso de la tecnología en el aula de clase?

Al respecto, a continuación se presentan clasificadas algunas de las respuestas dadas por los asistentes.

Potencialidades:

- El uso de la tecnología en el aula de clase potenciaría la enseñanza y el aprendizaje. En la enseñanza, conminaría al maestro a buscar diversas metodologías de enseñanza, a ser más creativo, a proponer alternativas novedosas de trabajo en el aula, y a reorganizar sus conceptos. En el aprendizaje, sería un elemento llamativo para los alumnos; desarrollaría más la creatividad, el razonamiento, el análisis y la búsqueda de diversas soluciones.

- El uso de la tecnología en el aula de clase se convierte en un reto para los docentes ya que deben explorar otros horizontes, que van más allá de la matemática en sí. Adicionalmente, brinda la posibilidad y la necesidad de diseñar y crear formas diferentes de introducir y analizar conceptos matemáticos, dejando de lado la memoria y enfatizando en los análisis.

- La utilización de la calculadora potencia el desarrollo del pensamiento matemático; por ejemplo impone condiciones que favorecen la justificación de respuestas que da la calculadora, ya sean gráficas, algebraicas o numéricas. En este sentido, la calculadora si bien hace el proceso mecánico, sigue necesitándose el proceso lógico para saber cómo, para qué y cuándo usarla.

- El uso de la tecnología en el aula de clase ahorra tiempo al facilitar construcciones y diseños. Además, permite afianzar procesos por medio de la experimentación al poder representar las diferentes variaciones en las construcciones o en los diseños.

- Las calculadoras permiten un acercamiento al mundo real, generando un mundo en donde lo abstracto (teoría) está próximo a lo visual.

- Con la tecnología haciendo parte de las clases, muy probablemente se convertiría en realidad esa intención de que la educación debe ser para lograr mejores desempeños en la vida, ya que los alumnos estarían viviendo en el colegio la tecnología que los rodea en el mundo de hoy.

- Las calculadoras usadas en el aprendizaje de las matemáticas darían mayor rapidez y facilidad para visualizar modelos que permitan y exijan la generalización. Igualmente, éstas podrían minimizar el desagrado que por las matemáticas tienen algunos estudiantes, y les despojaría de la angustia generada al cometer errores.

- El uso de la tecnología despierta la curiosidad por lo nuevo y alimenta su capacidad investigadora, hace sentir a estudiantes y maestros que la ciencia está al alcance de todos y que para experimentar no necesariamente debemos estar en un "laboratorio".

Dificultades:

- El maestro debe reevaluar su trabajo, diseñar un nuevo currículo donde se incluya la tecnología, elaborando una gran cantidad de actividades en los diferentes temas. Esto requiere mayor tiempo y capacitación para el diseño de actividades apropiadas.

- Se requiere un replanteamiento de lo que debe ser enseñado, enfatizando más en los diversos contenidos matemáticos que lo algorítmico, lo cual implica una reforma curricular que impone exigencias difíciles de satisfacer por los maestros en las condiciones actuales.

- Rompe con una cultura basada en lo mecánico y en la que no se mira el valor de la abstracción. En este sentido exige un cambio de actitud acerca de lo que tradicionalmente los maestros hacen en la escuela.

Sexta reunión

El uso de tecnología en clase: visión de una investigadora y de un profesor universitario

La sexta reunión del proyecto tuvo lugar el jueves 11 de mayo de 2000⁶ entre las 2:00 p.m. y las 6:00 p.m.

En esta ocasión fueron dos los ponentes: Leonor Camargo, profesora-investigadora en educación matemática de la Universidad Pedagógica

⁶ Reporte realizado por Gloria Neira.



Nacional, quien ha estado vinculada al proyecto que lidera el Ministerio de Educación Nacional para la incorporación de nuevas tecnologías en las matemáticas escolares. El otro ponente fue Iván Castro, profesor de matemáticas de la Universidad Javeriana, quien ha liderado en su institución el empleo de la tecnología como herramienta para los cursos de matemáticas.

Aspectos considerados en las ponencias

Ponencia: Proyecto MEN. Incorporación de nuevas tecnologías al currículo de matemáticas

La investigadora Camargo partió del interrogante: ¿Por qué el Ministerio de Educación Nacional emprende un proyecto en esta dirección?

Como aproximaciones se tendrían respuestas como: los cambios sociales, las demandas de la sociedad. Un elemento que cuestiona es el analfabetismo funcional en matemáticas: el común de las personas no hacemos uso de las matemáticas. Hacemos uso de unas técnicas y las ejecutamos. Ni siquiera los profesionales hacen uso de las matemáticas. Al respecto cita a Bishop con sus estudios sobre la *enculturación de las matemáticas*. Se usan en la calle al encontrarse con rebajas y descuentos de artículos de uso común, pero nada más. Al respecto habla de la vigencia del conocimiento adquirido, de la movilidad de las empresas de acuerdo a la competencia, y para responder a las expectativas de evaluación en Colombia. ¿Por qué no se dan los cambios esperados en el sistema educativo? Por miedo, por inercia de las instituciones educativas: son procesos muy lentos porque faltan agentes de cambio. En ese sentido, ella parte de la premisa de que la incorporación de las nuevas tecnologías van a posibilitar transformación de las prácticas educativas y una nueva visión del conocimiento y del aprendizaje.

En seguida pregunta: ¿de qué manera introducir la calculadora al currículo? Frente a esto dice que se reconocen dificultades tanto de orden académico como de orden logístico. En ese sentido, el proyecto del MEN tiene dos objetivos: uno es propiciar, favorecer una nueva visión del conocimiento y de la actividad matemática: el conocimiento es situado; el otro es lograr la apropiación social de nuevas tecnologías, la endogenización del pensamiento científico y cultural y democratización del acceso a la tecnología. Todo esto con el fin de proporcionar un medio expresivo, permitir un acercamiento visual acompañado de instrumentos de medición y control, permitir acceder a representaciones dinámicas de carácter ejecutable, conectar las diferentes áreas y estimular la discusión y confrontación de ideas.



En cuanto al marco conceptual del proyecto, se ha pretendido hacer una reflexión seria que acompañe a los instrumentos para que no se queden como unos instrumentos más, sino que cumplan una función cognitiva y sean fuente de problematización de conceptos; es decir, que permita repensar el currículo.

En cuanto a los elementos teóricos del proyecto, el más importante es la concepción de *recurso tecnológico*: todo recurso que posibilita una vía más fácil de ejecutar acciones; es un instrumento de mediación, un sistema de representación ejecutable, medio de expresión. Con respecto a la evolución de la tecnología, identificó tres momentos de transición cognitiva en la historia:

Cultura mimética. En la que el cuerpo se convierte en sistema de medida.

Cultura oral o mítica. En la que el lenguaje es el elemento principal; la memoria es algo transferible, dado que puede comunicar a los demás.

Cultura teórica. En la que hay sistemas de representación externos como la escritura, y en la que la memoria rebasa los límites impuestos por la biología. Se da una transformación tecnológica y una búsqueda de la reproductibilidad de las acciones realizadas. Los instrumentos tecnológicos hacen por el individuo, las tareas rutinarias y mecánicas, para que el cerebro pueda dedicarse a procesos más elevados. Esos instrumentos de representación de una cultura determinan la organización de esa cultura y su tecnología.

La profesora Camargo hizo ver que el sistema educativo siempre ha hecho uso del recurso tecnológico. El uso de Internet, de lo virtual informático está organizando la vida social. ¿Qué se colige de todo esto? Toda acción cognitiva está mediada por un instrumento: el conocimiento depende de los instrumentos de representación. Entonces, si cada tecnología aporta algo, ¿qué aportan estas nuevas tecnologías? Posibilitan representaciones ejecutables.

Ponencia: Matemática asistida por computador en la Universidad Javeriana

El profesor Iván Castro contó que en la Universidad Javeriana se dictan las clases de matemáticas asistidas por computador. Los resultados de la tecnología hay que usarlos en su debido momento. Históricamente hay muchas muestras del uso de instrumentos en matemáticas: regla y compás, ábacos, manos, máquina calculadora (Pascal), computador (Babage), máquinas, programas (Byron); teorema de incompletitud de Gödel, inteligencia artificial (Newman) y máquina de Turing, máquina de Post hasta llegar al computador moderno.

El computador debe ser parte integral de la enseñanza y aprendizaje de la matemática porque es un centro de atención de lo conceptual, hay mayor motivación, se depura la acción docente, permite verificar los resultados de

su trabajo, permite ruptura de paradigmas, permite el cambio de condiciones del contrato didáctico, permite llegar rápidamente a los resultados.

En cuanto a los programas, manejan las matemáticas desde lo simbólico, a bajo costo, con bajas exigencias de hardware, son fáciles de operar, son buenos graficadores, aptos para programar, pueden ser llevados a las calculadoras graficadoras, de fácil configuración.

Entre los programas de matemáticas citó: Eureka: manejo numérico no simbólico, Redeus: matemática simbólica, problema al cargar cada programa, Calcula, Mathcad: no tiene un tratamiento simbólico de la matemática, Derive, Mathematica, MathLab.

Respecto al Derive, hay buen número de publicaciones: más de cincuenta libros en todos los idiomas, referenciados en muchas revistas internacionales, aún a nivel de secundaria.

En su experiencia en la Universidad Javeriana, dijo que se ha dado un trabajo en forma masiva a nivel de: cursos de formación de profesores permanentemente, planeación del trabajo en el computador en los cursos; reestructuración del contenido de los programas; talleres como soportes metodológicos. Se han hecho encuestas que revelan que el 97% de los profesores usan el computador y un 88% de los estudiantes está de acuerdo con el uso del computador. Hay opiniones acerca de que sí se presenta un cambio de actitud, una mejor comprensión que favorece la ejemplificación, una mayor capacidad de resolución de problemas, más interés por las materias.

Con respecto a los proyectos futuros, un propósito que tienen en mente es el de mejorar el currículo, mejorar la formación, extender el proceso a otros profesores, implementar el programa en estadística, con la novedad de que la calculadora TI 89 ya tiene incorporado el software Derive.

Consideraciones

En relación con la ponencia de la profesora Leonor Camargo se pudo concluir que muchos profesores universitarios están aprendiendo a usar el recurso al tiempo que los profesores de colegio. Es un ejemplo del tipo de interacción directa entre maestros y profesores universitarios, además de la interacción con los lineamientos en tecnología. Cada uno, desde su saber, interactúa para enriquecer y formular nuevas situaciones didácticas en el salón. En esta interacción se va construyendo un saber común a los investigadores y maestros de las escuelas. Los conceptos no emergen sino que se tiene la posibilidad de transferir esos constructos. Se da, con motivo de la presencia de la tecnología

una fluidez representacional. Se asume la matemática desde una perspectiva cultural. Se buscan significados. Hay que mirar e interpretar el mundo con las gafas de las matemáticas.

Los profesores manifestaron buen agrado con la ponencia de la profesora Camargo en tanto incorpora elementos didácticos y es más adecuada en el ámbito educativo escolar de la básica y media. La charla del profesor Castro la ven muy lejana a su realidad, lo cual se detecta por el reiterado comentario, de que el Derive es solamente para adiestrar y no para conceptualizar.

Los dos ponentes de la reunión presentaron visiones diferentes acerca de la problemática del uso de la tecnología. En el primer caso la charla se centró en aspectos teóricos que ayudaban a comprender la importancia de la incorporación de la tecnología en el ámbito escolar. La segunda hizo una descripción de las posibilidades del uso de la tecnología desde la experiencia que ha tenido en la Universidad Javeriana. Este hecho puede explicarse por el tipo de formación de cada uno de ellos. Mientras la profesora Camargo tiene una formación en educación matemática, entendida ésta como área de conocimiento que se ocupa de los fenómenos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, el profesor Castro viene de una formación matemática y sus conocimientos en educación matemática los ha adquirido a través de la experiencia con sus alumnos universitarios.

Séptima reunión

Profesores de matemáticas escolares y el uso de tecnología en clase. Cierre del Encuentro

La séptima reunión del proyecto *Encuentro de saberes* tuvo lugar el martes 6 de junio de 2000⁷ entre las 2 y las 6 de la tarde. La mayoría de los asistentes participaron en las siete reuniones del Encuentro.

En primer lugar se da cuenta de aspectos generales del evento; en segundo lugar se expone un resumen de ideas centrales de las dos ponencias realizadas; en tercer lugar se presenta un resumen de la actividad de cierre del Encuentro.

Aspectos generales

La reunión se inició con dos ponencias, cada una de cuarenta y cinco minutos, a cargo de dos profesores de matemáticas que han tenido alguna experiencia con respecto a la incorporación de la tecnología portátil en su aula de clase.

⁷ Reporte realizado por Patricia Inés Perry.



Los ponentes fueron Jorge Rodríguez, jefe del Departamento de Matemáticas del Colegio San Jorge de Inglaterra, y Mariana Sarmiento, profesora del Colegio Santa Francisca Romana. Aunque las dos reuniones anteriores también se centraron en la presentación de aspectos relativos al uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas y en particular, se hizo referencia a dos proyectos sobre la incorporación de tecnología en aulas de clase, en esta ocasión se quiso destacar de manera importante la visión y experiencia de dos profesores de matemáticas que han usado tecnología portátil en su clase, sin que dicha experiencia esté inscrita en un proyecto promovido o liderado por alguien diferente del profesor mismo.

Después de las dos ponencias se abrió un espacio para la interacción entre los participantes con el propósito de obtener unas conclusiones validadas por la opinión de quienes estuvieron asistiendo regularmente al Encuentro.

Ponencia: Las calculadoras graficadoras en el aula de clase

El profesor Rodríguez contó que desde hace algo más de un año está empeñado en lograr incorporar la tecnología portátil en las clases de matemáticas de todo el colegio. Aunque en ese empeño hay algún asunto económico por resolver pues ve la necesidad de contar con un cierto equipo, ese no es ni el único ni el más importante problema. En su calidad de jefe del Departamento de Matemáticas, Jorge señala dos dificultades que ha tenido que sortear para sacar adelante su propósito. Por un lado, convencer a las directivas del colegio de la importancia de usar este tipo de tecnología en la clase. Por otro lado, vencer la resistencia de los profesores de matemáticas a usar la tecnología. En relación con esto último, anotó que desde hace algún tiempo las dos horas semanales de reunión del área la dedican “solamente para que el profesor aprenda a usar la calculadora graficadora como requisito para que la use en clase”. También afirmó que “para el año entrante los programas de matemáticas se van a ajustar totalmente para que con los textos nuevos se maneje la calculadora graficadora en el aula”.

Dentro de esos planes, es bastante clara para el profesor Rodríguez la necesidad de una actitud crítica: no obstante reconocer los beneficios del uso de la tecnología en la enseñanza, también es consciente de los peligros potenciales del mal uso, razón por la cual afirmó, haciendo eco del autor del libro de texto que sigue para 10^o y 11^o, que “es necesario establecer dónde es adecuado usarla y dónde no lo es; lo que importa es el uso adecuado de la tecnología; la tecnología portátil, los computadores no son una panacea pero cuando se usan en forma correcta pueden ser un gran estímulo al aprendizaje”.

Además, algunos de los aspectos que quieren lograr con el uso de la calculadora graficadora, son:

- dedicar más tiempo a la exploración, análisis e interpretación de resultados numéricos y gráficos,
- ver gráficamente cómo se van haciendo ciertas construcciones que no es posible ver al hacerlo a mano, conocer las características de las gráficas de una familia de funciones,
- emprender de manera efectiva el uso de la tecnología como parte del proceso de resolución de problemas,
- analizar gráficas de funciones.

Con respecto a su experiencia personal en cuanto profesor de matemáticas cuenta que desde hace ocho años ha venido usando las calculadoras graficadoras (de diferentes marcas) en su aula. Se reúne los sábados con sus alumnos que tienen dificultades en el manejo de la calculadora para darles el apoyo necesario, con el fin de que en las clases puedan usarla de manera adecuada. Han utilizado esta tecnología para resolver sistemas de ecuaciones lineales, inecuaciones, para hacer gráfica de funciones, para estudiar temas específicos de estadística y probabilidad, y en cálculo para derivar, integrar y hacer análisis de gráficas.

Ponencia: Ya no sabría cómo enfrentar un curso de álgebra sin la calculadora graficadora, experiencia en el Santa Francisca Romana

El lema expresado en el título de esta ponencia expresa la visión de la ponente acerca de la importancia del uso de la tecnología en la enseñanza y aprendizaje del álgebra. La experiencia de Mariana se inscribe en un proyecto institucional de incorporar las calculadoras graficadoras en los cursos de matemáticas del colegio, proyecto que es iniciativa de los profesores que allí trabajan. Señala tres aspectos que han sido claves para el desarrollo de tal proyecto:

- el apoyo institucional de las directivas que se concreta en una confianza y respeto hacia la autonomía del profesor,
- el trabajo en equipo de los profesores del Departamento de Matemáticas que se concreta, entre otras cosas, en el apoyo que se dan los profesores entre sí en torno a los asuntos propios de la enseñanza y en la apertura de sus clases a los colegas,
- el trabajo personal de cada profesor que se caracteriza, entre otras cosas, por una actitud crítica para considerar las ventajas y desventajas del uso de la

calculadora graficadora en el aprendizaje, por una actitud de búsqueda y exploración en torno a los aspectos relativos a la enseñanza y por una actitud positiva para tomar riesgos puesto que el uso de la tecnología suele dar miedo y es necesario vencerlo.

La experiencia de la que habló Mariana en esta ponencia se ubica en 9º grado. Ella afirma que la incorporación de la calculadora graficadora en su clase (proyecto en el que ya lleva dos años de trabajo diario) ha tenido implicaciones en el currículo y efectos en sus estudiantes. Los cambios en el currículo se extienden a los contenidos matemáticos que se tratan y al enfoque con que se presentan; a la metodología empleada, y a la evaluación que se hace a los alumnos. Naturalmente, todos estos elementos del currículo junto con la presencia de la tecnología portátil como recurso habitual, están determinados por y al servicio del logro de unos objetivos generales⁸ que son comunes a todos los cursos de matemáticas del colegio y al logro de unos objetivos específicos que se concretan en cada curso de acuerdo al contenido matemático tratado⁹.

Entre los cambios realizados, destacó el hecho de presentar los temas matemáticos de manera conectada (e.g., ecuaciones lineales y funciones lineales se tratan dentro de una globalidad); además, el enfoque es funcional y hace énfasis en el manejo gráfico y numérico, estableciendo siempre conexiones entre lo gráfico y lo simbólico. Dijo que se ha llegado a trabajar de manera intuitiva, de manera informal, pero a fondo, conceptos matemáticos básicos para el cálculo (e.g., puntos de tangencia, asíntotas) y esto ha sido posible por tener como recurso la calculadora graficadora.

Con respecto a la metodología destacó cambios que se concretan en un énfasis para que el alumno pueda ver, descubrir, en vez de que se le cuenten como hechos cumplidos las propiedades y características de los objetos matemáticos. También señaló como cambio el tipo de tareas que es posible

⁸ Los cuatro objetivos generales para el área de matemáticas son: desarrollar habilidades de razonamiento, de comunicación, de resolución de problemas y lograr el uso eficiente de la tecnología.

⁹ En noveno grado, algunos de los objetivos específicos pretenden que el estudiante: interprete, realice y analice tablas, gráficos y fórmulas; comprenda funciones algebraicas (lineales, cuadráticas, polinómicas, racionales, exponenciales, logarítmicas) y las utilice para modelar situaciones reales; analice las propiedades de las funciones algebraicas (crecimiento, dominio, rango, interceptos, puntos de inflexión, etc.) e interprete los resultados en contextos reales, simulados o aplicados; organice datos y resuelva problemas; realice conexiones entre las matemáticas y otras áreas del conocimiento; organice y comunique ideas matemáticas en forma coherente, clara y exacta; lea comprensivamente información matemática; utilice las calculadoras graficadoras para incursionar en diferentes temas matemáticos.

proponer al estudiante cuando éste dispone de la calculadora graficadora; tales tareas pueden ser más significativas e interesantes y menos rutinarias, con lo que se logra, en su opinión, un aprendizaje más significativo.

Con respecto a la evaluación, ahora la profesora hace más énfasis en el análisis e interpretación de conceptos matemáticos en contextos reales o simulados, en la realización de proyectos que buscan modelar situaciones reales usando funciones matemáticas. Señaló como asunto clave el uso de la calculadora graficadora para hacer un proceso de autoevaluación que le ayuda a los alumnos a saber qué está bien y qué no.

Los alumnos están mucho más motivados durante la clase de matemáticas; incluso a quienes no les gusta la matemática se involucran en las tareas que se les plantea. Con respecto a lo que se puede esperar del comportamiento de los alumnos, la profesora Sarmiento afirmó que “ponerles [a los alumnos] una calculadora gráfica en las manos es ponerlos a volar”. Pero, aclaró que no es sólo la motivación y la actitud de los alumnos lo que ha cambiado; también ha visto que la comprensión de ellos ha mejorado y la forma como abordan las diferentes tareas que se les proponen.

Comentarios en torno a tres preguntas

A continuación se expone el texto (tres enunciados) que se sometió a consideración de los participantes en busca de validar lo allí dicho como conclusiones del proyecto.

A. Los investigadores en educación matemática se mueven en contextos teóricos que les impiden reconocer la realidad que se vivencia en la escolaridad, por ello, sus discursos son poco significativos para los maestros de matemáticas, sus diseños curriculares en matemáticas son irreproducibles e intrascendentes en la escuela, y los programas de formación que generan abordan temáticas ajenas a las necesidades de los profesores.

B. La dinámica que impone el quehacer como docente de matemáticas, genera condiciones que imposibilitan la acción simultánea como profesor, innovador e investigador. Esto conlleva a la necesidad de convertirse en receptor de resultados generados desde la investigación y la innovación en educación matemática y niega la posibilidad de participar en la construcción de estos resultados.

C. El uso de la tecnología en las clases de matemáticas es una realidad a construir. En ese proceso, el trabajo realizado por los investigadores deberá estar íntimamente ligado a la formación de profesores en el aprendizaje y uso

creativo de dicha tecnología, al diseño de estrategias curriculares adaptables y compatibles con las realidades y contextos escolares, y a la conceptualización en educación matemática.

Algunos de los comentarios de los asistentes en torno a las afirmaciones se presentan a continuación:

El nivel socioeconómico de los diferentes contextos en los que ocurre la escolaridad se ve como un factor asociado que determina casi que irremediabilmente lo que puede tener sentido y ser posible en la enseñanza de las matemáticas, máxime cuando se trata del uso de recursos tecnológicos que implican costos importantes para los involucrados en el asunto. Uno de los profesores asistentes señalaba que las experiencias con el uso de la tecnología expuestas por sus colegas (que hacían referencia a estudiantes de un nivel socioeconómico alto) son impensables con sus alumnos de nivel mucho menor; sin embargo, no fueron suficientemente claras las razones de esta tesis.

Con respecto a lo que puede resultar clave en la calidad de la enseñanza y de los resultados de los estudiantes, se destacó que es el cambio que viene desde dentro del profesor lo que realmente puede posibilitar un quehacer especial en el aula. La siguiente cita textual recoge lo dicho:

No interesa si se es profesor del estrato 2, 3 o 6, se puede ser buen profesor sin usar tecnología, es importante creer que los estudiantes son capaces porque una aproximación al currículo como la que hemos visto hoy tiene que partir de la aceptación y de la certeza de que los estudiantes son capaces de hacer una serie de cosas y que uno como profesor también es capaz de hacer un trabajo de enseñanza que implica búsqueda de recursos (Internet, libros), mirar diferentes enfoques, implica mucho trabajo que a veces no estamos dispuestos o acostumbrados a hacer y más bien esperamos soluciones desde fuera.

Con respecto a la distancia que puede haber entre el discurso y el trabajo de los investigadores y el de los profesores, alguien refiriéndose, por ejemplo, a los lineamientos curriculares para matemáticas, señaló que sí es necesaria e importante una interacción más próxima y frecuente entre investigadores y profesores de manera que éstos puedan ver y comprender más claramente los planteamientos teóricos de la educación matemática y eso les pueda aportar luces con respecto a lo que se podría hacer en el aula.

Con respecto a la hipotética imposibilidad de que un profesor participe en la construcción de resultados que provengan de un trabajo de investigación o

de innovación, se señaló que las ponencias presentadas por Mariana y Jorge dan indicios de que es posible hacer innovación en clase y que con una intención clara y consciente de sistematizar el proceso, es posible obtener resultados de tal proceso de indagación o de innovación.

Se mencionó también el deseo de profesores, que han hecho algún trabajo de indagación apoyados por alguna institución universitaria o inscritos dentro de algún proyecto de formación de profesores, de continuar teniendo oportunidades para hacer indagación sobre asuntos específicos de su quehacer docente. Además, se enfatizó la necesidad de comenzar a utilizar los espacios institucionales que se tienen para realizar en equipo, trabajos de indagación y para sistematizar las experiencias que se van construyendo y a través de las cuales el grupo de profesores de la institución podría aprender para mejorar aspectos específicos de su práctica.

Las dos experiencias que fueron presentadas en esta última reunión dan evidencia de que el uso de la tecnología en las clases de matemáticas es una realidad a construir. Se ve que detrás de lo que los ponentes contaron hay una intención clara y una forma de proceder en el día a día, que permite ir construyendo un currículo, una forma de ver las matemáticas, etc.



CONCLUSIONES

El proyecto *Teoría y práctica de la educación matemática. Encuentro de saberes en precálculo y tecnología* tuvo como objetivo principal abrir un espacio de interacción y de intercambio de ideas entre diferentes actores del sistema colombiano de educación matemática.

Al presentar la propuesta ante el IDEP se explicitó la necesidad de que el investigador en educación matemática conozca y comprenda, cada vez con mayor profundidad, la problemática de las matemáticas escolares y las características del contexto escolar que condicionan el funcionamiento de tal sistema, de manera que pueda influir en la conformación de las prácticas. Igualmente se vio la necesidad de que el profesor de matemáticas tuviera acceso a los resultados de la investigación que deberían informar e influir en sus prácticas.

Encuentros, desencuentros y reencuentros entre las prácticas de los investigadores en educación matemática y los profesores de matemáticas, es la impresión que deja esta mirada a los diferentes discursos que circularon en



el espacio que abrió el proyecto *Encuentro de saberes*. Se evidenció una necesidad, sentida por parte de cada uno de ellos, de acercarse más los unos a los otros con sus saberes y contextos diferentes.

Se identificaron tres grupos que hacen parte del sistema colombiano de educación matemática. Un grupo de investigadores en educación matemática cuyas prácticas se describieron alrededor de tres temas: la investigación, el diseño curricular y formación de maestros. Un grupo de profesores de matemáticas entre los cuales hay unos pocos que han hecho investigación en el aula y cuyas prácticas se describieron como investigación, diseño curricular y práctica docente. Igualmente se identificó que pertenecían a este grupo profesores universitarios que no necesariamente han realizado proyectos de investigación en educación matemática pero sí en su disciplina particular. Por último se describió el grupo de funcionarios públicos en donde se identificaron dos tipos, aquellos que han hecho investigación en educación pero no ligada a las matemáticas y aquellos que son investigadores en educación matemática y que forman parte de un equipo del Ministerio quienes tienen una estrecha relación con profesores universitarios y profesores de colegio a través de proyectos conjuntos en la construcción de diseños curriculares para el uso de tecnología en el aula.

Todos los actores que participaron en el Encuentro se pueden catalogar en alguno de estos grupos. Todos viven su práctica alrededor de los mismos temas pero cada uno le da un enfoque diferente y lo mira con profundidades de distinto nivel. Se ve la necesidad que tienen los diferentes actores de interactuar y comunicarse en forma permanente. Sin embargo, el Encuentro evidenció que son muy pocos los investigadores en educación matemática y muchos los profesores, cuestión que dificulta el acercamiento entre la práctica y la teoría. Para que haya acercamiento es necesario que los unos y los otros se formulen preguntas similares, que identifiquen claramente las fronteras de su saber y que cada uno reconozca su especificidad. Esto ayudaría a promover el encuentro.

Realizamos un seguimiento sistemático de la presencia de los diferentes actores, anotando aquellos que eran investigadores en educación matemática, aquellos que eran profesores de matemáticas de colegio o universitarios y aquellos que eran investigadores. Advertimos que asistieron una gran cantidad de profesores de matemáticas de colegios privados y públicos del Distrito Capital (50 en promedio), muy pocos investigadores en educación matemática (4 en promedio) y una menor cantidad de funcionarios públicos (sólo asistieron un día 3 funcionarios).

Este hecho no implica que no se hubiera dado un encuentro entre los diferentes actores de los tres grupos. Muestra quizás una diferencia fuerte en la cantidad de actores que existen en cada una de las categorías y sus necesidades. La comunidad de investigadores en educación matemática es pequeña, por el contrario la de profesores de matemáticas es muy grande. Igualmente puede mostrar una distancia entre lo que un grupo de investigadores en educación matemática ve como una necesidad fuerte y lo que otros grupos no. Muchas son las posibles explicaciones, no es nuestro interés especular en este sentido.

Algunos interrogantes quedaron planteados. En relación a la práctica del docente y su relación con el saber del investigador en educación matemática nos preguntamos ¿Cuál sería el conocimiento profesional deseable del profesor de matemáticas? ¿Cómo debería acercarse el profesor de matemáticas a los resultados de la investigación en educación matemática? ¿Acerca de qué debe ser la reflexión que el profesor haga en relación con su práctica?

Por otro lado vale la pena preguntarse acerca de lo que debería ser la práctica del investigador colombiano en educación matemática y cuál debería ser la relación ideal entre éste y los profesores de matemáticas.

Surgió la preocupación en los participantes acerca de que los términos “investigación” e “innovación” no tienen un significado único. Esta situación les genera confusión y promueve dificultades dentro de la institución escolar. Se hizo explícito que existe una relación entre la investigación, la innovación, el diseño curricular y la práctica docente, pero no fue evidente cómo se podría caracterizar. Es necesario tener en cuenta las condiciones en las que se realiza la práctica docente para decidir si se hace o no investigación o innovación y de qué manera. Es importante trabajar en la construcción de comunidades que busquen cambiar las visiones institucional y personales sobre la investigación y la innovación. Los investigadores deben promover una actitud investigativa en los profesores de matemáticas que se base en la exploración sistemática y reflexiva de la práctica docente, a partir de problemas que sean de interés del profesor. Esto permitiría un mayor encuentro entre investigadores y profesores.

Se evidenció al final del Encuentro que en relación a los planteamientos anteriores existen profesores que han logrado iniciar procesos de cambio –y por ende de innovación– en sus aulas gracias a la tecnología. Se llamó la atención sobre el hecho de que no es la tecnología lo novedoso sino la manera como se enseña el contenido matemático y en lo que se enfatiza para el aprendizaje. En esto estuvieron de acuerdo tanto profesores de matemáticas

que contaron su experiencia como investigadores en educación matemática que han trabajado en el tema de la tecnología.

Los textos presentados en este documento son el testimonio del movimiento de saberes que se vivenció a lo largo de las siete reuniones. Es, para los que estuvimos presentes, un material importante para propiciar nuevos encuentros y desencuentros, siempre con el fin de buscar respuestas a todos los interrogantes que quedaron abiertos y en los que es importante seguir pensando.

Agradecemos al IDEP porque con el aporte financiero al proyecto *Encuentro de saberes* hizo posible una experiencia rica y novedosa para los participantes, la cual nos ayuda a tomar nuevas fuerzas para seguir adelante con nuestras prácticas en busca de una mejor calidad de la educación de nuestros niños colombianos.



BIBLIOGRAFÍA

GÓMEZ, P. (1998a). Educación matemática: actores, prácticas y discursos. Trabajo presentado en *Tercer Seminario Nacional de Educación Matemática y Primero Internacional*. Colombia.

GÓMEZ, P. (1998b). Educación matemática como campo del saber: límites, responsabilidades y posibles perspectivas. En: UCV (Ed.) Caracas. UCV.

GÓMEZ, P. y PERRY, P. (Eds.) (1996). *La problemática de las matemáticas escolares. Un reto para directivos y profesores*. México: una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.

PERRY, P., CASTRO, M., VALERO, P., GÓMEZ, P. y AGUDELO, C. (1997). "A look at teacher's professional knowledge through the design of class activities". En: E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the PME 21 Conference* (vol. 1, p. 257). Lahti. University of Helsinki.

PERRY, P., GÓMEZ, P. y VALERO, P. (1995). "Proyecto MEN-EMA: exploración de la problemática de las matemáticas escolares en colegios oficiales de Bogotá". En: CIAEM (Ed.), *Memorias de la IX CIAEM* (pp. 19- 44). Santiago. CIAEM.

PUIG, L. (1998). *Investigar y enseñar. Variedades de la educación matemática*. Bogotá. una empresa docente.

UED (1995). Proyecto MEN-EMA 2 [On-line]. <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/ued/proyectos/realizados/men-ema-2/proyecto-men-ema-2.html>.



UED (1997a). Desarrollo y Formación Profesional de Docentes en Informática Educativa [On line]. <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/ued/proyectos/encurso/SecInfEd/Default.html>.

UED (1997b). Esquema de desarrollo y formación profesional en educación matemática para profesores de matemáticas de secundaria [On line]. http://ued.uniandes.edu.co/servidor/ued/proyectos/encurso/Sec_1/Sec_1_Prop/Sec_1_Prop.html.

VALERO, P., PERRY, P. y GÓMEZ, P. (1996). Educación matemática en secundaria y desarrollo profesional: una visión desde la institución educativa. *Educación y cultura*.

*Este libro fue compuesto
en caracteres Optima 11 pts.
e impreso en papel Propalibros de 70 g.*



ALCALDIA MAYOR
BOGOTA D.C.

Instituto
INVESTIGACION EDUCATIVA
Y DESARROLLO PEDAGÓGICO

El Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico IDEP presenta las síntesis de algunos de los proyectos de investigaciones e innovaciones apoyados como resultados de las convocatorias abiertas y focalizadas –realizadas durante 1997, 1998 y 1999– y agrupados a partir de un análisis de las tendencias propias de la investigación y la innovación educativa y en sincronía con las pruebas de competencias básicas impulsadas por la Secretaría de Educación del Distrito Capital. Estas sinopsis están precedidas por un análisis valorativo y una puesta en el contexto de la discusión mundial en las áreas donde los proyectos fueron catalogados.

Ponemos esta colección, *Innovaciones e investigaciones del IDEP –Educación en matemáticas–*, en manos de los investigadores especializados, de los maestros en ejercicio y en formación, de los formadores de docentes y del público general con el fin de ofrecer un aporte significativo a la discusión académica que permita reconocer nuevos caminos hacia el mejoramiento de la educación.



ISBN 958806612-3



9 789588 066127