

Buscando indicadores de evaluación para la proporcionalidad al inicio de la secundaria

GERTY JESELY ROJAS CIPRIANO
MARTHA LUCÍA FLÓREZ DE MARTÍNEZ
OLGA JEANNETTE ANGARITA GONZÁLEZ*
ALEXANDRA OICATÁ OJEDA**

Introducción

Este artículo es un primer resultado de la investigación, que con el apoyo del IDEP en el marco del proyecto *Evaluación como Investigación: una Propuesta de Experimentación en el Aula*, se desarrolla desde noviembre de 2007. Se busca identificar los niveles de comprensión que los estudiantes del grado séptimo de la institución consiguen con el desarrollo de algunas experiencias de enseñanza-aprendizaje relativas a la variación proporcional, para elaborar una propuesta de evaluación sobre los avances de los estudiantes, y analizar los procesos que siguen en la comprensión de la proporcionalidad, como forma de superar una manera de evaluar limitada a constatar el logro de unos aprendizajes.

El proceso metodológico seguido consistió en desarrollar una secuencia de experiencias didácticas para *la enseñanza de la proporcionalidad* con estudiantes de grado séptimo de las dos jornadas, en las que los estudiantes vivieran experiencias significativas que apoyarán procesos de complejización de su pensamiento proporcional. A lo largo de este proceso se obtuvo información que permitió identificar los niveles que los estudiantes iban alcanzado, y a partir de

* Docentes del área de matemáticas del Colegio IED Tom Adams.

** Docente del IED León de Greiff.

ahí se derivaron algunos indicadores que sirven de referencia para dar cuenta de los progresos de los estudiantes; es decir, de referencia para evaluar.

Las formas de enseñanza de la proporcionalidad se limitan a enseñar la igualdad de razones y el método de regla de tres. Dejan de lado elementos fundamentales para el desarrollo del pensamiento proporcional, tales como la identificación de patrones de co-variación entre las dos magnitudes que se involucran en una situación, generar sentido al establecer la igualdad de dos razones formadas entre valores correspondientes de las magnitudes en cuestión y propiciar la construcción de estrategias propias de solución para hallar el valor de un elemento de la proporción antes de presentar los métodos canónicos. Como consecuencia de las prácticas de enseñanza centradas más en la transmisión de unos procedimientos, permanecen más acciones evaluativas encaminadas a verificar el aprendizaje de estos procedimientos, que en conocer el nivel de comprensión alcanzado por los estudiantes de esta forma de variación.

Las evidencias muestran que los estudiantes tienen grandes dificultades para resolver situaciones problema de proporcionalidad, incluso relativamente sencillas en química, física, biología, y aún en otros temas de la misma matemática. Parece que las dificultades de los estudiantes tienen que ver en gran medida con esta forma de proceder al enseñar y evaluar. Este estudio se orienta a proponer caminos distintos de enseñar y de evaluar los progresos de los estudiantes en lo relativo a la variación proporcional.

Ideas fundamentales de referencia

Son tres las preguntas que orientan las formulaciones del presente marco de referencia:

- ¿Qué se entiende por *comprensión* en el presente estudio?,
- ¿Qué por *evaluación*?, y
- ¿Qué caracteriza el proceso de construcción del pensamiento proporcional en estudiantes que inician la educación básica secundaria?

Se dice que una persona *comprende* cuando manifiesta un desempeño flexible, como lo enuncia Perkins (1998).

[...] la comprensión se presenta cuando la gente puede pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe. Por contraste, cuando un estudiante no puede ir más allá de la memorización y el pensamiento y la acción rutinarios, esto indica que falta comprensión.

A su turno, Hiebert & Carpenter (1992) afirman que

[...] la comprensión está basada en el supuesto de que el conocimiento está representado internamente y de que esas representaciones internas están estructuradas. Una forma útil de describir la comprensión es en términos de la manera como se estructuran las representaciones internas de un individuo.

Pero, ¿cómo lograr dar cuenta de la forma como se estructuran las representaciones internas de los estudiantes? Castaño, Oitacá & Castro (2007) aseveran que

[...] la comprensión, sea lo que sea en el sujeto mismo, para los propósitos prácticos de investigar, enseñar y evaluar, es el modelo que construye el que investiga, el que enseña o el que evalúa para explicar la actuación del sujeto.

Conocer las comprensiones de un sujeto exige observar sistemáticamente sus actuaciones al intentar resolver problemas; eso que permanece constante en una y otra actuación al tratar de resolver los problemas, que por algún criterio particular consideramos que pertenecen a una misma clase, es lo que nos brinda información sobre la comprensión que ese sujeto tiene sobre esa clase de problemas. La comprensión genuina de un sujeto no se manifiesta de manera directa a partir de sus enunciaciones superficiales o de sus acciones puntuales y aisladas; por el contrario, a ella se accede mediante la indagación sistemática y profunda del investigador (en este caso, del evaluador, que también podría ser del docente) sobre distintas actuaciones del sujeto. La comprensión surge del esfuerzo de develar lo que realmente soportan los discursos y las acciones del sujeto y es inferida por el observador a partir de lo que sistemáticamente *se dice y se hace*.

Es así que la evaluación se transforma en un ejercicio [que pasa] de elaborar adecuadas tareas en determinados campos conceptuales, para recoger información que permita al docente *inferir las comprensiones* que manifiestan los estudiantes al resolverlas. Obviamente el diseño de estas tareas está directamente ligado a cómo se entienda el proceso didáctico que debe generarse para apoyar la construcción y desarrollo del pensamiento proporcional por parte de los estudiantes.

Diseñar esas tareas que movilicen el pensamiento proporcional del estudiante exige del docente entender la naturaleza de este pensamiento y los elementos básicos para su comprensión. El pensamiento proporcional está vinculado con: 1) entender la co-variación entre las magnitudes involucradas en los fenómenos, hasta hacerse a algunas ideas que lleven a diferenciar una variación proporcional de otras que no lo son; 2) el establecimiento del *operador escalar*¹ entre pares de valores de las magnitudes relacionadas; 3) el establecimiento del *operador*

1 Es el operador que se establece entre distintos valores de una misma magnitud y es el mismo operador que se aplica en los valores correspondientes de la otra magnitud implicada en la situación. También se denomina *operador vertical u operador interno o intra* (sin dimensión).

*funcional*²; 4) la comprensión de los diferentes registros (gráficos, tabulares, algebraicos y lenguaje común), de algunos procesos de tratamiento al interior de estos registros y de algunas conversiones entre ellos.

Se considera, siguiendo a Vergnaud (1991), que el pensamiento proporcional forma parte del *pensamiento multiplicativo*, debido a que los problemas multiplicativos simples que aquí se involucran son de correspondencias múltiples, donde se fija el valor de la unidad. En cambio, con los problemas de proporcionalidad no se fija el valor de la unidad, haciendo necesario procesos de *unitización*³ y *normación*⁴ (Lamon, 1994). Por esa razón –como se verá– muchas de las estrategias que inicialmente utilizan los estudiantes guardan cierta similitud con las estrategias aditivas que utilizaron cuando estaban transitando de un pensamiento exclusivamente *aditivo* a uno *multiplicativo*.

Problemas y metodología

En este trabajo se plantean los siguientes problemas:

- ¿Es posible identificar niveles de comprensión que los estudiantes del grado séptimo realizan cuando se desarrolla con ellos la experiencia didáctica titulada *Vivenciamos la variación proporcional*⁵?,
- ¿Cómo caracterizar esos niveles?, y de acuerdo con esta caracterización,
- ¿Cuáles indicadores de evaluación definen y valoran los desempeños de los estudiantes para clasificarlos en los niveles de comprensión identificados?

Muestra

Las docentes de matemáticas, que forman parte del proyecto en el presente año, tomaron a su cargo la asignatura de matemáticas y geometría en grado séptimo de las dos jornadas. En grado sexto del año anterior no se desarrolló un trabajo *relativo a la proporcionalidad*, hecho que indudablemente favoreció el que aparecieran procedimientos espontáneos, de forma más *pura*. La población objeto

-
- 2 Es el operador que se establece entre el valor de una magnitud con el valor correspondiente de la otra magnitud implicada en la situación. También se denomina *operador horizontal* u *operador externo* o *enter* (con dimensión).
 - 3 Es el proceso de construir unidades de referencia (unidad-todo) a partir de agrupamientos de diferente orden.
 - 4 Es el proceso de construir un sistema en relación con alguna unidad fijada o establecida.
 - 5 *Vivenciamos la proporcionalidad* es un conjunto de experiencias que buscan movilizar en los estudiantes comprensiones ligadas a dar significado y a complejizar sus esquemas en relación con el campo de la proporcionalidad. Por ejemplo, una de las experiencias se caracteriza por el estudio de la variación del nivel del líquido en diferentes recipientes en relación con la cantidad de vasos que se vierte en ellos. Se inicia con recipientes de forma cilíndrica para comparar el comportamiento de estas variaciones con recipientes de otras formas y determinar variaciones proporcionales y no proporcionales. Otra [experiencia] se caracteriza por el estudio de la variación de la longitud de la circunferencia en relación con el radio, entre otras.

de estudio es de 240 estudiantes de los seis cursos de grado séptimo pertenecientes a las dos jornadas de la institución: mañana y tarde. Las edades de los estudiantes oscilan entre los 12 y 16 años de edad.

Diseño de la experiencia

El grupo de investigación elaboró situaciones problema que involucran *relaciones de proporcionalidad*. En el proceso didáctico se siguió la siguiente estructura, con pequeñas variaciones:

1. Formulación inicial de situaciones problemas, cuya intención consistía en buscar que el estudiante elaborara sus propias conjeturas para explicar, a nivel cualitativo, la forma como se relacionan las variables objeto de análisis en el fenómeno y a partir de ellas intentará inferir resultados sobre nuevos datos.
2. Estudio del fenómeno a nivel experimental, momento en el que comparaba los resultados experimentales con la conjetura previa.
3. Nuevos casos de las mismas situaciones problema, en las que el estudiante modelaba la variación en los registros tabular y gráfico.

Paralelamente a estas situaciones de variación, los estudiantes se enfrentaron a problemas de razón presentados en forma *icónica*⁶ a la manera del esquema presentado por Vergnaud (1991) para el *isomorfismo de medida*, en el que el estudiante tenía que hallar el valor de un término desconocido.

Método

Las experiencias diseñadas se implementaron en los diferentes cursos. Durante el proceso de enseñanza se recogió información utilizando diferentes instrumentos y procedimientos como diarios de campo, producciones escritas de los estudiantes, grabaciones en video de sesiones de experimentación, observación y análisis en profundidad de las discusiones de algunos grupos. También se entrevistaron a algunos estudiantes para contrastar apreciaciones que se tenían de las producciones de los estudiantes al enfrentarse a tareas.

Los datos recogidos se analizaron e interpretaron siguiendo una metodología cualitativa, elaborando matrices de información para ir construyendo características de las comprensiones que los estudiantes manifestaron, y con estas se establecieron los niveles de comprensión y los indicadores de evaluación.

6 Estas situaciones corresponden al juego de *Equi-razón* que forma parte de las experiencias diseñadas del método "Descubro la matemática", en la cartilla *La matemática con Da Vinci*. Cada cartón presenta de forma gráfica dos razones, en la que se desconoce un término de algunas de las razones, para que el estudiante construya una historia y encuentre el término desconocido. Por ejemplo: se necesitan 3 canoas para que viajen 7 personas, ¿cuántas canoas se necesitan para que viajen 28 personas?

Resultados y conclusiones

Este apartado muestra los niveles de comprensión identificados y los posibles indicadores de evaluación relacionados con la variación proporcional. Sin embargo, dado que resulta muy difícil arriesgar niveles válidos para las diferentes tareas, en la fase preliminar de este estudio, se limita a presentar los niveles ligados a unas tareas específicas. Un esfuerzo posterior deberá orientarse a reformular estos niveles haciendo formulaciones de orden más general, que sean comunes a diferentes contenidos.

Para describir los niveles de comprensión, se parte de las actuaciones de los estudiantes en las tareas diseñadas, encontrándose procedimientos cualitativos y cuantitativos. Con referencia a los procedimientos cualitativos, los estudiantes establecen la relación entre las magnitudes involucradas de la situación, mostrando al inicio procesos de establecer una unidad de medida *–proceso de unitización–* como de interpretar en términos de esa unidad *–proceso de normación–*, además identifican cómo el valor de una magnitud depende de otra.

Con referencia a los procedimientos cuantitativos, los estudiantes determinan el valor de una magnitud con referencia a la otra, utilizando *procedimientos aditivos y multiplicativos*. En la mayoría de casos, los estudiantes establecen el *operador escalar* en una magnitud y luego lo aplican a la otra. Muy pocos estudiantes establecen el *operador funcional* que relacione las dos magnitudes.

De acuerdo con los procedimientos de los estudiantes y con unas comprensiones que el grupo investigador determinó en ellas, se establecen tres niveles de comprensión y se proponen los indicadores de evaluación⁷ para cada nivel como se muestra en la tabla 1.

Algunas reflexiones finales

De forma adicional, hacemos algunos comentarios relacionados a factores ambientales o de interacción de clase:

1. Se pudo observar que los estudiantes ofrecen mejores argumentos en las situaciones de variación que incluían situaciones cotidianas que en las de contextos geométricos (como cuando estudiaron la variación entre la longitud de la circunferencia en relación con la longitud del radio).
2. Los estudiantes manifestaron entusiasmo y dedicación en las diferentes tareas que se les proponían con la experiencia *Vivenciamos la proporcionalidad*.

7 Los *indicadores de evaluación* se definen como enunciados que definen qué observar en las actuaciones de los estudiantes y con éstos determinar un nivel.

Tabla 1. Indicadores de evaluación según nivel de comprensión, en experiencias que involucran magnitudes directamente proporcionales

Niveles de comprensión	Características del nivel	Indicadores de evaluación
<p>Nivel 1. Cualitativo sin conciencia de incremento constante</p>	<p>Establece que mientras aumentan los valores de una magnitud aumentan los valores de la otra magnitud, sin tener en cuenta un patrón de variación (un incremento constante).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Realiza gráficos que muestran la relación entre las magnitudes pero no usa ningún instrumento de medida. • Llena tablas de datos, pero coloca números que ascienden o descienden sin seguir ningún patrón. • Realiza gráficas cartesianas que muestran puntos que cambian la altura sin tener en cuenta ninguna relación entre ellos. • No puede predecir datos a partir de los que se les da.
<p>Nivel 2. Cuan- titativo Aditivo</p>	<p>Establece el resultado de cada uno de los valores estudiados, reconociendo que a medida que aumenta una magnitud también aumenta la otra magnitud. (Reconoce el incremento constante del nivel del líquido para incrementos iguales del número de vasos) Establece el valor del incremento en forma visual o numérica y lo usa para hallar los otros valores con sumas sucesivas.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Llena tablas de datos siguiendo el incremento patrón constante. • Realiza gráficas cartesianas y reconoce lo que representa una coordenada. • Hace interpolación para fraccionamientos intuitivos (mitad, cuarta, octavo), apoyándose en representaciones gráficas o tabulares y extrapolación por medios aditivos
<p>Nivel 3. Cuantitativo Multiplicativo</p>	<p>Establece la relación multiplicativa que existe entre los datos dados de una magnitud y aplica ese valor en la otra magnitud, realizando una multiplicación o división según sea el caso para hallar el valor. Establece el valor para uno (1) como unidad en una magnitud, y con ese dato calcula el dato que le preguntan.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Generaliza los procedimientos que se interpolen o extrapolen. • Completa tablas de datos aplicando el mismo operador escalar u operador funcional entre los miembros de la razón. • Establece generalizaciones de las situaciones en lenguaje natural. • Coordina multiplicativamente las variaciones de las dos magnitudes, razón por la que reconoce la constancia de la razón entre valores de las dos magnitudes.

Fuente: Elaboración propia.

3. Con la experiencia se mejoró la capacidad de participar, cuestionar e interpretar resultados de los estudiantes.
4. Los actos de evaluación se ampliaron para los docentes en el sentido de valorar cada paso comprensivo manifiesto por los estudiantes en sus actuaciones y argumentaciones.
5. La información arrojada por la experiencia permitirá a los docentes tomar decisiones de cambio o fortalecimiento de lo que se estaba haciendo en la clase.

Proyecciones

Ésta es apenas una aproximación parcial al estudio del *pensamiento variacional* de los estudiantes. Las proyecciones del trabajo incluyen:

1. Estudiar experiencias de variación proporcional que involucren otras variables, para controlar y completar las conclusiones de este trabajo.
2. Fortalecer la experiencia para construir la variación lineal en el empleo de los sistemas algebraicos, las conexiones con los problemas de conversión, de relaciones trigonométricas y del valor de la tangente en décimo, la concepción de derivada, entre otras.
3. Iniciar una investigación relacionada con el desarrollo del pensamiento multiplicativo con estudiantes que cursan grados de primaria para comprender la conexión de éste pensamiento con el proporcional.

Referencias bibliográficas

- Castaño, J. et al. (2002). *Enseñanza del concepto de variabilidad*. Obtenido de @perfiles.
- Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992). Aprendizaje y enseñanza con comprensión. Learning and teaching with understanding. En D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (Hernando Alfonso & Patricia Inés Perry, Trads.). Nueva York: Mc Millan.
- Lamon, S. (1994). Ratio and Proportion. Cognitive Foundations en Unitizing y Norming. En G. H. Confrey (Ed.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics*. New York: SUNY Press.
- MEN. (2004). *Pensamiento variacional y tecnologías computacionales. Proyecto Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas, de la Educación Básica Secundaria y Media*. Bogotá: MEN.

- Castaño, J. & Parra, J. (2007). *Resultados de las pruebas Comprender de matemáticas. Grado 5o y 9o. Primera aplicación. Análisis comprensivo y pedagógico*. Bogotá: Alcaldía Mayor. Secretaría de Educación. Serie Cuadernos de Evaluación.
- Perkins, D. (1998). Comprender la comprensión. En *La enseñanza para la comprensión: vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires: Paidós.
- Vasco, C. (2003). *El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías en el currículo de matemáticas*. Bogotá: MEN.
- Vergnaud, G. (1991). *El niño, las matemáticas y la realidad. Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria*. España: Trillas.

