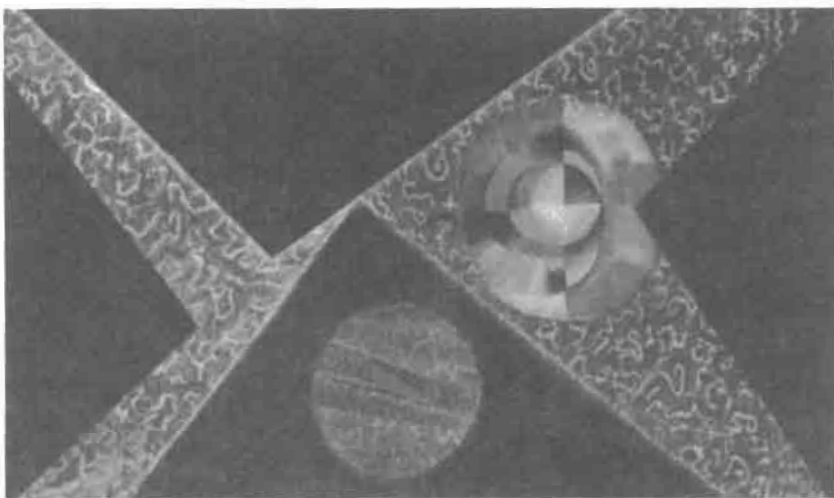


INVESTIGACIONES E INNOVACIONES DEL IDEP



INFORME DE CONTEXTUALIZACIÓN Y VALORACIÓN DE LOS PROYECTOS EN EDUCACIÓN EN MATEMÁTICAS

LAS TENDENCIAS EN EDUCACIÓN MATEMÁTICA Y SU IMPLEMENTACIÓN EN LOS CURRÍCULOS Y PRÁCTICAS DOCENTES*

*Orlando Mesa Betancur**

La educación matemática, como objeto de preocupación y estudio, llega al año 2000 como un problema abierto con múltiples interrogantes, pero también enriquecido con los aportes, continuamente crecientes, de las comunidades académicas que estudian temáticas relacionadas con ella, principalmente los grupos de expertos en didáctica de las matemáticas y en teorías sobre el aprendizaje humano, además de la influencia que recibe de las nuevas concepciones sobre la disciplina matemática y la creación de sus constructos en contextos socioculturales e individuales específicos.

Aunque el campo de aplicación de la educación matemática se extiende a todos los niveles educativos, es en los niveles básico y medio en donde se viene construyendo más eficazmente como un campo autónomo de conocimiento, es decir, con un objeto propio de estudio y unas metodologías para obtener conocimientos a partir de unos referentes teóricos aceptados por comunidades de pares.

El campo conceptual de la educación matemática, como disciplina científica, no cubre totalmente el campo real de la educación matemática que, como práctica social, existe allí donde alguna institución tiene como propósito la enseñanza de las matemáticas. En otras palabras, la educación matemática real es el campo de interpretación y aplicación del concepto educación matemática, que ocurre en las escuelas y bajo la responsabilidad de pequeñas comunidades, o de individuos. Parece adecuada la interpretación de Steiner (Steiner. 1985, vol 5. nº. 2, pp. 11-17) para quien la Educación Matemática, además de ser una disciplina científica, también es un sistema social interactivo que comprende teoría, desarrollo y práctica. Esta disciplina encierra “el complejo

* El informe final de este trabajo se publicó en su totalidad en esta edición.

* Orlando Mesa Betancur: omesa@epm.net.co

fenómeno de la matemática en su desarrollo histórico y actual y su interrelación con otras ciencias, áreas prácticas, tecnología y cultura; la estructura compleja de la enseñanza y la escolaridad dentro de nuestra sociedad, y las condiciones y factores altamente diferenciados en el desarrollo cognitivo y social del alumno" (Steiner. 1984, p. 16).

La expresión *educación matemática* evoca dos conceptos (educación y matemática) en cuya relación se crean múltiples significados que originan tendencias curriculares diferentes, muchas veces contradictorias. Así, por ejemplo, si la educación se entiende como la preparación de los futuros hombres y mujeres para que puedan hacer uso de informaciones y medios, de acuerdo con las normas y los recursos disponibles en sus entornos socioculturales, entonces, educar será fundamentalmente enseñar; pero, si la educación pretende formar al nuevo y deseado ciudadano, con unos propósitos y unos fines que impliquen el cambio y la cualificación de la vida individual y colectiva, se tendrá que pensar en la educación como acción prioritariamente integradora de los saberes específicos necesarios con los requerimientos sociales y con las posibilidades e intereses individuales para adecuar o crear nuevos conocimientos.

Al referirse a la educación, Miguel de Guzman (1993) escribe:

La educación ha de hacer necesariamente referencia a lo más profundo de la persona, una persona aún por conformar, a la sociedad en evolución en la que esta persona se ha de integrar, a la cultura que en esta sociedad se desarrolla, a los medios concretos personales y materiales de que en el momento se puede o se quiere disponer, a las finalidades prioritarias que a esta educación se le quiera asignar, que pueden ser extraordinariamente variadas...

En el mismo sentido, pero precisando la tarea educativa actual, Carlos Hernández (1999) afirma:

La educación tiene hoy una tarea muy compleja: debe recoger y transmitir el saber acumulado, aquellos conocimientos y formas de pensamiento y de trabajo alrededor de los cuales podría decirse que hay un consenso a nivel mundial; pero también debe formar los ciudadanos de una nación, capaces de compartir ideales y de trabajar mancomunadamente en la producción de la riqueza colectiva y en la solución de sus necesidades materiales y espirituales. La educación debe asegurar, en síntesis, la formación de ciudadanos competentes para el trabajo y para la vida social.



MARCO TEÓRICO

El campo pedagógico como referente general

La definición de Pineau (1999) sobre el concepto de campo pedagógico, como “conjunto de saberes no necesariamente coherentes, ni cerrados, ni completos que se organizan disciplinariamente para referirse a lo educativo en su acepción moderna”, ofrece la gran ventaja de permitir la consideración, tanto de las teorías organizadas con pretensión disciplinar, como de las teorías y prácticas mayoritarias que se imponen desde otras concepciones y condiciones, sin olvidar, de acuerdo con Pineau, que “La organización disciplinaria –forma típica de la modernidad– implica una determinada relación poder/saber, una manera especial de ordenar el uso y la economía de los saberes a fin de producir sujetos útiles y dóciles”.

Recurrir al concepto de *campo pedagógico* como referente general para insertar en él la *educación matemática* como un campo pedagógico particular, ofrece la posibilidad de establecer puentes analíticos entre la multiplicidad de concepciones e interpretaciones que se han producido y se continúan produciendo para explicar las relaciones de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en contextos socioculturales e individuales específicos y particulares.

En palabras de Godino (1991, pp. 105-148) quien, como otros autores, no diferencia los conceptos de educación matemática y didáctica de la matemática:

El estado de la Didáctica de la Matemática puede definirse como el de un campo de investigación científico-tecnológico emergente en el que se identifican un cúmulo de teorías competitivas, expresadas generalmente de un modo informal y dependientes especialmente de planteamientos psicológicos. Sin embargo, el número y calidad creciente de las investigaciones en el área nos hacen ser optimistas sobre la consolidación de nuestra disciplina como campo autónomo de conocimiento en un futuro no muy lejano.

Del paradigma de la Era Industrial al paradigma del uso y creación de información

El sistema educativo actual posee, en todo el mundo, una dinámica de cambio originada en múltiples propuestas que buscan encontrar soluciones para enfrentar los problemas que plantean los nuevos paradigmas, en una sociedad cada vez más globalizada.

Si bien parece cierto que para la educación matemática no es posible disponer de un único paradigma, en el sentido de Khun (1975), sí tiene más sentido aceptar el nacimiento de un paradigma general para la educación, sustitutivo del paradigma industrial, dentro de la era de la información.

La era industrial tuvo como propósito educativo preparar trabajadores y profesionales que se adaptaran a la producción y a los servicios que se derivaban de la ciencia y la tecnología. Los saberes y las habilidades requeridas, en cada trabajo y profesión, se podían precisar y jerarquizar, de modo que la función principal de la escuela fuera garantizar la preparación necesaria. Esto originó el enfoque educativo instruccional conductual, en donde el papel del alumno es pasivo; el del docente se limita a la interpretación, organización y presentación de conocimientos establecidos y secuenciados, y los currículos se evalúan de acuerdo con la demanda laboral sobre los egresados. No tiene sentido, en esta concepción, que el alumno participe en la construcción de sus conocimientos, puesto que ya han sido pensados y definidos por grupos de expertos y aceptados por grupos de poder. La rigidez conceptual y operativa se ve favorecida por la guerra económica de las editoriales, que imponen sus interpretaciones de las políticas y orientaciones educativas en cada país, relegando a un segundo plano la capacidad creativa de los docentes y las instituciones educativas.

La reacción mundial a la concepción industrial de la educación queda bien representada en palabras del profesor Robert B. Reich (1994), ex secretario de trabajo de Clinton:

Los sistemas de las actuales escuelas primarias y secundarias imitan a los sistemas de producción en masa de mitad de siglo. Los niños pasan de grado en grado de acuerdo con una secuencia planificada de temas, como moviéndose sobre la cinta transportadora de una fábrica. En cada etapa, se inyectan determinadas informaciones en sus cabezas. Los de mayores capacidades para absorber las nociones transmitidas y los más sumisos al orden imperante, son transferidos en una vía más rápida; aquellos con menos memoria y más indisciplinados, a una lenta; la mayoría de los niños se ubica en una cinta transportadora de velocidad media. En diversos puntos de la línea, se realizan evaluaciones rutinarias, a fin de medir cuánta instrucción recibieron y los "productos defectuosos" son retirados de la línea y llevados hacia atrás para su "reprocesamiento". Al igual que en un sistema de producción en masa, el orden y la disciplina están por encima de todo.

(...) Con los maestros sucede lo mismo que con los trabajadores de las líneas de montaje, quienes tienen poca injerencia sobre el producto final



que contribuyen a ensamblar. Están obligados a seguir fielmente planes de estudios diseñados por especialistas ubicados en niveles altos y que les son impuestos y comunicados por una jerarquía de administradores, inspectores, directores, etc. Esta es la solución para la preparación de una sociedad de grandes volúmenes de producción.

La robotización de las industrias desplaza, cada vez más, grandes cantidades de trabajadores de los centros de producción. La demanda laboral se concentra en la búsqueda de personas capaces de utilizar y producir conocimientos, a través del uso de tecnologías que posibilitan el manejo de inmensos volúmenes de información actualizada e interdisciplinaria, liberándolas de las limitaciones para informarse, en el espacio y en el tiempo. Hoy es posible estudiar y trabajar desde el hogar, lo que obliga a replantear el papel de los centros educativos y, más específicamente, el de los docentes, para que se adapten a las nuevas condiciones y asuman propósitos, fines y didácticas más adecuados para la construcción del nuevo hombre y la nueva mujer.

El nuevo paradigma

La superación de los problemas que enfrenta la educación actual exige un replantamiento de las concepciones, los propósitos, los fines y las didácticas existentes. Como un punto de partida que permita interpretar el estado actual de las tendencias predominantes en educación matemática, se resumen, más adelante, las posiciones mejor aceptadas en el mundo sobre la educación, en general.

Concepciones para el nuevo paradigma

Al referirse al paradigma educativo emergente, Reggini (1994) presenta, como elementos constitutivos de él, las siguientes condiciones:

- La educación centrada en el alumno y la construcción de su conocimiento (enfoque constructorista).
- Los nuevos medios de información fundamentalmente en manos del alumno.
 - El maestro en tareas de observación y guía.
 - Visión global evitando la fragmentación de conocimientos.
 - Criterios interdisciplinarios para comprender y resolver problemas que requieren hoy respuestas de muchas disciplinas.
 - Reversión epistemológica hacia formas más concretas de aprender.
 - La educación debe suministrar experiencias significativas de la vida diaria.

Referentes para la construcción de la educación matemática como disciplina

Vasco, en su artículo *“La educación matemática: una disciplina en formación”* (1994, pp. 57-75), identifica ocho disciplinas como referentes constitutivos para analizar las complejas relaciones de este campo de estudio. Distribuye, en un octágono, la biología (principalmente la neurología), la lingüística (o la semántica general), la psicología, la antropología (¿incluyendo la sociología?), la informática (o ciencias de la información), la historia de las matemáticas, la lógica y la filosofía (o gnoseología general). Amplía de este modo el modelo del tetraedro de Higginson (presentado por Bonilla, 1989, pp. 1-18), en donde los componentes fundamentales de la educación matemática son las matemáticas, la filosofía, la psicología y la sociología; modificando también la ampliación de Bonilla, quien le agregó la antropología y la lingüística. Sin embargo, es posible esperar una ampliación de los componentes, originada en las preguntas que se planteen los investigadores, y en aquellos otros contactos que nacen cuando la educación matemática se considera como un caso particular de la educación, en general.

Si la investigación en educación matemática supera el concepto de enseñanza para penetrar en la compleja red de los contextos individuales y socioculturales es razonable que no se espere disponer de una única teoría científica que dé cuenta unívoca para cada uno de los interrogantes actuales y futuros. En su lugar, se validan, cada vez más, diferentes teorías particulares que responden circunstancialmente a los problemas, pero que pueden flexibilizarse y enriquecerse continuamente. Esta posición prevalece actualmente en la cultura occidental, en donde el concepto Educación Matemática se identifica con el concepto Didáctica de la Matemática, que incluye otras teorías como referentes, pero no como globalizantes.

En el artículo: *“Didáctica de las matemáticas y psicología”* (Armendáriz y otros, 1993, pp. 62-63), se describen los elementos constitutivos de un programa para la didáctica de las matemáticas:

Ideas principales del artículo:

1. El análisis del currículo se debe abordar interdisciplinariamente.
2. El aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas son objeto de estudio de la didáctica de las matemáticas y será el didacta el que modelará el currículo interpretando, en primer lugar, un saber disciplinar para elaborar un conocimiento a enseñar. Este proceso exige reconceptualizaciones que sólo serán posibles tras los filtros epistemológicos, socioantropológicos y psicopedagógicos.

El “saber a enseñar” que surge de esta transposición didáctica es ya un producto de otra naturaleza, de naturaleza didáctica. Pero además, dado el componente finalista de la acción didáctica, ningún producto didáctico puede surgir al margen de las teorías psicológicas que explican el comportamiento inteligente del ser humano, su estructura y su génesis, ni del proyecto educativo globalmente considerado, que preside un currículo concreto.

3. La didáctica no se identifica con la práctica educativa. El didacta selecciona información de distintas áreas del conocimiento, como las siguientes:

- La Matemática con su estructura específica.
- La Historia y la Epistemología de la Ciencia que explican la génesis, el desarrollo y la evolución del conocimiento científico y en particular de las matemáticas.
 - La Sociología, que permite plantearse la interdependencia entre Ciencia y Sociedad, y su influencia en la formación de los individuos de una sociedad democrática cada vez más inmersa en la tecnología.
 - La Lingüística cuyo papel es fundamental para comprender muchos de los problemas conceptuales propios de las dificultades de aprendizaje.
 - La Psicología, que aporta el conocimiento del desarrollo del individuo y de los modelos teóricos para el análisis del conocimiento a enseñar, del aprendizaje y de los procesos de enseñanza/aprendizaje en los que el profesor actúa como mediador.
 - La Pedagogía, que aporta el análisis de las relaciones entre enseñanza en el marco de las instituciones escolares.

Todo ello sin dejar de lado otras áreas, como la Comunicación y la Tecnología, con las cuales existe una relación cada vez más importante.

4. La didáctica de las matemáticas es una disciplina autónoma, interdisciplinar, con un campo teórico y práctico propio, en fase de desarrollo pero cada vez más definido.

5. Para los docentes es importante el desarrollo de una metodología que propicie el hábito de análisis de los problemas concretos que aparecen con unos alumnos concretos, en un aula y en unas condiciones determinadas, análisis que propiciará la comprensión de los mecanismos profundos del proceso de enseñanza y aprendizaje.

Los puntos anteriores resumen el punto de vista de Steiner (1985, pp. 11-17. 1990, pp. 194-197), quien considera el carácter global y dialéctico de la

educación matemática como disciplina, pero también como un sistema social que se relaciona con otros sistemas, cada uno con sus teorías, sus desarrollos y sus prácticas.

La primera conclusión, al observar un panorama tan amplio y complejo, es que la educación matemática como disciplina será siempre un campo en formación, cuyos avances y precisiones conceptuales estarán condicionados por los alcances de las otras disciplinas, pero esto no le niega la necesidad ni la posibilidad de encontrar y crear conceptos propios que sólo aparecen en las relaciones que definen su campo. Como argumenta Shulman (citado por Godino, 1986):

... para el caso de las ciencias sociales y humanas y, por tanto, para la Educación Matemática, la coexistencia de escuelas competitivas de pensamiento puede verse como un estado natural y bastante maduro en estos campos ya que favorece el desarrollo de una variedad de estrategias de investigación y el enfoque de los problemas desde distintas perspectivas. La complejidad de los fenómenos puede precisar la coexistencia de distintos programas de investigación, cada uno sustentado por paradigmas diferentes, con frecuencia mezcla de los considerados como idóneos para otras disciplinas.

Desde esta visión no tiene sentido pretender, como lo hace el racionalismo crítico, que exista un sólo método científico (en el sentido de Popper) para construir la disciplina de la educación matemática como una ciencia. Está más cercana la posición de la teoría crítica, para la cual los métodos varían de acuerdo con los objetos de conocimiento (Habermas y Adorno).

Por otra parte, es común que quienes hablan de la educación matemática como disciplina traten los mismos temas que aquellos que hablan de la didáctica de la matemática (o de las matemáticas). Por esto es más conveniente analizar algunos pormenores de los planteamientos específicos que se hacen desde las distintas tendencias. Así, para quienes consideran la didáctica de las matemáticas *como una ciencia en construcción* (La Escuela Fundamental francesa y el grupo que dirige Godino en Granada, por ejemplo) es posible definir un campo autónomo de investigación que rompa la dependencia tradicional de este campo de estudio con otras teorías generales pedagógicas o psicológicas pero, quienes consideran la didáctica de las matemáticas *como un arte*, abandonan la pretensión de construir una teoría científica sin negar el rigor en los métodos de indagación. Es el caso de Freudenthal (1978), quien identifica el quehacer del educador matemático como una *ingeniería* y piensa que la pretensión científicista es de tipo ideológico.



Las disciplinas fundantes de la educación matemática

La matemática misma ha sido, históricamente, el referente fundamental para que las instituciones y los docentes se definan frente al qué y cómo hacer la enseñanza. Implícita o explícitamente se asumen concepciones sobre el significado y el sentido de las matemáticas en la cultura y, por lo tanto, en la escuela. Cuando la matemática se considera como un saber terminado y rígido, la enseñanza se caracteriza como instructiva y la didáctica se reduce a la búsqueda de estrategias que ayuden a un aprendizaje eficiente de los conceptos y los procedimientos que, con anterioridad, han sido fijados como necesarios. Si la matemática es pensada como un saber en permanente construcción, en cuanto a sus significados y usos, y frente a la cual es posible, para la mayoría de las personas, una participación activa en la reconceptualización y conceptualización, entonces la didáctica exige plantearse y responder preguntas en el espacio creciente de las complejas relaciones entre los objetos matemáticos, los sujetos que los aprenden o los crean, los sujetos que enseñan, los medios que se utilizan y los contextos internos y externos que afectan la educación matemática. En otras palabras, es necesario tener respuestas a preguntas como las siguientes: ¿Qué objetos estudia el saber matemático? ¿Cómo se organizan estos objetos? ¿Qué métodos utiliza para construir sus conceptos? ¿Qué exigencias cognitivas se plantean para comprender sus constructos? ¿Qué vínculos genéticos se pueden establecer entre los conceptos y los fenómenos? ¿Qué relaciones se pueden establecer entre el lenguaje de quienes aprenden y los lenguajes matemáticos? ¿Qué usos tiene la matemática?

Con esta perspectiva se hace evidente la necesidad de una consideración interdisciplinaria para los objetos que intervienen en la educación matemática, básicamente para dar cuenta de los siguientes elementos constitutivos:

1. Las condiciones (cognitivas, socioafectivas, culturales y económicas) de las personas que aprenden y crean matemáticas.
2. Los constructos de la cultura matemática que deben ser conocidos y conservados por la cultura actual (selección de contenidos temáticos).
3. Las temáticas particulares que se deben tratar según las necesidades Nacionales y Regionales.
4. Las estrategias de intervención pedagógica (modos de la enseñanza) que hagan óptima la participación de los estudiantes y los docentes.
5. La selección de medios y mediadores, incluyendo el diseño de situaciones para el aprendizaje, que permitan el abordaje no mecánico ni atomista de las informaciones y los problemas.

6. La definición y precisión de sistemas de evaluación cualitativa (que no nieguen la cuantificación, cuando ella tiene sentido) que garanticen la más alta calidad posible en los logros formativos y cognitivos.

El panorama, hasta ahora presentado, justifica el porqué de la participación de otras disciplinas en la construcción del objeto de la educación matemática, principalmente de la Psicología, la Sociología y la Tecnología pero, como cada una de estas disciplinas posee diferentes propósitos, con marcos teóricos y métodos de investigación también diferentes, afectan de igual manera las concepciones, las investigaciones y las prácticas educativas. A continuación se presentan, sintéticamente, los enfoques más sobresalientes de las disciplinas citadas como fundantes de la educación matemática.

La psicología y la educación matemática

En principio, toda Psicología aporta a la educación en general y a la educación matemática en particular. Sin embargo, algunas ramas de esta disciplina han ejercido, tradicionalmente, una mayor influencia. Es el caso de la *Psicología de la Instrucción* y de la *Psicología Cognitiva*. Además, existe una escuela específica, dedicada a la construcción de la rama *Psicología de la Educación Matemática*. De estas corrientes se presentan los resúmenes de sus enfoques educativos.

El enfoque de la psicología de la instrucción

Este enfoque, también llamado conductivo o asociacionista por Skinner y Thorndike, y acumulativo por Gagné, es caracterizado por Armendáriz, Azcárate y Deulfeo (1993, p. 81):

Para una concepción de orientación conductiva la enseñanza se planeaba así:

(...) por medio del “análisis de tareas” se identifican los objetivos elementales que constituyen otro complejo y los objetivos, expresión de metas de aprendizaje, quedan jerarquizados.

(...) Se imponen, aquí, criterios de orden y de aplazamiento para entender el ‘sentido’ global. Se da gran importancia a la “práctica y a la ejercitación de rutinas con la consiguiente hipertrofia de lo sintáctico. Las secuencias en el aprendizaje son enormemente rígidas.

Según García Cruz (Internet, 2000):

Se presta importancia principal al producto, respuesta de los alumnos, y no al proceso, cómo y por qué se ha dado la respuesta. En definitiva, existe poco o nulo interés en explorar las estructuras y los procesos



cognitivos. La enseñanza programada, las fichas y las secuencias largas de objetivos y subobjetivos caracterizan la corriente más radical dentro del conductismo.

La tendencia a la “partición atomista” de los conocimientos y a la planeación y organización exacta de los contenidos temáticos, hizo que el conductismo se transformara en un orientador para una educación memorística y, en gran parte, acumuladora de conocimientos rara vez comprendidos.

El enfoque de la psicología cognitiva

La Psicología Cognitiva aporta a la educación matemática fundamentalmente a través de la descripción que hace sobre los procesos de aprendizaje y el posible uso de estos conocimientos para guiar los procesos de enseñanza. Las tendencias más relevantes se orientan hoy hacia el conocimiento del comportamiento humano; las formas de representación y el uso del conocimiento durante los aprendizajes; los estudios de formas de comportamientos cognoscitivos, cada vez más complejas; el aprendizaje significativo y la comprensión.

De esta disciplina se desprende la llamada *orientación cognitiva* para la enseñanza de las matemáticas, en donde se consideran las interrelaciones entre los conceptos y las organizaciones cognoscitivas que permiten los comportamientos matemáticos. Se origina a partir de las concepciones de Jean Piaget y Jerónimo Bruner, y continúa con la teoría sobre el aprendizaje significativo de Ausubel, entre otros.

El estructuralismo piagetano es una *superación*, en el sentido más positivo, del estructuralismo alemán de Wertheimer y Kohler, o escuela de la *Gestalt*, quienes, según Carretero se interesaban por “analizar los aspectos internos de la conducta, es decir la elaboración de la información que realiza el sujeto para que aparezca la nueva conducta (...) los gestalistas pusieron su interés en estudiar cómo el sujeto elabora soluciones posibles al problema que el sujeto concibe como tales desde la primera vez que las utiliza”. El estructuralismo piagetano es diferente al estructuralismo gestalista, en muchos aspectos que no se pueden explicar en unas cuantas frases. Se puede afirmar, simplemente, que mientras los gestalistas estudiaron fundamentalmente la conformación de las estructuras perceptivas, Piaget estudió las estructuras de conformación del pensamiento lógico y las relaciones de éste con las estructuras perceptivas.

De Piaget, la enseñanza de las matemáticas recibió muchos aportes. Sobre todo aquellos que permiten interpretar los procesos de conformación de las

nociones matemáticas y la calidad de esta conformación. Se sabe, por ejemplo, cómo distinguir un esquema mental *aditivo* de un esquema mental *multiplicativo*, un estado de pensamiento *operatorio concreto* de un estado de pensamiento *operatorio formal*; se diferencia la *abstracción matemática* de la *abstracción física*; y es posible inspirarse en su análisis y descripción del proceso *equilibrio inicial-desequilibrio-reequilibrio*, para diseñar estrategias de intervención pedagógica y de evaluación de los aprendizajes, pero con Piaget pasó algo similar a lo ocurrido con el conductismo de Thorndike, Skinner y Gagné, también se presentó *reduccionismo* y *transposición acrítica* de sus teorías a las didácticas. En matemáticas se creyó, ingenuamente, que se podían enseñar las estructuras formales. Se confundió el nivel explicativo con el operativo y logístico; por eso se diseñaron unidades de lógica y conjuntos, y de relaciones y operaciones abstractas, para ser enseñadas desde los primeros años.

Era tan “evidente” la profunda relación entre la investigación piagetana y las condiciones para aprender las matemáticas, que muchas personas en todo el mundo, acosadas por las dificultades que siempre ha tenido la educación matemática, corrieron a inferir, precipitadamente, contenidos y métodos de enseñanza, sin profundizar en el estudio directo de los trabajos de Piaget. Una muestra de ello se puede encontrar en los contenidos de las cuatro primeras conferencias latinoamericanas (Barrantes. 1998, pp. 1-10).

Otra fue la intención de los investigadores en educación matemática, formados en la escuela de Piaget. En palabras de Howson y Bruner (citados por Armendáriz. 1993, p. 82):

Para el enfoque estructuralista el propósito de transmitir las estructuras científicas no es la adquisición del conocimiento de esas estructuras por los alumnos; no es tanto el tratar las estructuras como contenido educativo como el ‘desplegar’ la esencia explicativa existente bajo lo particular. Así, a largo plazo, se hace posible la correspondencia entre estructuras científicas y cognitivas promoviendo los procesos de desarrollo cognitivo de los alumnos.

(...) Bruner asume el problema de cómo enseñar y mantiene que los alumnos cuyas estructuras cognitivas no alcancen los grados de complejidad adecuados para asimilar “las estructuras matemáticas”, pueden acceder a ellas de forma intuitiva e, incluso, emprender generalizaciones y abstracciones aun cuando sólo perciban parte de lo relacionado y lo generalizado.

(...) La combinación de actividad-descubrimiento y el desarrollo del currículo en espiral, se convierten en recursos metodológicos que permiten al alumno comportarse en cierta medida como un científico que va



‘rellenando’ tales estructuras; además, asegura que el progreso tendrá lugar secuencialmente desde los niveles más bajos a los más altos, y de lo menos a lo más complejo. Conceptos como conjunto, función, grupo de transformaciones, isomorfismo pueden ser introducidos de forma rudimentaria a los alumnos jóvenes y ser presentados en sucesivas ocasiones, hasta conseguir una comprensión más amplia y profunda de los mismos.

La mayoría de las propuestas estructuralistas, en el sentido de Howson, no alcanzaron a tener suficiente experimentación y aplicación generalizada. Es el caso de la metodología de Zoltan. P. Dienes (1970, 1973, 1975), con su propuesta para ayudar a construir las nociones matemáticas a través de materiales, como los bloques lógicos, y frente a los cuales se organizaría un trabajo que respetara las etapas: juego libre, detección de regularidades, representación, descripción verbal y definición. También es importante citar la propuesta, menos extensa pero muy orientadora para la intervención pedagógica, del profesor Gastón Mialaret (1977), quien propone recorrer un proceso de acompañamiento desde las acciones con materiales concretos hasta las representaciones simbólicas, recurriendo a las conductas del relato durante y después de las acciones.

Es apenas lógico que un estructuralista organice los elementos de su propuesta respondiendo a una mirada de conjunto, y que relacione estos elementos en subconjuntos jerarquizados; pero esto no es lo mismo que conocer todos los pasos y todas las posibilidades de las secuencias.

Los modelos constructivistas actuales

Inspirados en el enfoque cognitivo aparecen los modelos constructivistas que se originan en el supuesto de que el sujeto construye, activamente, el conocimiento a través de la interacción y organización entre sus constructos mentales y el medio. Aunque la instrucción afecta claramente a lo que el sujeto aprende, no determina tal aprendizaje. Así, desde esta perspectiva, y como una propuesta alternativa de los modelos expositivos, surgen las didácticas participativas que incluyen variantes que van desde las posiciones “sumisas” (constructivismo radical) a lo que los estudiantes quieran aprender y hacer, hasta los modelos de acción fina y exigente, para que los estudiantes, además de encontrar respuestas a sus inquietudes, también se confronten frente a las preguntas planteadas por el profesor, en un ambiente de conocimiento, conservación y promoción del saber formal. Según Vergnaud (citado por Godino. 1991, pp. 105-148): “La construcción del conocimiento consiste en la construcción progresiva de representaciones mentales, implícitas

o explícitas, que son homomórficas a la realidad para algunos aspectos, y que no lo son para otros”.

El enfoque de procesamiento de la información

Este enfoque se desprende de las investigaciones sobre inteligencia artificial. Escribe García (Internet, 1997), refiriéndose a las capacidades cognitivas y a las posibilidades de estudiarlas científicamente:

Los hombres poseemos capacidades o habilidades cognitivas o mentales. Podemos razonar y resolver problemas; actuar de forma racional para conseguir objetivos; ver cosas, reconocerlas y dotar de significado a lo que vemos; formarnos imágenes mentales de las cosas; hablar, comprender el lenguaje y comunicarnos; inventar cosas nuevas, diseñar cosas útiles, crear cosas bellas, (...). La Ciencia Cognitiva es el estudio científico de las capacidades cognitivas (...). Podemos realizar experimentos psicológicos que intenten explicar las capacidades cognitivas. Se puede observar a la gente para ver cómo resuelven problemas; estudiar en qué difieren y en qué son similares sus respuestas; estudiar cómo los cambios en su cerebro pueden afectar a cambios en sus estados mentales (...). Podemos estudiar los cerebros. Cómo las diferentes partes realizan diferentes funciones; cómo los daños cerebrales afectan el comportamiento (...). También podemos usar ordenadores que simulen las capacidades cognitivas de los hombres e implementar y probar las teorías que explican las capacidades cognitivas.

Algunos, entendiéndolo mal el propósito de esta ciencia, creen que se trata de imitar los modelos estructurales de los ordenadores para analizar los procesos mentales pero, por el contrario, los investigadores en este campo utilizan propuestas estructurales sobre el pensamiento humano, originados en campos tan variados como la neurobiología y la semántica, para crear los modelos cibernéticos que hacen posible el trabajo de los ordenadores. Se hacen observaciones detalladas de las formas como las personas resuelve los problemas, para buscar regularidades y caracterizarlas, de manera que sirvan para proponer modelos de procesos de comprensión. Modelos que se simulan en los ordenadores y que pueden llegar a aportar como propuestas para la acción educativa. Estas investigaciones plantean un verdadero problema para las investigaciones futuras, que puede enunciarse así: si el resolutor principal de los problemas tiende a ser el ordenador, ¿qué papel de resolutor le corresponderá a los sujetos?

A continuación se presentan algunos apartes de la descripción que hace Godino (1991, pp. 105-148) sobre el grupo que estudia la Psicología Matemática como una disciplina autónoma.

El Grupo PME (*Psychology of Mathematics Education*)

Este grupo considera que el aprendizaje de las matemáticas posee características especiales que no puede estudiar, por su formación, un psicólogo general. Entre ellas, cita Balachef (1990a):

La especificidad del conocimiento matemático, que exige un análisis epistemológico sobre los diferentes conceptos y un conocimiento sobre los procesos para construir estos conceptos y, la dimensión social, que considera tanto el status social del conocimiento como las múltiples interacciones que lo afectan. Se promueve, entonces, las investigaciones en el aula y el diseño de nuevos y adecuados referentes teóricos y metodológicos que permitan avanzar hacia modelos didácticos prácticos.

Al preguntarse sobre cuáles son las cuestiones esenciales para la Educación Matemática para las cuales una aproximación psicológica puede ser apropiada, Vergnaud (1988) cita las siguientes:

- El análisis de la conducta de los estudiantes, de sus representaciones y de los fenómenos inconscientes que tienen lugar en sus mentes;
- Las conductas, representaciones y fenómenos inconscientes de los profesores, padres y demás participantes.

De un modo más especial, analiza cuatro tipos de fenómenos cuyo estudio, desde una aproximación psicológica, puede ser fructífero:

- 1) La organización jerárquica de las competencias y concepciones de los estudiantes.
- 2) La evolución a corto plazo de las concepciones y competencias en el aula.
- 3) Las interacciones sociales y los fenómenos inconscientes.
- 4) La identificación de teoremas en acto, esquemas y símbolos.

Sin embargo, el análisis de las actas de las reuniones anuales del PME revela que los informes de investigación aceptados incluyen tanto investigaciones empíricas como teóricas, y que cubren ámbitos no estrictamente psicológicos. No es posible detallar, por su amplitud, los temas tratados en las distintas conferencias, pero sí puede ser de interés citar el esquema de clasificación de los informes de investigación (*research report*) presentados en la última reunión (Furinghetti, 1991) ya que indica, a grandes rasgos, las cuestiones sobre las que se está trabajando en la actualidad. Dicho esquema se indica en el cuadro 1.

1. Geometría y pensamiento espacial
2. Ordenadores y aprendizaje matemático
3. Pensamiento algebraico
4. Funciones
5. Pensamiento matemático avanzado
6. Fracciones, decimales, números racionales, razonamiento proporcional
7. Imágenes y visualización
8. Aprendizaje matemático en los primeros niveles
9. Demostración
10. Resolución de problemas
11. Concepciones de los alumnos, creencias...
12. Concepciones de los profesores, creencias...
13. Factores sociales y afectivos, metacognición
14. Construcción social del conocimiento matemático y lingüística
15. Matemáticas fuera de la escuela, el papel del contexto
16. Evaluación
17. Cuestiones teóricas y epistemológicas
18. Materiales curriculares
19. Formación de profesores

Cuadro 1. Clasificación de temas en la XV Conferencia PME

El enfoque sociocultural

Se centra en el análisis de las interacciones sociales, dando importancia tanto a los sujetos que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje como a los efectos que pueden tener los diferentes entornos sobre dichos procesos. Vygotsky y Bandura son representantes de este enfoque. Kilpatrick (1994, p. 14 y 15) se refiere a este enfoque así:

... profesores y estudiantes son miembros de varios grupos sociales; la enseñanza y el aprendizaje son procesos sociales; y las matemáticas que se enseñan están determinadas socialmente (...). Un área creciente de la literatura de investigación se está preocupando por la relación entre la cultura de las matemáticas escolares, la cultura que el niño trae a la escuela y la cultura dentro de la cual el adulto hace matemáticas”.



Para Vygotsky (1977), el desarrollo de las funciones psicológicas superiores se presenta en el plano social antes que en el individual. Acepta que se pueden transmitir y adquirir conocimientos a través de la interacción (plano interpsicológico) y la internalización (plano intrapsicológico). La internalización es el paso de lo interpersonal a lo intrapersonal. En este proceso de lo social a lo personal juegan un papel determinante los mediadores, entendidos como instrumentos que transforman la realidad, en lugar de imitarla. El docente es un mediador, como también lo son las herramientas y los símbolos. Se trata de promover estructuras cognitivas para el pensamiento y la acción a través de medios como el modelamiento, el manejo de contingencias, la instrucción, las preguntas y la estructuración cognoscitiva. Introduce el concepto zona de desarrollo próximo entendido como la distancia entre el nivel de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con un par más capacitado.

El enfoque tecnológico

Si se analiza este enfoque desde una visión antagónica, por ejemplo comparándolo con la posición crítica hermenéutica de Habermas (1987), para afirmar que el enfoque tecnológico confronta el mundo de la vida y niega el humanismo, entonces se pierde la posibilidad humana de recurrir a los objetos y procedimientos que nos ofrece la tecnología, para recurrir a prácticas que sin ella sería imposible realizar. Además, haciendo uso de la oferta liberadora en cuanto al tiempo y las herramientas, para poder pensar críticamente y extender el espacio de los conocimientos.

Hoy, la tecnología en educación matemática está centrada, fundamentalmente, en el uso de calculadoras y los programas de ordenadores como medios y mediadores para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, ampliando sorprendentemente el espacio de las situaciones didácticas. Se viene favoreciendo, entre otros temas, el estudio de las geometrías, las matemáticas discretas, el cálculo variacional y los problemas de estrategias; temas para los cuales el texto tradicional ofrece pocas opciones didácticas.

Una guía para indagar los modelos de investigación en educación matemática

Frente a la cantidad y variedad de enfoques existentes que comparten la construcción del campo pedagógico en educación matemática, conviene recurrir a categorías que faciliten alguna clasificación. Se presenta a Kilpatrick

(1994, pp. 1-18), para recoger las grandes temáticas, y a Padrón (1998, pp. 160-169), para acoger unas categorías.

Después de un breve recorrido por la historia de la investigación en educación, Kilpatrick ubica los orígenes de la investigación en educación matemática en el siglo XIX, cuando las universidades se propusieron ampliar los programas para cualificar la preparación de los profesores de matemáticas, lo que generó el comienzo de la investigación en este campo. En los comienzos del siglo XX, la Psicología empieza a influir de manera predominante, sobre todo en Alemania y Estados Unidos.

Para este autor, las temáticas que han determinado los estudios tienen que ver con los cambios en las metodologías de investigación, los cambios curriculares, la práctica docente, el proceso de aprendizaje, el empleo de tecnología, las prácticas de evaluación, el desarrollo profesional y el contexto social.

En cuanto a los cambios en las metodologías de investigación responden a las concepciones predominantes en cada momento histórico, desde cuando las ciencias humanas imitan los métodos de las ciencias naturales, influenciadas por el pensamiento positivista y neo-positivista, hasta las visiones fenomenológicas, sociocríticas, antropológicas y sistémicas actuales.

Como un punto de referencia para observar los modelos de investigación en educación matemática, se presenta la visión de Padrón sobre la estructura de los procesos de investigación, que llama *Modelo de Variabilidad de la Investigación Educativa*. Según este autor, para analizar las posibles variaciones observables en las investigaciones es necesario considerar, como criterios mayores de diferenciación, la *estructura diacrónica* (evolución temporal) y la *estructura sincrónica* (independiente del tiempo).

Bajo una perspectiva diacrónica, toda investigación supera los límites del individuo y es observada dentro de una red temática y problemática dentro de la cual trabajan y han estado trabajando otros investigadores (programa de investigación o, mejor, línea de trabajo).

Con el propósito de fijar categorías que den, con alguna claridad, un informe sobre grupos homogéneos en educación matemática, es conveniente interpretar, para este campo de estudio, las fases que sobre el desarrollo investigativo exhibe Padrón (descriptiva, explicativa, contrastativa y aplicativa). Fases que se interpretaran, de acuerdo con los intereses de este trabajo, como organizadoras de amplios grupos de investigadores, no siempre conectados entre sí.



Las investigaciones descriptivas

Comprenden las observaciones o registros de la realidad estudiada.

Sus técnicas típicas de trabajo varían según el enfoque epistemológico adoptado dentro del Programa de Investigación o dentro de la Línea: mediciones por cuantificación aritmética o estadística (enfoque empirista-inductivo), registros de base cualitativa (enfoque introspectivo-vivencial) o construcción de estructuras empíricas mediante sistemas lógico-formales (enfoque racionalista-deductivo) Padrón (1998, p. 162).

Tiene sentido comprender en este grupo a todas las investigaciones en el aula o para el aula, es decir, que se realizan observando, analizando e interpretando el comportamiento de individuos o grupos de individuos, mientras aprenden o enseñan; ya sea que lo hagan con un enfoque psicológico, sociológico, antropológico o tecnológico: los individuos son, generalmente, estudiantes, docentes o ambos en relación.

Las observaciones y registros que sirven de punto de partida de cualquier investigación en educación, y particularmente en educación matemática, se originan en campos restringidos que “olvidan” otras observaciones, posiblemente también determinantes del problema estudiado. Así, por ejemplo, investigaciones de tipo cuantitativo, centradas en la obtención de logros como las pruebas TIMMS y las Olimpiadas de matemáticas (en el nivel internacional) y las pruebas ICFES (en el nivel nacional) no recogen directamente toda la información sobre el currículo real ofrecido a los estudiantes, ni sobre los contextos sociales, culturales y afectivos que rodean las prácticas de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, en cada caso (sería imposible hacerlo). En el otro extremo, un modelo cualitativo, de fuerte tendencia constructivista, puede olvidar el aprendizaje significativo que muchos estudiantes logran desde la enseñanza llamada tradicional, o recurriendo a los actuales modelos tecnológicos, la mayoría de los cuales son resultado de calificaciones al modelo instruccional. Esta inevitable circunstancia debería servir como filtro de control para las pretensiones globalizantes, propias de la mayoría de los grupos de investigación.

Las investigaciones explicativas

Éstas son las más sólidas, teóricamente, pero también las más atrevidas en los modelos de investigación.

El objetivo central de estas investigaciones consiste en proveer modelos teóricos (explicativos, abstractos, universales, generales) que nos permitan elaborar predicciones y retrodicciones dentro del área fáctica a la cual se

refiere el modelo. Se estructuran sobre la base de preguntas cuya forma lógica se orienta a interpretar la ocurrencia de una cierta clase de eventos (consecuentes) por mediación de otra clase de eventos (antecedentes): ¿Por qué ocurre p? ¿De qué depende p? ¿Qué clase de hechos condiciona la ocurrencia de p? Sus operaciones estandarizadas son las formulaciones de sistemas de hipótesis, los desarrollos de hipótesis (por comprobación o por derivación), las construcciones de sistemas interpretativos, etc. Sus técnicas típicas de trabajo varían según el enfoque epistemológico adoptado dentro del Programa de Investigación o dentro de la línea: inducción y construcciones probabilísticas (enfoque empirista-inductivo), introspección y elaboraciones simbólico-culturales (enfoque introspectivo-vivencial), deducción y construcción de sistemas de razonamiento (enfoque racionalista-deductivo) Padrón (1998,162).

En esta categoría sobresalen el grupo de estudio de La Teoría de La Educación Matemática TME, la escuela de Psicología Matemática PME (que ya fue presentada) y la Escuela francesa de la Didáctica de la Matemática. A continuación se reproducen, por su importancia, los apartes que hace Godino (Op. cit., p. 26), sobre los dos grupos faltantes.

El grupo TME (Theory of Mathematics Education)

El grupo TME fue fundado por Steiner en el V Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME), celebrado en 1984. Tuvo como propósito la construcción de *Una Teoría de la Educación Matemática*. Su importancia radica en que logró promover y recoger un amplio campo académico que integrara la investigación, el desarrollo y la práctica. Los componentes fundamentales para esta línea de investigación fueron:

A. La identificación y formulación de los problemas básicos en la orientación, fundamento, metodología y organización de la Educación Matemática como una disciplina, tales como:

1. La existencia de distintas definiciones, incluso discrepantes, de la Educación Matemática como disciplina.
2. El uso de modelos, paradigmas, teorías, y métodos en la investigación y de herramientas apropiadas para el análisis de sus resultados.
3. El papel que deben jugar los “macromodelos”, esto es, marcos de referencia generales que relacionan significativamente los múltiples aspectos de la Educación Matemática y los micromodelos, que proporcionan información detallada sobre áreas restringidas del aprendizaje matemático.

4. El debate entre “teorías específicas” frente a interdisciplinariedad y transdisciplinariedad.

5. Las relaciones entre la Educación Matemática y sus campos referenciales como Matemáticas, Pedagogía, Psicología, Sociología, Epistemología, etc.

6. Las relaciones entre teoría, desarrollo y práctica: las tareas integradoras y sintéticas de la Educación Matemática frente a las tendencias recientes hacia una ciencia normal y la creciente especialización.

7. Los aspectos axiológicos éticos, sociales y políticos de la Educación Matemática.

B. El desarrollo de una aproximación comprensiva a la Educación Matemática, que debe ser vista en su totalidad como un sistema interactivo, comprendiendo investigación, desarrollo y práctica. Esto lleva a destacar la importancia de la teoría de sistemas, especialmente de las teorías de los sistemas sociales, basadas en conceptos como interacción social, actividad cooperativa humana, diferenciación, subsistemas, autorreproducción y sistemas autoorganizados, autorreferencia y reflexión en sistemas sociales, etc.

Así mismo, interesa la identificación y el estudio de las múltiples interdependencias y mutuos condicionantes en la Educación Matemática, incluyendo el análisis de las complementariedades fundamentales.

C. La organización de la investigación sobre la propia Educación Matemática como disciplina que, por una parte, proporcione información y datos sobre la situación, los problemas y las necesidades de la misma, teniendo en cuenta las diferencias nacionales y regionales y, por la otra, contribuya al desarrollo de un metaconocimiento y una actitud autorreflexiva como base para el establecimiento y realización de los programas de desarrollo del TME.

La Segunda Conferencia del Grupo TME (Bielefeld, 1985) se centró sobre el tema genérico “Fundamento y metodología de la disciplina Educación Matemática (Didáctica de la Matemática)” y, por tanto, la mayoría de las contribuciones resaltaron el papel de la teoría y la teorización en dominios particulares. Entre estos temas, figuran:

- Teorías sobre la enseñanza.
- Teoría de las situaciones didácticas.
- Teoría interaccionista del aprendizaje y la enseñanza.
- El papel de las metáforas en teoría del desarrollo.

- El papel de las teorías empíricas en la enseñanza de la matemática.
- La importancia de las teorías fundamentales matemáticas.
- Conceptos teóricos para la enseñanza de la matemática aplicada.
- La teoría de la representación como base para comprender el aprendizaje matemático.
- Estudios históricos sobre el desarrollo teórico de la educación matemática como una disciplina.

Los grupos de trabajo se dedicaron a diferentes dominios de investigación con el fin de analizar el uso de modelos, métodos, teorías, paradigmas, etc.

El tema de trabajo de la Tercera Conferencia (Bélgica, 1988) trató sobre el papel y las implicaciones de la investigación en Educación Matemática en y para la formación de los profesores, dado el desfase considerable existente entre la enseñanza y el aprendizaje. Concretamente, las cuestiones seleccionadas fueron:

- El desfase entre enseñanza-aprendizaje en el proceso real en las clases de matemáticas, como un fenómeno tradicional y como un problema presente crucial.

- El desfase entre investigación sobre la enseñanza e investigación sobre el aprendizaje.

- Modelos para el diseño de la enseñanza a la luz de la investigación sobre el aprendizaje.

- La necesidad de la teoría y la investigación en trabajos y proyectos de desarrollo y su posición en el contexto de investigación sobre enseñanza-aprendizaje.

- El papel del contenido, la orientación del área temática y las distintas perspectivas de las matemáticas en el estudio y solución del desfase investigación-aprendizaje y el desarrollo de modelos integradores.

- El desfase enseñanza-aprendizaje a la luz de los estudios sobre procesos e interacción social en la clase.

- Implicaciones del tema de la conferencia sobre la formación de profesores.

- El ordenador como un tercer componente en la interacción enseñanza-aprendizaje.

Los temas tratados en la Cuarta Conferencia celebrada (México, 1990), fueron los siguientes:

I. Relaciones entre las orientaciones teóricas y los métodos de investigación empírica en Educación Matemática.

II. El papel de los aspectos y acercamientos holísticos y sistémicos en Educación Matemática.

Así mismo, en esta reunión se inició la presentación de distintos programas de formación de investigadores en Educación Matemática en el seno de distintas universidades, tanto a nivel de doctorado como de “master”.

En la Quinta Conferencia (Italia, 1991), los temas fueron:

I. El papel de las metáforas y metonimias en Matemáticas, Educación Matemática y en la clase de matemáticas.

II. Interacción social y desarrollo del conocimiento. Perspectiva de Vygotsky sobre la enseñanza y el aprendizaje matemático en la zona de construcción.

Como se ha expuesto, los fenómenos estudiados en las conferencias del TME incluyen un rango muy diverso: matemáticas, diseño de currículum, estudio de los modos de construcción, por los alumnos, del significado de las nociones matemáticas, las interacciones profesor-alumno, la preparación de los profesores, métodos alternativos de investigación, etc. La razón de esta diversidad se debe a que el término “Educación Matemática” no está aún claramente definido. No parece existir un consenso acerca de las cuestiones centrales para la Educación Matemática, que agrupe todos los intereses aparentemente diversos del campo.

Si bien los temas tratados en las conferencias TME son de interés para distintos aspectos de la Educación Matemática, no resulta fácil apreciar en ellos un avance en la configuración de una disciplina académica, esto es, una teoría de carácter fundamental que establezca los cimientos de una nueva ciencia por medio de la formulación de unos conceptos básicos y unos postulados elementales. Se encuentran muchos resultados parciales, apoyados en supuestos teóricos externos (tomados de otras disciplinas) que tratan de orientar la acción en el aula, aunque con un progreso escaso.

La escuela fundamental francesa

En Brousseau (1989, p. 3) se define la concepción fundamental de la Didáctica de la Matemática como: “una ciencia que se interesa por la producción y comunicación de los conocimientos matemáticos, en lo que esta producción y esta comunicación tienen de específicos de los mismos”.

Sus representantes más sobresalientes son Brousseau, Chevallard y Vergnaud. Esta escuela posee una “concepción global de la enseñanza, estrechamente

ligada a la matemática y a teorías específicas de aprendizaje y búsqueda de paradigmas propios de investigación, en una postura integradora entre los métodos cuantitativos y cualitativos... Los modelos desarrollados comprenden las dimensiones epistemológicas, sociales y cognitivas y tratan de tener en cuenta la complejidad de las interacciones entre el saber, los alumnos y el profesor, dentro del contexto particular de la clase". Asumen el concepto de sistema interno, considerando en él, como subsistemas, al alumno, el docente, el saber enseñado y el medio (materiales, juegos, situaciones didácticas); este sistema estaría afectado por los entornos cercanos (la sociedad, los padres, los matemáticos, etc.). Trabajan fundamentalmente los siguientes temas:

Aprendizaje y enseñanza: Teoría de Situaciones Didácticas

Asumen la perspectiva piagetana al aceptar que el conocimiento se construye en un proceso interactivo entre el sujeto y el objeto, pero considerando que los contenidos son el abstracto que permite desarrollar las estructuras mentales, "el problema principal de investigación es el estudio de las condiciones en las cuales se constituye el saber, pero con el fin de su optimización, de su control y de su reproducción en situaciones escolares. Esto obliga a conceder una importancia particular al objeto de la interacción entre los dos subsistemas, que es precisamente la situación-problema y la gestión por el profesor de esta interacción".

Puesto que el conocimiento matemático incluye conceptos, sistemas de representación simbólica y procedimientos de desarrollo y validación de nuevas ideas matemáticas, podemos contemplar varios tipos de situaciones:

- *Situaciones de acción* sobre el medio, que favorecen el surgimiento de teorías (implícitas) que después funcionarán en la clase como modelos protomatemáticos.

- *Situaciones de formulación*, que favorecen la adquisición de modelos y lenguajes explícitos. En éstas se suelen diferenciar las situaciones de comunicación que son las situaciones de formulación que tienen dimensiones sociales explícitas.

- *Situaciones de validación*, requieren de los alumnos la explicitación de pruebas y por tanto, explicaciones de las teorías relacionadas y los medios que subyacen en los procesos de demostración.

- *Situaciones de institucionalización*, que tienen por finalidad establecer y dar un "status" oficial a algún conocimiento aparecido durante la actividad

de la clase. En particular se refiere al conocimiento, las representaciones simbólicas, etc., que deben ser retenidas para el trabajo posterior.

Los obstáculos y sus tipos

El aprendizaje por adaptación al medio, implica necesariamente rupturas cognitivas, acomodaciones, cambio de modelos implícitos (concepciones), de lenguajes, de sistemas cognitivos. Si se obliga a un alumno o a un grupo a una progresión paso a paso, el mismo principio de adaptación puede contrariar el rechazo, necesario, de un conocimiento inadecuado. Las ideas transitorias resisten y persisten. Estas rupturas pueden ser previstas por el estudio directo de las situaciones y por el estudio indirecto de los comportamientos de los alumnos (Brousseau, 1983).

Un obstáculo es una concepción que ha sido, en principio, eficiente para resolver algún tipo de problemas, pero que falla cuando se aplica a otro. Debido a su éxito previo, se resiste a ser modificado o rechazado: viene a ser una barrera para un aprendizaje posterior. Se revela por medio de los errores específicos que son constantes y resistentes. Para superar tales obstáculos se precisan situaciones didácticas diseñadas para hacer a los alumnos conscientes de la necesidad de cambiar sus concepciones y para ayudarlos en conseguirlo.

Brousseau (1983) da las siguientes características de los obstáculos:

- Un obstáculo es un conocimiento, no una falta de conocimiento.
- El alumno utiliza este conocimiento para producir respuestas adaptadas en un cierto contexto que encuentra con frecuencia.
- Cuando este conocimiento se usa fuera de este contexto, genera respuestas incorrectas. Una respuesta universal exigiría un punto de vista diferente.
- El alumno resiste a las contradicciones que el obstáculo le produce y al establecimiento de un conocimiento mejor. Es indispensable identificarlo e incorporar su rechazo en el nuevo saber.
- Después de haber notado su inexactitud, continúa manifestándolo, de forma esporádica.

Se distinguen los siguientes tipos de obstáculos:

- *Obstáculos ontogenéticos*, a veces llamados obstáculos psicogenéticos: son debidos a las características del desarrollo del niño.
- *Obstáculos didácticos*: que resultan de las elecciones didácticas hechas para establecer la situación de enseñanza.

- *Obstáculos epistemológicos*: intrínsecamente relacionados al propio concepto.

Evidenciado por medio de un análisis histórico, tal tipo de obstáculo se debe considerar como parte del significado del concepto. Por tanto, encontrarlo y superarlo, parece ser una condición necesaria para la construcción de una concepción relevante.

Observamos que, frente a la teoría psicológica que atribuye los errores de los alumnos a causas de tipo cognitivo, se admite aquí la posibilidad de que tales errores puedan ser debidos a causas epistemológicas y didácticas, por lo que la determinación de este tipo de causas proporciona una primera vía de solución.

Relación con el saber: Relatividad del conocimiento respecto de las instituciones. Recientemente, Chevallard (1989) ha adoptado una posición de notable generalidad para los estudios de Didáctica. Desde una perspectiva antropológica, la Didáctica de la Matemática sería el estudio del Hombre – las sociedades humanas– aprendiendo y enseñando matemáticas.

Para Chevallard (1989), el objeto principal de estudio de la Didáctica de la Matemática está constituido por los diferentes tipos de sistemas didácticos –formados por los subsistemas: enseñantes, alumnos y saber enseñado– que existan actualmente o que puedan ser creados, por ejemplo, mediante la organización de un tipo especial de enseñanza.

La problemática del estudio puede ser formulada, globalmente y a grandes rasgos, con la ayuda del concepto de relación con el saber (*rapport au savoir*) (institucional y personal). Para este autor, dado un objeto conceptual, “saber” o “conocer” dicho objeto no es un concepto absoluto, sino que depende de la institución en que se encuentra el sujeto. Así la expresión “sabe probabilidad”, referida a una persona dada, puede ser cierta si nos referimos a las probabilidades estudiadas en la escuela, y falsa si nos referimos al mundo académico, e incluso en éste habría que diferenciar si nos referimos al conocimiento necesario, para la enseñanza en los primeros cursos de una carrera técnica o al que sería preciso para realizar investigación teórica sobre Cálculo de Probabilidades.

Hay que distinguir, pues, entre relación institucional (saber referido al objeto conceptual, que se considera aceptable dentro de una institución) y relación personal (conocimiento sobre el objeto de una persona dada) que puede estar o no en coincidencia con el institucional para la institución de la que forma parte. Sobre estos conceptos, se plantean dos preguntas fundamentales:



1. ¿Cuáles son las condiciones que aseguran la viabilidad didáctica de tal elemento del saber y de tal relación institucional y personal a este elemento del saber?

2. ¿Cuáles son las restricciones que pueden impedir satisfacer estas condiciones?

El problema central de la Didáctica es, para este autor, el estudio de la relación institucional con el saber, de sus condiciones y sus efectos. El estudio de la relación personal es fundamental en la práctica, pero secundario epistemológicamente. Este programa, sin embargo, no puede tener éxito sin una toma en consideración del conjunto de condicionantes (cognitivos, culturales, sociales, inconscientes, fisiológicos, etc.) del alumno, que juegan o pueden jugar un papel en la formación de su relación personal con el objeto de saber en cuestión.

Transposición didáctica

La relatividad del saber a la institución en que se presenta lleva al concepto de transposición didáctica, (Chevallard, 1985), el cual se refiere a la adaptación del conocimiento matemático para transformarlo en conocimiento para ser enseñado.

En una primera fase de la transposición se pasa del saber matemático al saber a enseñar. Se pasa de la descripción de los empleos de la noción a la descripción de la misma noción y la economía que supone para la organización del saber. La constitución de un texto para fines didácticos reduce así la dialéctica, esencial al funcionamiento del concepto, de los problemas y los útiles matemáticos. Hay una descontextualización del concepto. También se asiste a un fenómeno de deshistorización, por el cual el saber toma el aspecto de una realidad ahistórica, intemporal, que se impone por sí misma, que, no teniendo productor, no puede ser contestada en su origen, utilidad o pertinencia.

Una vez realizada la introducción del concepto, el funcionamiento didáctico va, progresivamente, apoderándose de él para hacer "algo" que no tiene por qué tener relación con los móviles de quienes han concebido el programa. Su inmersión en el saber enseñado va a permitir, finalmente, su recontextualización. Pero ésta no conseguirá, en general, sobre todo en los primeros niveles de enseñanza, ni reconstituir el modo de existencia original de la noción, ni llenar todas y únicamente las funciones para las cuales se había decidido introducirlo.

Las investigaciones contrastativas

Es la tarea de “evaluar o validar las explicaciones o modelos teóricos construidos en los grupos explicativos, con el objeto de establecer respaldos de confiabilidad para los productos elaborados dentro de la teoría. Sus operaciones típicas son las derivaciones de proposiciones particulares a partir de hipótesis globales, la búsqueda de inconsistencias e incompletitudes, el hallazgo de casos que contradicen o escapan al modelo teórico, etc.” (Padrón. 1998, p. 163).

Se pueden incluir aquí todas las investigaciones sobre cuyas hipótesis se intenta una validación práctica: responden a la pregunta ¿cuáles son los efectos resultantes al aplicar un modelo A? Son la fuente más importante de nuevas preguntas, nuevas propuestas y replantemientos a los modelos iniciales. De cierto modo se puede afirmar que las teorías sobre educación matemática crecen, se transforman o desaparecen, gracias a la investigación contrastativa. De este modo se ha podido verificar la validez de algunos planteamientos de Piaget y la insuficiencia de otros, para explicar lo que realmente ocurre durante el aprendizaje. De manera similar, con todos los teóricos y todas las teorías.

Desde una mirada global existe, en casi todos los países, una frustración por los resultados de la educación matemática, lo que cuestiona la validez de los modelos predominantes y hace evidente el desfase entre los resultados de las investigaciones de los académicos y sus posibles impactos en las prácticas educativas.

Las investigaciones aplicativas

Su objetivo central está en proveer tecnologías o esquemas de acción derivados de los conocimientos teóricos construidos dentro de la secuencia de la Línea. Estas investigaciones carecen, propiamente hablando, de preguntas. Más bien tienden a establecer una relación productiva, ingeniosa y creativa, entre las posibilidades de un modelo teórico, por un lado, y las dificultades o necesidades que se confrontan en el terreno de la práctica, por el otro. Mientras en los tres tipos anteriores de investigación el “Problema” es una pregunta formulada desde una actitud de ignorancia, en las investigaciones aplicativas el “Problema” es una cierta situación práctica formulada desde una actitud de expectativas de cambio, situación que resulta deficitaria, inconveniente o mejorable y que puede ser transformada o manejada mediante un cierto prototipo de control situacional (Padrón. 1998, p. 164).

Pertenecen a este grupo las investigaciones sobre prácticas educativas centradas en los modelos de enseñanza, las investigaciones relacionadas con las creencias y con los conocimientos de los docentes, las investigaciones sobre estrategias para formar docentes y las tesis de grado que elaboran, en las universidades, los estudiantes de posgrado en temas relacionados con la educación matemática.

La influencia de las escuelas en las propuestas curriculares

Indudablemente, ninguna de estas referencias justifica las reformas que se aplicaron a la enseñanza de las matemáticas desde la década de los años 60, con el nombre de *matemáticas modernas*. Para analizar las concepciones y los efectos de esta reforma en los currículos europeos y latinoamericanos, se pueden consultar los informes sobre las nueve primeras conferencias realizadas por el *Comité Interamericano de Educación Matemática* (Barrantes. 1998, pp. 1-10). Importa, aquí, resaltar el enfoque deductivo que orientó la enseñanza, acorde con una concepción de la matemática como un conocimiento *a priori*, sin relaciones con la experiencia, lo que promueve una enseñanza que niega el papel de la intuición y las aproximaciones heurísticas en la comprensión de los conceptos. Consecuentemente con esta ideología, se transformaron los programas de formación de docentes de matemáticas y se escribieron los textos para los estudiantes. En la Tercera Conferencia latinoamericana, celebrada en Argentina en 1972, ya comenzó a socializarse el fracaso de la reforma, aunque se imputaba principalmente a la mala preparación de los docentes: "... sin embargo, el aspecto psicológico y pedagógico de los educandos, las posibilidades reales de que esto se pudiera llevar a cabo, rara vez se tuvieron en consideración". A partir de la Quinta Conferencia (Brasil, 1979) aparecen con fuerza las influencias de las corrientes cognoscitivas e interpretativas. De esto dan cuenta los títulos de los conferencias y los grupos de trabajo. Conferencias: *Aprendiendo matemáticas para la vida futura* (Whitney); *Talento creatividad y expresión* (Nachbin); *La geometría en la enseñanza* (Lluis). Grupos: *Situación de la enseñanza de la geometría, frente a las nuevas tendencias de la educación matemática, el impacto de las calculadoras en la educación matemática; Métodos no tradicionales en la enseñanza y su incidencia en la educación matemática; Nuevas tendencias en el aprendizaje y evaluación matemática*. Los grupos de la Sexta Conferencia (México, 1985) trataron los siguientes temas: *Raíces culturales e históricas de la enseñanza de las matemáticas; Cambios programáticos ante la influencia de las calculadoras y computadoras; Los procesos de elaboración de modelos en la formulación y en la solución de*

problemas; *La reprobación en matemáticas: identificación de causas y posibles soluciones*. En la Séptima Conferencia (Santo Domingo, 1987), los grupos trataron: *Integración del contexto sociocultural en la enseñanza de la matemática; ¿Cómo desarrollar en los estudiantes habilidades para resolver problemas?; Usos innovadores de las calculadoras y las computadoras en la enseñanza de las matemáticas; ¿Cómo mejorar la enseñanza de la geometría en las escuelas primarias y secundarias?* En la Octava Conferencia (Miami, 1991) se abordaron los siguientes temas: *Integración del contexto sociocultural a la enseñanza de la matemática; La enseñanza eficaz de las matemáticas; Usos innovativos de las calculadoras y las computadoras en la enseñanza de las matemáticas; Cambios curriculares para el siglo XXI*. En la Novena Conferencia (Chile, 1995) los temas fueron: *Tendencias, políticas y enfoques, estándares y de evaluación, Informática y educación matemática, Investigación y educación matemática*.

Los cambios curriculares

Los cambios curriculares se investigan considerando la enseñanza de la matemática como “facilitadora de la adquisición del conocimiento en contraposición de una visión transmisora del conocimiento”; buscan incorporar las nuevas tecnologías, analizar los errores originados en un determinado proceso de instrucción; se pretende dar más importancia a las matemáticas aplicadas, haciendo uso de la tecnología computacional; pretende el desarrollo de las habilidades para razonar a través de la resolución de problemas; se le da más importancia a los procesos de enseñanza que a los contenidos temáticos, y se estudian los efectos sobre el currículo de diferentes contextos exteriores e interiores al salón de clase. Además, se retoma la clasificación que presentan Robitaille & Travers (1992), como un tema importante de investigación: El currículo propuesto por las autoridades escolares, el currículo implantado por el profesor y el currículo aprendido por los estudiantes. Finalmente aparece la problemática epistemológica de la enseñanza de las matemáticas, como un tema de investigación.

Las investigaciones en evaluación

Para los propósitos de este trabajo, y como marco de referencia, se presenta la taxonomía de significados que, sobre el concepto de evaluación, presenta la *Enciclopedia Práctica de Pedagogía* (1988, vol. 4, p. 11). Según ella:

1. Evaluar ha sido, y es aún, de alguna manera, medir, contabilizar, dimensionar. Como fruto de la evaluación surgía una puntuación obtenida a partir de unos parámetros o instrumentos de medida.

2. Diagnosticar, determinar una situación, unas posibilidades y un potencial, detectar los puntos débiles y fuertes en un momento determinado del desarrollo.

3. Evaluar es, así mismo, establecer una determinada comparación. Se puede establecer una comparación entre individuos que se hallan en un mismo proceso o que se proponen unos objetivos comunes. Establecer comparaciones no competitivas entre individuos. Establecer comparaciones diacrónicas de un mismo individuo en dos momentos distintos de su trayectoria de desarrollo, o lo mismo entre individuos para analizar el peso de distintos factores y leyes generales del desarrollo.

4. Evaluar ha sido valorar, es decir, enjuiciar.

5. Evaluar ha sido la mejora y optimización del proceso y los resultados obtenidos.

6. Evaluar para orientar, guiar, favorecer, formar en y a través de la propia acción (p. 11).

Los anteriores significados dan cuenta de las diferentes interpretaciones que se asignan al concepto evaluación. Interpretaciones que se utilizan de acuerdo con las teorías que se estén considerando durante el análisis de un fenómeno o de unos datos específicos.

Generalmente se acostumbra evaluar las habilidades matemáticas a partir de dos grandes tendencias teóricas: las que se basan en *la medición al volumen de adquisiciones* logrados por las personas, y las que se basan en las investigaciones psicogenéticas sobre *los procesos de comprensión de los conceptos*. Las primeras, con independencia de su origen conceptual, no se preocupan fundamentalmente por el análisis de los procesos del sujeto o del entorno donde ellos ocurren; parece que sólo les interesara el resultado obtenido frente a las preguntas y las situaciones propuestas en las pruebas y, en los mejores casos, en el análisis de los tipos de problemas o las categorías definidas para clasificarlos. Las segundas, con “vocación de laboratorio”, pretenden reducir la evaluación de las competencias y las habilidades a la interpretación cualitativa de los comportamientos cognoscitivos que muestran los sujetos, una vez sometidos a los interrogatorios o situaciones problemáticas que previamente han establecido las teorías. Sin embargo, está surgiendo una tendencia integradora, por una parte, de ambas tendencias (cualitativa-cuantitativa) y, por la otra, de los nuevos elementos que vienen aportando las investigaciones relacionadas con las características del pensamiento, en cuanto a su construcción y posible movilización.

El cuestionamiento más contundente a los métodos cuantitativos de evaluación la hace Gould (1994). La crítica científica a la psicometría está basada en la refutación a las que llama las dos grandes falacias del determinismo biológico: *la reificación* o tendencia a convertir los conceptos abstractos en entidades (cosas que pueden ser precisadas y ubicables en algún lugar), y *la gradación* o tendencia a ordenar las variaciones complejas utilizando una escala graduada ascendente.

La obra de Gould descubre la terrible red de implicaciones políticas y éticas que se tejió para defender el racismo y justificar el desprecio y sometimiento de grupos humanos –negros, judíos, europeos pobres y latinos– que vivían en situaciones desventajosas desde un punto de vista económico, social o cultural. Sin embargo, justo es reconocerlo, la gran mayoría de los científicos, profesionales e instituciones, que recurren a los test que pretenden medir la inteligencia, lo hacen con propósitos sanos, tratando de conocer las potencialidades mentales, y de este modo ayudar a la superación de las limitaciones o a la promoción de las habilidades.

Por otra parte, la interpretación del "C.I."¹ se ha modificado con las investigaciones; en general ya no se utiliza el concepto de razón, la psicometría ha sido penetrada por los avances de la estadística. Es común, por ejemplo, utilizar la técnica de correlación de Karl Pearson (intensidad de la relación entre dos medidas); la formulación vectorial, realizada por Thurstone a partir del análisis factorial de Charles Sperman y, en general, las pruebas de hipótesis y demás nociones de la estadística inferencial.

Otras escuelas, con orientación epistemológica moderna, consideran que el gran problema de la psicometría parece deberse a su reduccionismo. La inteligencia no se debe medir, exclusivamente, por la cantidad de conocimientos adquiridos por una persona. Es fundamental conocer los procesos mediante los cuales conoce y la calidad de la comprensión de los conocimientos adquiridos.

Se trabaja, entonces, en la construcción de modelos de evaluación integral, que incluyan los aportes de diferentes teorías y tendencias, teniendo en cuenta la complejidad del ser humano.

¹ C. I. = $100 \times EM/EC$. Donde EM es la edad mental o edad del sujeto promedio: Un niño de 6 años tiene una edad mental de 6 años.