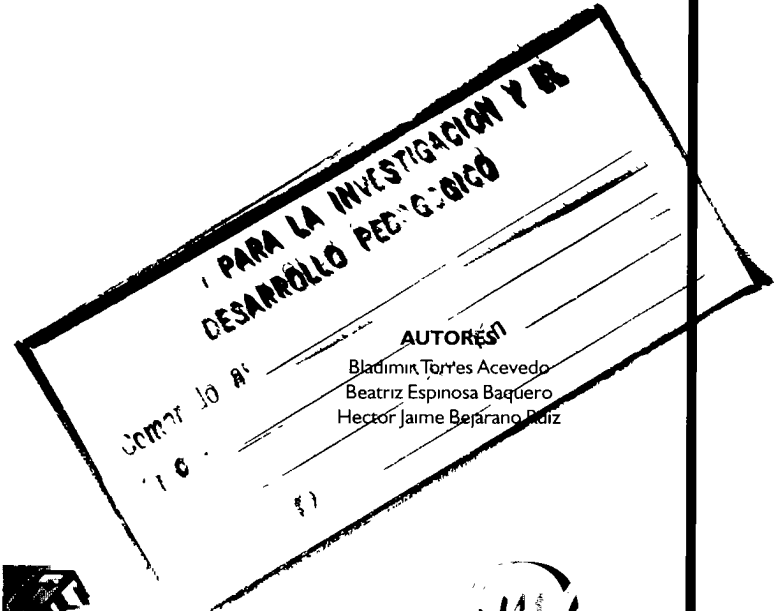


**EL PAPEL DE LA VERBALIZACION  
de las Acciones  
EN EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO  
Matemático Escolarizado**

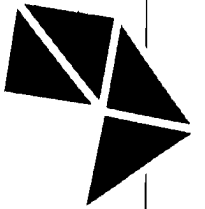


**IDEP**

INSTITUTO PARA LA INVESTIGACION EDUCATIVA  
Y EL DESARROLLO PEDAGOGICO



ASOCIACION  
ANILLO DE MATEMATICAS



*"El Papel de la Verbalización de las Acciones en el Desarrollo del Pensamiento Matemático Escolarizado"*

**Autores**

Bladimir Torres Acevedo  
Beatriz Espinosa Baquero  
Héctor Jaime Bejarano Ruiz

Miembros  
*Asociación Anillo de Matemáticas*  
(A.A. N°11342)

**Prohibida la reproducción total o parcial,  
sin permiso de los autores**

ISBN 958-8018-10-2

**Diseño e Impresión**

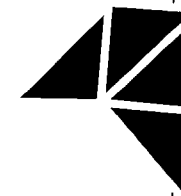
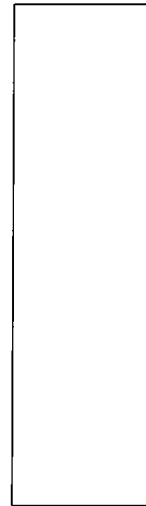
Punto EXE Editores Tel 3410174

Santafé de Bogotá, D.C. Dic 22 de 1997

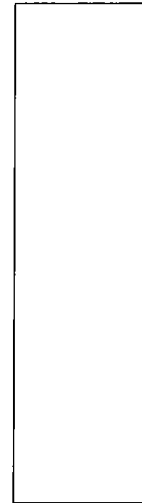
**L**a presente publicación, así como la investigación que le sirvió de fondo a los avances plasmados en ésta, contó con el apoyo financiero del Instituto para la Investigación y el Desarrollo Pedagógico IDEP. Expresamos nuestro reconocimiento a los señores Eduardo González, Fabio Lozano y Eduardo Avila, por su concurso como funcionarios de esta Institución.

Igualmente valoramos, tanto desde el punto de vista institucional como humano, el papel de La Asociación Anillo de Matemáticas AMA, por brindar el espacio y las condiciones para generar y desarrollar este trabajo.

Por otra parte, la investigación no hubiera sido posible sin la participación espontánea del grupo de niños "Los Anillitos" del Colegio Distrital San Francisco, quienes siempre mostraron disposición para la generación de registros como lo requirió la investigación.



<b>PRESENTACIÓN</b>	7
<b>INTRODUCCIÓN</b>	9
<b>CAPÍTULO 1</b> Análisis de Registros sobre la Verbalización de las Acciones	11
<b>CAPÍTULO 2</b> Sistematización de la Verbalización de las Acciones en el Campo Conceptual de las Fracciones	29
<b>CAPÍTULO 3</b> El Papel del Lenguaje en el Desarrollo del Pensamiento Matemático	43
<b>CAPÍTULO 4</b> La Forma de la Acción en el Contexto de las Situaciones de Aprendizaje	49
<b>CAPÍTULO 5</b> La Pregunta como Acción Verbal para la Construcción de Objetos y Estructuras Verbales	57
<b>APOYO BIBLIOGRAFICO</b>	61



**E**sta publicación se realizó en el contexto de una investigación<sup>1</sup> adelantada en torno a los tipos de elaboración verbal que los niños logran cuando verbalizan acciones tendientes a resolver problemas trabajando en grupo

*En el primer capítulo, a través del análisis de registros, se precisan los conceptos de Realización Verbal y Verbalización de las Acciones, mostrando las limitaciones encontradas en el primero y la riqueza didáctica y conceptual en la recreación plena de la acción y en el desarrollo del pensamiento verbal del segundo*

*En el segundo capítulo, con base en la sistematización de los registros en el campo conceptual de las fracciones, se muestran las diferencias cualitativas en la elaboración de discurso matemático escolar y se hace una aproximación a la caracterización en cinco tipos*

*En el tercer capítulo se hace una breve descripción sobre el papel que juega el lenguaje en la teoría del Desarrollo Cultural de las formas psíquicas. Se enfatiza el papel que juega la función simbólica del lenguaje en la formación de conceptos y en la extensión de las coordinaciones entre las acciones mentales*

---

<sup>1</sup> Mediante contrato 078 de 1996, esta investigación asumió el mismo nombre de la propuesta pedagógica "Proyecto Anillito - Cultura Matemática en la Educación Básica", adelantada en el Colegio Distrital San Francisco, con sesenta estudiantes que han cursado quinto grado en tres Escuelas del Distrito y que actualmente estudian en la jornada de la tarde

*En el cuarto capítulo se hace una reflexión sistemática sobre la forma y matices que toma la acción en situaciones de aprendizaje, así como en el significado tanto de la acción como de la actividad*

*En el quinto se considera el valor didáctico de la pregunta como acción verbal*

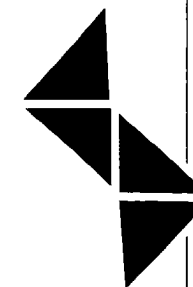
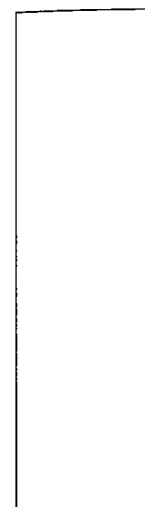
*En relación con el título de todo el conjunto, nos parece importante precisar lo que pensamos cuando hablamos de "pensamiento matemático escolar" Nos referimos al proceso de formación de pensamiento matemático, así como de la actividad de estudio que lo hace posible, organizado a través de una propuesta pedagógica fundamentada en una disposición particular de espacios, tiempos y prácticas culturales de la disciplina matemática<sup>2</sup>*

---

<sup>2</sup> Una propuesta pedagógica en tal sentido, surge en el Anillo de Matemáticas en la época de los ochenta como la necesidad de tener un grupo experimental de aula inicialmente. Los primeros intentos fueron impulsados por Manna Ortíz, Jesús Hernando Pérez, Lilia Pérez y Héctor Bejarano entre otros

Finalmente la propuesta cristaliza como proyecto del PEI del Colegio Distrital San Francisco con el apoyo del señor Rector Carlos Varela

Con aprobación de la SED se hizo posible que los profesores, Bladimir Torres y Beatriz Espinosa tuvieran espacios comunes para desarrollarla



## La Investigación

**S**e asume como eje de investigación la relación lenguaje-pensamiento, y en particular lenguaje- pensamiento matemático en niños que estudian en Instituciones Oficiales del Distrito Capital y que han asistido, paralelamente, a nuestras sesiones de trabajo en jornada contraria, durante los mismos períodos escolares

Asumimos con Wittgenstein que el lenguaje se ordena de acuerdo con las reglas de uso público y por lo tanto, es la cultura y las formas de vida las que confieren significados a los enunciados, en este sentido, recuperamos el hablar y escribir como parte de la actividad, y de una forma de vida, en la escuela, es decir, como una manera de pensar, sentir, actuar y conocer haciendo matemáticas

Se trata de responder la siguiente pregunta ¿Cómo nuestros niños pasan de una situación de no discurso sobre el conocimiento, a la elaboración de discurso matemático escolar?

Particularmente, desde el punto de vista de la relación pedagógica estudiante-conocimiento se ha asumido la estrategia cognoscitiva, denominada por nosotros, Verbalización de las Acciones con el propósito de indagar los tipos de discurso elaborados en la construcción de conceptos matemáticos en el contexto de una actividad de estudio

Desde el punto de vista de la relación pedagógica maestro-estudiante, la exigencia de verbalizar la acción – como estrategia didáctica – tiene por objeto

- *Hacer visibles los procesos de apropiación del conocimiento matemático*
- *Desarrollar lenguaje matemático escolar, es decir, hacer discurso matemático, lo que implica la presencia de otros y por lo tanto de la implantación de la comunicación y el desarrollo de la respectiva competencia*
- *Confrontar las representaciones de lo que es objeto de conocimiento, en los espacios generados para tal fin (el trabajo en plenaria, el trabajo en equipo y el diálogo con el maestro)*
- *Crear un ambiente de trabajo, a modo de un lugar cultural, como espacio propicio para la reflexión, la polémica, y la elaboración de discurso matemático escolar*

*Hemos asumido el enfoque de la investigación cualitativa en educación que toma elementos tanto de la investigación acción como de la etnografía, constituyendo una forma de indagación auto reflexiva e interpretativa de los constructos de los estudiantes, trabajando en equipo, en actividades de resolución de problemas*

*Nuestras categorías de análisis son*

**La nominación:** *se refiere a la esencia de las representaciones, indica la capacidad para representarse apropiadamente los objetos de conocimiento y darles un nombre*

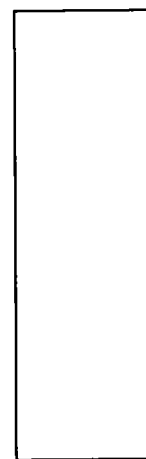
**La articulación:** *establece el funcionamiento coordinado de las representaciones unas con otras, da contenido a la pura forma verbal*

**La derivación:** *muestra el movimiento de las representaciones desde su origen, los matices y los nuevos sentidos que adquieren*

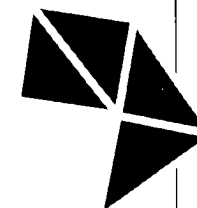
**La atribución:** *Da una representación en otra representación, por ejemplo amigos y cuatro, forma cuatro amigos, cinco y número primo, forma cinco es número primo. Indica los procesos de categorización entre representaciones, el establecimiento de condiciones de existencia para las representaciones y de acreditación entre ellas*

**La competencia comunicativa:** *entendida como la capacidad de comprender las ideas matemáticas del otro y hacer comprensible al otro, en el discurso, las ideas matemáticas propias*

**La imagen de conocimiento matemático:** *en tanto categoría de análisis cultural, ya que las imágenes de conocimiento determinan las prácticas, los valores, el estilo de las interacciones comunicativas, las formas de validar el conocimiento, los valores y los ritos, entre otros*



## Análisis de Registros sobre la Verbalización de las Acciones



**U**n concepto fundamental desde los inicios del desarrollo de la presente investigación es el de realización verbal, inicialmente con Realización Verbal definíamos el acto de seguir con palabras las acciones materiales, bajo el presupuesto de que replicar con palabras lo mismo que se hace con las manos incidía contundentemente en la formación de pensamiento discursivo



Son ejemplos de realización verbal registros como lo de Carolina, Cristian Camilo, Edna Milena y Jhon Urrego

### Registro de Carolina Rangel, quinto grado.

ejercicio  
 hacer la realización verbal  
 como hago para pasar en 100  
 en base 12 a base 10  
 en la tercera casilla del abaco  
 de derecha a izquierda tengo

una pepa la paso a la segunda casilla del abaco la pepa y le busco compañero y me quedan 2 pepas entonces paso la primera pepita a la primera casilla del abaco luego paso la segunda al lado derecho y le busco compañero y me dieron 5 pepitas, en base (10)

**Registro de Cristian Camilo, (quinto grado)**

**Desarrollo**

**1. Analisis**

Para saber cuanto costaron las 6300 supercacas debo multiplicar la cantidad de supercacas.

**Analisis**

Para saber si 25 supercacas cuestan 250 pesos debe de

**Operacion**

$$\begin{array}{r} 63 \\ \times 10 \\ \hline 00 \\ + 63 \\ \hline 630 \end{array}$$

250 pesos debe de 630

Aplicar los algoritmos

- Por cada un supercaca con los 63 supercacas. RTA: Las 63 supercacas cuestan 630 pesos.
- Como lo hice: Comence a pensar yo mismo y entre yo Jiddy comenzamos hacer la operacion y comenzamos a dividir 250 pesos con los 25 supercacas y de hay 10 y como que cada supercaca valia 10 pesos y ese resultado lo multiplicamos por los supercacas.

**Registro de Edna Milena, (quinto grado)**

**Actividad**

- 1) Juanito vive en el pais de 2 colecciones
- caramelos su mamá le regalo 101 caramelos y el a comprado 1011 caramelos ¿Cuantos caramelos tiene Juanito en el pais en el de (218)
- Partes importantes
- a) Que Juanito vive en el pais de (21)

b) Los caramelos q' le regalo su mamá

c) los caramelos q' al comprar

### Possible Solutions

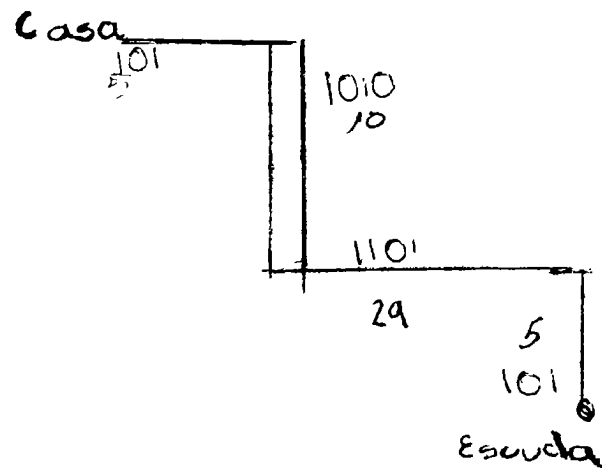
30

1) Colocamos en el abaco egipcio de derecha a izquierda la cantidad de  $101$  carameles q' le regalo su mamá (la cantidad) y le agregamos lo q' el abaco comprado q' es  $1011$  carameles y nos estaba dando  $1112$  carameles pero como en la base (2) los únicos números q' pueden haber son 0 y 1, entonces no nos puede dar ese resultado de 1112 bueno como en la primera casilla del abaco egipcio habian 2 pepitas aunque a jugar formamos grupos de 2 y me sale un grupo del único sacamos un representante a la segunda casilla del abaco de derecha a izquierda y el compañero sale del juego bueno en la segunda casilla del abaco de derecha a izquierda me quedan 2 pepitas y la primera casilla del abaco de derecha a izquierda con los 2 pepitas y tenemos en el abaco formamos un grupo con los 2 pepitas y empezamos a jugar del único grupo pero un representante del

a la tercera casilla del abaco y el compañero sale del juego en la tercera casilla me quedo

00 bueno en la 4 casilla del abaco, me quedaron 2 pepitas y con los dos pepitas formamos grupos de 2 y me sale un grupo solamente bueno formamos un representante del único grupo a la 5 casilla del abaco y el compañero sale del juego y bueno ahora la podemos leer y junto tiene  $10000$  caramelos en total

2) El siguiente es el recordo en cuadros que hace junto de su casa a la escuela.



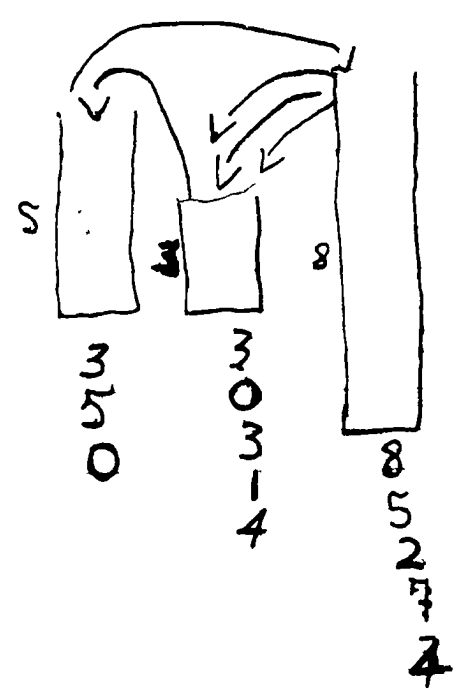
1) Primero cogí el abaco de derecha a izquierda y robé la cantidad de 11111111



Y empezé a jugar como en la cuarta casilla del abaco había una sola pepita la paso a la 3 casilla del abaco y le pongo un compañero paso un representante a la segunda casilla del abaco teniendo en cuenta que hay ahí una pepita bueno como la fase una pepita le coloco su amigo pero de la tercera casilla otra otra pepita a la segunda casilla del abaco y le consigo su compañero primero grupitas de a 2 por el primer grupito paso un representante y le pongo su amigo pero el otro grupo y el representante de la tercera casilla del abaco y le pongo su amigo pero el otro amigo de la 2 casilla del abaco y le pongo su amigo

querían repartir por partes iguales y solo disponían de dos vasos una con la capacidad de 5 litros y otra con la capacidad de 3 litros.  
¿cómo hacen para medir la mitad de uno para cada uno?

POSIBLE SOLUCION



Registro de Jhon Urrego quinto grado

UN REPARTO JUSTO  
Dos campesinos que se llaman: David y Jimmy compraron un baskil de vino de 8 litros. y se

tenemos el barril de 8  
litro y las dos vasijas  
con capacidad de 3, y de  
5 litros.

echamos tres litros en la  
vasija de 3 y después  
esos 3 litros los echamos  
a la vasija de 5 y lo-  
go echamos 1 litro  
más en la vasija de  
3 y pasamos eso  
a la de 5 de tal ma-  
nera que en la vasija  
de 5 queda 7 litros y  
en la vasija de 3 que  
ocupa 3 litros.

Entonces pasamos los  
5 litros al barril de 5 y  
queda en el barril 7  
litros. Y basamos el litro  
de la vasija de 3 al ba-

rril de 5 y luego echa-  
mos del barril 3 litros  
a la vasija de 3 y esas  
tres los echamos a la  
vasija de 5 de tal ma-  
nera que en la vasija  
de 5 queda 4 litros y  
en el barril también  
queda 4 litros. Hay conjen-  
tos de 4 y 4 y de 4  
4 litros.

El Registro de Cristian Camilo (Quinto Grado), muestra en primera instancia un esquema de trabajo tradicional análisis, operación, respuesta. Este esquema muestra de por sí una imagen de matemática, donde el análisis es una repetición de una retahíla, que ha modo de receta elige una operación para resolver la pregunta, pero precisamente, no hay ninguna conexión lógica entre la elección y la necesidad de responderse la pregunta. Esto es el análisis no es análisis, La operación no es una operación intelectual es algoritmo preescrito, mecánico y la respuesta es un dato propuesto sin justificación ni argumentación. Sin embargo la segunda parte "Como lo hice" comienza la realización verbal del proceso, la objetivación en el lenguaje dejando el camino preparado para que dicho proceso pueda ser objeto de reflexión.

En el caso de Carolina y Cristian se observa un tipo de realización verbal de carácter material, ya que se refieren a las acciones que hacen sus manos o que otros pueden identificar perceptivamente. Sus escritos muestran un carácter descriptivo y exclusivamente lineal. Es una des-

cripción en primera persona, lo que centra la acción en el sujeto y no en los objetos de la acción

En el caso de Edna Milena y Jhon Urrego, sus escritos muestran elementos de descripción simbólica, que muestran ya algún grado de manejo de los objetos dentro de la forma verbal. Son descripciones que usan acciones en tercera persona, mostrando interiorización del diálogo con otro y una actitud de compartir la acción

En el caso de Edna es más clara la presencia de elementos de la acción verbal, ya que se detienen a evaluar las acciones y hay preocupación por una buena formación de las expresiones que representan acciones, comprometiéndose con un código simbólico

Por otra parte en el registro de Edna y Jhon Urrego, existe un desplazamiento del pensamiento egocéntrico al pensamiento social interiorizado, ya que cuando habla de "colocamos", "sacamos", "formamos", hay por lo menos dos personas, y cuando se refiere a "lo que le regalo su mamá" hay un tercero con el cual se establece un diálogo de **nos** con los actores del problema, este diálogo constituye el contexto y el sentido para producir discurso. Se trata de un discurso que no deja nada tácito ni suelto y que se articula de manera consciente

Con base en los avances de registro se hace visible el límite de incidencia de esta herramienta cognitiva, en el desarrollo del pensamiento discursivo. De una parte, difícilmente se trascendía la descripción de objetos y acciones, lo que genera en el estudiante una pérdida de sentido y motivación por esta práctica verbal, por otra parte, existe una tendencia hacia su mecanización lo que posteriormente hace difícil el traslado de la acción de la forma material o materializada a la verbal

Con el término **Realización Verbal** hoy entendemos la práctica de formular en el habla lo que se corresponde con lo realizado en los hechos en objetos materiales; en otras palabras, se trata de consumir en palabras una acción que a su vez se cumple o se ha cumplido con las manos. **En otra forma se puede afirmar que la verbalización de las acciones es el acto de representar por medio del lenguaje articulado – discurso –, aquellas representaciones que el niño ha construido al abordar situaciones problemáticas.**

De esta manera la realización verbal permite explorar las condiciones perceptivas implícitas en el material, apoyando así un aprestamiento

para el manejo de condiciones teóricas -implícitas en las acciones verbales-

Al mismo tiempo que se reformulaba el lugar del término realización verbal en la incidencia sobre la formación de pensamiento matemático escolar, se genera un vacío en el sentido de hacerse explícita una nueva etapa en la verbalización del pensamiento. En tal sentido se introduce aquí un nuevo concepto, el de *Verbalización de las Acciones*

**Por Verbalización de las Acciones entendemos la recreación plena de la acción por parte del pensamiento verbal.** Esta formación de la acción presupone que del contenido concreto de los objetos se han separado los rasgos y las propiedades sustanciales para la acción, las propiedades separadas se fijan a las palabras y se convierten en sus significados. Ahora es posible su utilización en forma de objeto verbal, es decir, el niño puede operar con las palabras y a través de ellas con sus significados. No se trata de saber explicar cómo se ejecuta una acción, se trata de saber consumir la acción plenamente de forma verbal

El trabajo realizado con los niños muestra que siempre pasan de un no discurso, a estructuras lingüísticas narrativas, como se puede mostrar en este y anteriores ejemplos

El problema del ovillo de cabuya se trata de un ovillo de cabuya, al que sucesivamente se le toma la mitad de lo que quedaba, hasta el momento en que se le sustraen  $2/5$  y con los restantes 30 cms hacen un teléfono

La estructura narrativa se pone de relieve en el siguiente registro "Empezamos a investigar los  $2/5$  que cogió la hermana y sacamos la conclusión que cada  $1/5$  vale 10 centímetros de cabuya en este problema entonces los  $2/5$  miden 20 centímetros de cabuya y sobran 30 centímetros de cabuya con la que al final hicieron un teléfono" (David)

En este caso vemos que

"Empezamos a investigar los  $2/5$  que cogió la hermana,

⇒ *potencialidad de la acción*

y sacamos la conclusión que cada  $1/5$  vale 10 centímetros de cabuya en este problema

⇒ puesta en acto de la acción

entonces los 2 / 5 miden 20 centímetros de cabuya y sobran 30 centímetros de cabuya con la que al final hicieron un teléfono"

⇒ Clausura

Como consecuencia de lo anterior la función del habla pasa por un cambio cualitativo. Si con la realización verbal el habla servía principalmente de sistema de indicaciones que se descubrían directamente en la percepción, de modo que el papel del niño consistía no en comprender la palabra, sino la situación o fenómeno. Con la verbalización el habla se convierte en portadora de todo el proceso de la acción, y todas las operaciones que la integran, no solo deben adquirir la forma verbal, sino que deben ser asimiladas en esta

Veamos como ejemplo el registro de Jhon Urrego en el problema de "El rollo de cabuya"

Doña alicia le dio a su hijo un rollo de cabuya y ella misma le quita la mitad del rollo, luego tomas le quita la mitad de lo quedaba a pablo, luego su papá o sea don pedro le quita la mitad de lo que le quedaba a pablo. luego su hermano jimena le quita y a pablo solo

le quitaron 30 centímetros y dañó alicia le dijo que con ese pedaso construyera un teléfono.

## PREGUNTAS

1. Cuantos centímetros tenía el rollo de cabuya

2. Quien coje mas cabuya.

3. Quien coje menos cabuya

4. Cuantos centímetros de cabuya cojo la mamá.

5. Cuantos centímetros cojo el papá.

6. Cuantos centímetros de cabuya cojo la hermana.

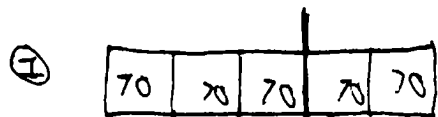
7. Cuantos centímetros cojo el hermano. (Ton)

8. Que parte de la cabuya

representa lo que cogieron  
entre la madre y el padre.

9: con cuantos centímetros  
hubiera quedado Pablo si  
su hermana no le hubiera  
soltado 30 centímetros de  
cabojo.

### POSIBLES SOLUCIONES



Como la her-  
mana de Pablo le cogió  $\frac{1}{2}$   
de cabojo entonces hacemos  
la grafica de los quintos; y  
si le quedaron a Pablo  
30 centímetros, osea que  
cada quinto son 70 cen-  
tímetros y si sumamos nos  
da 350 centímetros.

50

Entonces como el papa le ha-

bia quitado la mitad de lo  
que tenía se su papa fue  
antes de que el papa le qu-  
tara la mitad tenía (700)

y el hermano antes de  
que le quedaran 700 centi-  
metros le cogió la mitad  
osea que antes le quedaban  
200 centímetros.

y la mamá antes le había  
cogido la mitad osea que  
es es doble de 200 que da  
(400)

entonces el rollo de cabu-  
ja media 400 centímetros

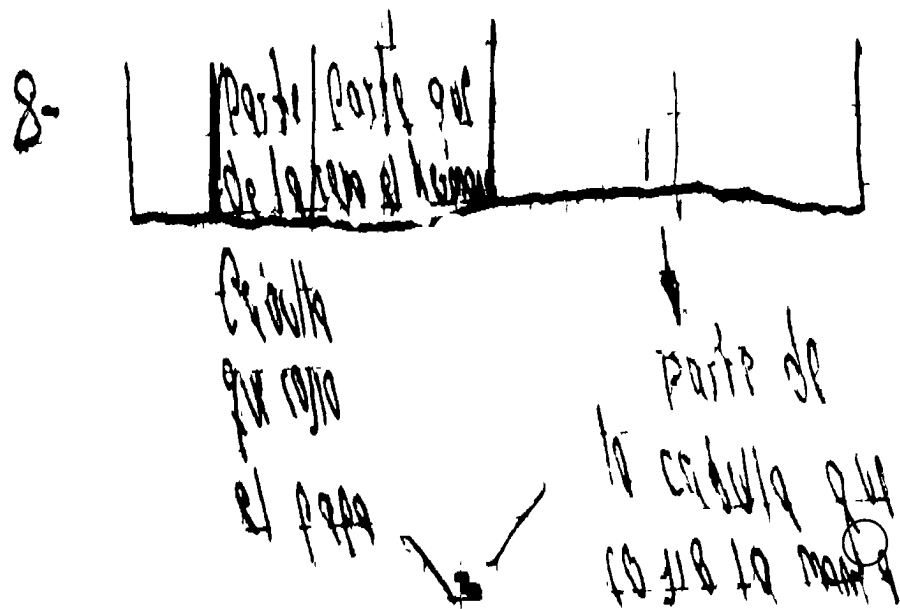
2- la mamá cogió más  
caboja porque cogió la mitad  
del rollo y la otra mitad  
se la repartieron los otros.

3. La hermana de Pablo cogio menos cabuya porque solo lo cogio 20 centimetros

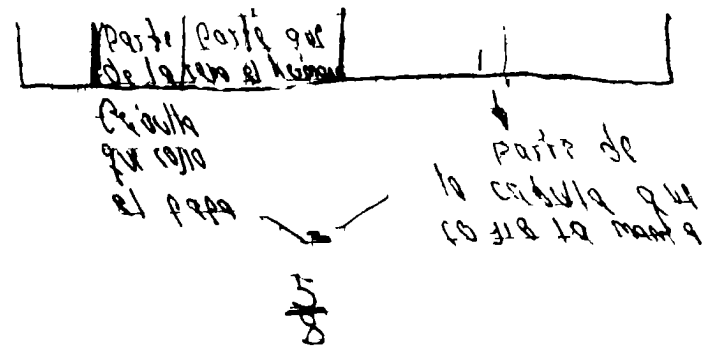
4. La mama cogio 400 ct. de cabuya.

5. el papa cogio la mitad de la mitad o sea 50

6. la hermana cogio 20 ct. que es lo mismo que dos quintos.



8.



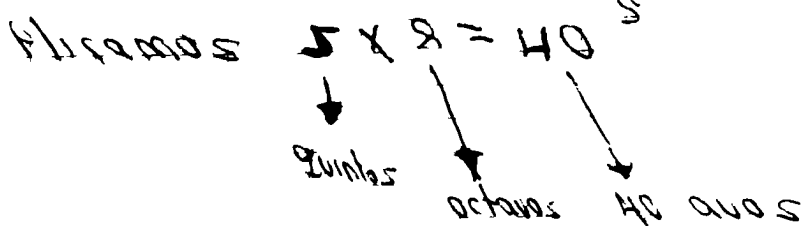
Porque la mama cogio la mitad de la cabuya y el papa cogio la cuarta parte de la otra mitad, entonces dividimos la cabuya en octavos y la mama cogio la mitad o sea  $\frac{4}{8}$  y el papa  $\frac{2}{8}$  o sea que entre las dos cogieron  $\frac{6}{8}$

9. como la hermana de Pablo le cogio  $\frac{2}{5}$  de los 100 centimetros de cabuya que le queda y dos quintos equivalen a 20 centimetros.

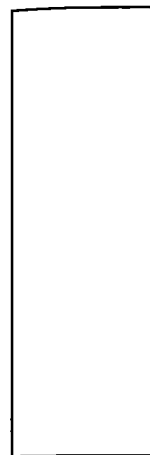
Si su hermana es la única  
 la ~~quinta~~ quinta los 20  
 minutos usara que de do  
 con los 20 centímetros.

¿QUE PARTE DE LA CABALLA  
 REPRESENTA LO QUE COJO LA  
 HERMANA? Como la hermana  
 cojo  $\frac{2}{5}$  de los 20 centímetros

O sea de  $\frac{1}{5}$  de toda la  
 caballa ~~de los 20~~ como dividi-  
 mos un octavo en 5 partes



Antes como la hermana  
 cojo  $\frac{2}{5}$  de un octavo de  
 la caballa entonces es 40  
 avos cojo  $\frac{2}{40}$  que es  $\frac{1}{20}$   
 volteo a  $\frac{1}{20}$



## Sistematización de la Verbalización de las Acciones en el Campo Conceptual de las Fracciones

**U**no de los aprendizajes en el que nos hemos visto abocados los maestros del *Proyecto Anillito Cultura matemática en la educación Básica* ha sido la toma de registros y la realización del respectivo análisis. La labor de orientación general del trabajo realizado por los niños, no solo se comparte, sino que también se rotan los roles de quien toma registros y quien orienta la actividad. Esto ha permitido desarrollar la atención hacia ciertos eventos que se presentan como regularidades en el comportamiento de los niños y que empiezan a ganar para nosotros mucho significado.

También los comentarios que realizamos informalmente al final de cada sesión, nos permiten ver de manera diferente cosas que antes parecían insignificantes, desarrollando así en nosotros *una sensibilidad informada*, la cual habrá que documentar en el preciso momento en que se vuelva a presentar los codificados eventos. Esta labor en general no ha sido fácil, pero nos ha motivado a seguir registrando eventos significativos para nosotros, como también *ver muchos hechos nuevos* al elaborar las relatorías.

A continuación presentamos una experiencia a través de las preguntas **¿Cómo se hace un registro?, ¿A qué prestar atención? y ¿Qué es un registro para el anillito?**

En el diario de campo se registran los eventos que se van sucediendo en el transcurso de la sesión de trabajo. Dichos eventos son situaciones

tanto de carácter académico como comportamental que los niños desarrollan al abordar y resolver problemas de matemáticas, en los cuales se manifiesta como piensan, como proceden en la búsqueda de soluciones y cuales son los obstáculos en su aprendizaje

Se consignan las declaraciones espontáneas de los niños apoyándose en el trabajo escrito del niño. Si resulta una situación muy interesante, uno se acerca y le interroga, advirtiéndole que va a escribir lo que responda y se le pide su colaboración para que nos dedique unos pocos minutos. Le hacemos preguntas que vuelven a atraer a colación la pregunta que se ha tratado unos segundos antes y se pone por escrito (lo hace el maestro), de una manera u otra se trata de un diálogo muy activo y flexible, en el cual el niño no se siente tensionado, ni valorado por el maestro, es decir, se deja que el niño diga o proponga sus argumentos sin esperar la aceptación de su maestro. Habla para el otro, pero sin dejarse presionar por éste.

Esto permite obtener declaraciones de los niños que complementan y amplían la información que han consignado en su hoja de trabajo, develando *estrategias de pensamiento, la forma verbal oral espontánea que se desarrolla en la actividad, las interacciones de comunicación, las formas de trabajo, las conjeturas, deducciones, exclamaciones de imposibilidad o dificultad para entender o resolver el problema, la relación que realizan con el conocimiento, la imagen de matemática que poseen*. Posteriormente a este trabajo se realiza un análisis crítico al registro del diario de campo, que consiste en ver cada registro a través de una teoría, que intenta reconstruir los contextos, las actitudes y los significados expresados por los niños. Si esto no se realiza, los registros quedan como notas para novela o para contar como simples anécdotas.

El trabajo que presentamos a continuación es la recopilación del trabajo alcanzado con los niños en el campo conceptual de los números fraccionarios. Los niños trabajan situaciones problemáticas en las cuales tienen que operar con dichos números. Se parte de una situación concreta – material materializada – y luego se les pide hablar y escribir (verbalizar) en el lenguaje natural, las acciones y operaciones realizadas.

30

Los registros presentados aquí, los hemos considerado como los más representativos de los cinco grupos en los que se han podido clasificar, pertenecen a la parte en que culmina, globalmente el proceso de formación de las acciones (y operaciones) en forma verbal externa y se avanza hacia el camino de su interiorización.

En el desarrollo de la actividad, los niños hacen estas elaboraciones en voz alta (trabajo individual y en equipo) y luego en forma verbal escrita (trabajo en equipo).

**Actividad:** Argumentar la validez de la siguiente afirmación

$$1/2 + 2/6 = 11/12$$

### PRIMER REGISTRO

“Cogimos la tira de los sextos y de esa tira cogimos dos sextos cogimos la tira de los medios y cogimos solo un medio los unimos y cogimos la tira de los doceavos y la pusimos debajo del medio y de los sextos y nos daba en la línea del décimo doceavo. Entonces la afirmación es falsa (Linda Cárdenas).”

#### Análisis del primer registro

- **Lógica**
  - La lógica está en el material, en lo que sabe hacer
  - Hay justificaciones de orden retórico
  - Hay un conocimiento incipiente de los objetos, las operaciones y las relaciones de la nueva estructura (los fraccionarios)
- **Articulación**
  - La articulación de la representación es horizontal, porque agrupa y clasifica las acciones
  - Su mirada es aún global, no hay una diferenciación explícita de las acciones que son objeto de conocimiento
  - El “y” vincula las acciones en la secuencia en que se produjeron
  - No escribe signos de puntuación
  - Las frases no son proposiciones matemáticas
- **Competencia pragmática**
  - Comunica y convence por medio de acciones que son evidencias materiales
  - Las palabras están pegadas a las acciones externas

31



• **Competencia comunicativa** \_\_\_\_\_

- Está a la saga, ya que describe acciones secuenciales articuladas por la forma en que se vincularon sus representaciones, sin lograr todavía articular según las reglas del lenguaje natural
- Se comunica a través de la acción material
- Se dan actos de habla no apropiados, ya que el solo lenguaje natural no es suficiente para demostrar lo que afirma

• **El uso de los verbos** \_\_\_\_\_

- El tiempo de los verbos esta en pasado
- El verbo **ser** aparece en el desenlace o clausura de la narración

• **Formas de validación** \_\_\_\_\_

- Se apoya en la evidencia empírica, así son las cosas porque son de hecho

## SEGUNDO REGISTRO

"Esta afirmación es falsa porque que por un lado de la tira están los sextos entonces la mitad son tres sextos y a esos tres sextos le agrego los dos sextos lo cual tres sextos es una mitad y de la otra mitad también tiene tres sextos pero yo cogí solo dos sextos entonces sobra un sexto y ese sexto lo doble y por el otro lado estaban los doceavos lo cual los conté y el sexto que doblé estaba formado por dos doceavos y como son doce doceavos menos dos doceavos daba no más diez doceavos lo cual esa afirmación es falsa" (Carlos Alberto).

### Análisis del segundo registro

• **Lógica** \_\_\_\_\_

- La lógica está aún en la evidencia empírica de lo que sabe hacer
- Las justificaciones son de orden retórico
- Empieza a mirar objetos individuales, opera con ellos atribuyendo equivalencias conceptuales

• **Articulación** \_\_\_\_\_

- Utiliza el "y", como enlace para describir las acciones materiales
- Utiliza enlaces para pasar de acciones materiales a materializadas. Por ejemplo " están los sextos, entonces la mitad son tres sextos" De forma similar " lo cual", " y como son" Estos enlaces tienen carácter de deducción
- No usa signos de puntuación
- Las acciones solo se pueden diferenciar por el uso de los enlaces
- Su mirada es aún muy global y no organiza acciones en torno a una categoría, es decir, no aparece la generalización
- Sus justificaciones siguen siendo de orden retórico
- Analiza acciones

• **Competencia pragmática** \_\_\_\_\_

- La fuerza del argumento está en el convencimiento de las acciones materiales Esto es, en la evidencia
- Comienza a utilizar algunas deducciones, posibilitadas por la manipulación del material, más no por generalización en matemáticas.
- Aunque la estructura del discurso es retórica, a diferencia del anterior, comienza a hacer pequeñas explicaciones que se salen de la evidencia
- Comunica y convence por medio de acciones que son evidencias materiales
- El tiempo para los verbos en la primera parte es presente y en la segunda parte pasado
- No logra hacer generalizaciones

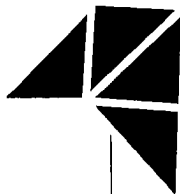
• **Competencia comunicativa** \_\_\_\_\_

- El presente lo usa cuando está seguro de las acciones que realiza y el pasado para explicar qué de lo que realizó le sirve para llevar a cabo o ejecutar correctamente la acción

- La narración va acompañada de la explicación, es decir del porque lo hace
- Establece relaciones
- La realización verbal es desplegada
- Al no usar los signos de puntuación, no es claro donde empiezan y donde terminan las acciones y las frases no se distinguen explícitamente

• **Formas de validación** -----

- Se sigue apoyando en la evidencia empírica



**TERCER REGISTRO**

“Que un medio equivale a seis doceavos y dos sextos equivalen a cuatro doceavos y cuatro doceavos más seis doceavos son diez doceavos Entonces es falso, porque le falta un doceavo para ser once doceavos” (Etna Milena).

**Análisis del tercer registro**

• **Lógica** -----

- Desaparece la evidencia material o materializada
- La fuerza del argumento está en el lenguaje, casi se podría asegurar, que en las acciones mentales no necesita hacer retórica, ni dar explicaciones
- Hace afirmaciones con mucha seguridad
- Sintetiza las acciones, la fuerza del argumento es lo sintético

• **Articulación** -----

- Construye afirmaciones matemáticas, no apoyadas en acciones materiales, sino en acciones mentales
- Dichas proposiciones son enlazadas de la siguiente manera

$$(p \wedge q \wedge r) \Rightarrow s$$

- Es decir, muestra las causas para poder concluir, pero necesita dar una explicación de más para estar segura de que lo que dedujo es correcto

$$(p \wedge q \wedge r) \Rightarrow s \quad \text{porque ...}$$

- Por otra parte pareciera que  $(p \wedge q \wedge r)$  no son suficientes para concluir  $s$
- Desaparece el discurso retórico, para mostrar generalización de operaciones
- No se hace necesario el uso de los signos de puntuación ya que los enlaces son suficientes para entender el discurso

• **Competencia pragmática** -----

- Las acciones están en el plano mental y se podría decir que la pragmática está fuera del contexto rutinario
- Se puede notar el paso a lo hipotético deductivo
- No se puede asegurar que ya hay discurso matemático, está en esa mediación entre lo común y lo formal

• **Competencia comunicativa** -----

- Muestra claramente las operaciones que formaron sus acciones materiales, ya que es capaz de sintetizar y esto le permite nominar
- Comienza a desechar acciones o a categorizarlas para ver las como parte de una operación
- Por otra parte utiliza la palabra “equivalencia” que hace que mire la totalidad como un todo armónico y no como igualdad o resultado de operaciones
- El discurso es impersonal, a diferencia de los anteriores donde aparece el sujeto ejecutor de acciones
- Los verbos utilizados son “equivaler” y “ser”, que son propios

del discurso sobre objetos matemáticos, por una parte el ser que define la esencia del objeto matemático y el "equivaler" que hace ver el concepto a la par con otro (En matemáticas existen equivalencias no igualdades, es decir, operación 1 equivale a operación 2)

- La lógica está a un nivel conceptual
- Hace nominaciones y busca equivalencias
- Las frases son completas y se convierten en proposiciones matemáticas
- Se desprende de lo material para hacer acciones mentales
- La realización verbal es reducida

• **Forma de validación** \_\_\_\_\_

- La racionalidad del conocimiento



### CUARTO REGISTRO

"Que dos sextos y un medio son equivalentes a once doceavos, esta afirmación es falsa, porque da diez doceavos.

Dos sextos son equivalentes a cuatro doceavos y un medio son equivalentes a seis doceavos entonces sumo cuatro doceavos que son dos sextos y seis doceavos que son un medio da diez doceavos y no once doceavos, entonces la afirmación es falsa" (Juan Pablo)

#### Análisis del cuarto registro

• **Lógica** \_\_\_\_\_

- Desaparece la evidencia material – materializada
- La fuerza del argumento está en el lenguaje
- Sintetiza las acciones, y puede analizarlas a voluntad propia

• **Articulación** \_\_\_\_\_

- Hace nominaciones precisas articulando proposiciones matemáticas
- Formula la validez de la afirmación y luego pasa a probarla

- Los objetos matemáticos son mostrados mediante equivalencias
- El discurso muestra la categorización de las operaciones y su nominación que ahora se realiza en el plano conceptual
- Realiza equivalencias en ambas direcciones al nivel conceptual
- El uso del verbo SER está en presente.
- Utiliza signos de puntuación que sirven de enlace a las proposiciones

• **Competencia pragmática** \_\_\_\_\_

- El discurso está presentado como una prueba matemática

• **Competencia comunicativa** \_\_\_\_\_

- Usa los términos adecuados y frases bien formadas para comunicarse
- Las frases son proposiciones matemáticas compuestas
- Es persuasivo y convence

• **Competencia pragmática** \_\_\_\_\_

- Opera con acciones mentales, dialogando con el otro sujeto inmerso en la escritura y lo refuta



### QUINTO REGISTRO

"Esta afirmación es falsa porque vamos a pasar todo a doceavos. Dos sextos son equivalentes a 4 doceavos y un medio es equivalente a seis doceavos entonces sumando dos sextos que son cuatro doceavos y un medio que son 6 doceavos sería equivalente a 10 doceavos y no a once doceavos entonces la afirmación es falsa"(Miller).

#### Análisis del quinto registro

- Se diferencia con el anterior, en que involucra al interlocutor, para que ejecute con él las acciones mentales
- Explícita la estrategia o acción a realizar
- La realización verbal es reducida

## OBSERVACIÓN GENERAL

En la medida en que se precise el lenguaje natural, más se acerca al lenguaje matemático en el cual quedan plasmadas las propiedades, relaciones y operaciones que se entretajan en la formación y apropiación del campo conceptual. Estas relaciones y operaciones son invisibles en la parte material materializada del alumno, y solo son perceptibles cuando se ponen en el lenguaje, puesto que se convierten en *objetos de reflexión*, se va decantando la esencialidad del objeto y finalmente se convierte en concepto. Lo esencial es **lo que lo hace ser y es lo que lo diferencia de los demás**. El pensar, se desarrolla y desenvuelve de tal manera que hay una permanente tensión entre lo sintético y lo analítico.

Sintético – analítico – sintético

En la primera fase se asimila la acción como totalidad, pasando luego por un filtro riguroso cuya función es partir el todo en secciones muy finamente separadas, y a su vez articuladas por el lenguaje. Gracias a éste, es posible hacer el análisis de la representación del pensamiento y hacer de los objetos representados, objetos de reflexión que pasaran entonces al plano de la conceptualización y es aquí donde es posible operar, ya no con el objeto materializado sino con la palabra que lo representa. Por esto, el proceso vuelve a lo sintético, de una forma cualitativamente distinta a la que se inicio.

### Aproximación a tipos de elaboración en la verbalización de las acciones

A continuación presentamos una primera aproximación a los tipos de discurso que presentan los estudiantes cuando están trabajando la resolución de problemas en equipo.

**Tipo 0.** No hacen verbalización de la acción, elaboran (realizan) un texto más o menos escueto de las acciones hechas, contadas con el mínimo detalle.

Hay riqueza en la potencialidad de la acción, es decir en lo que se está construyendo. Es por eso que en procesos semióticos de la conciencia, hay una mirada global que no logra penetrar en las re-

laciones, operaciones y acciones que están plenas de contexto, y de muchas redes de significado incipientes. El discurso carece de los elementos sintácticos del idioma como la puntuación y las palabras que sirven de vínculo.

Hay una intencionalidad pragmática por comunicarse ya que los objetos que manipula en el discurso están adheridos no solamente a las acciones físicas sino al contexto rutinario y vivencial.

Consideramos que esta es una primera etapa en la adquisición de los conocimientos, pero que si no se supera las formas de trabajo éstas se pueden convertir en un obstáculo, debido a la enseñanza y más tarde se convierten en obstáculo epistemológico en la adquisición del conocimiento matemático. Esto es, el conocimiento no ha llegado a ser interiorizado en forma mental, no permitiendo que el objeto de conocimiento se convierta en acción mental.

Validación. Se espera que la validación sea dada por los otros. Las acciones son externas y ajenas, se hacen para complacer al otro.

**Tipo 1.** Se describe la actividad con algunos detalles por medio de frases cortas. Se hace evidente la dificultad para nombrar las acciones y diferenciar explícitamente lo que será objeto de conocimiento.

La articulación de las frases se hace por medio del "entonces" y del "y", con la característica de que estos vínculos no son conectivos lógicos, solo sirven de vínculo en la sucesión lineal que constituye la frase.

Realiza atribuciones de acciones físicas, que él pueda comprobar y mostrar empíricamente, como en "*¿Dos sextos son equivalentes a cuatro novenos?* No es equivalente porque al medir  $4/9$  con  $2/6$  notamos que  $4/9$  es más grande que  $2/6$ . Entonces notamos que en la tira nos hace falta  $1/9$  para completarlo" (Jhon Alejandro Garcia).

El razonamiento no se compromete, prevalece la acción física. Por otra parte se espera siempre una orden para ejecutar, no le hacen seguimiento a la acción. Interactúan con el maestro esperando que le digan si está bien o mal, no para hablar sobre el tema, es para pedir que se le valide.

En la verbalización de la acción los verbos que más comúnmente usan son tener, hacer, coger, notar, dar, todos usados en pasado

Validación Se apoyan en la evidencia empírica, así son las cosas porque son de hecho, aunque sigue prevaleciendo la validación del otro

**Tipo 2.** La verbalización de la acción es desplegada, todavía está en el nivel rutinario. Es narración de acciones, son en sí declaraciones argumentativas que contienen elementos de prueba. Está buscando la esencialidad del concepto, su comprensión. Es explícito el interlocutor

Validación Se apoya en la evidencia empírica

**Tipo 3.** Construyen proposiciones y las justifican, aparece el texto y el discurso sobre lo que es objeto de conocimiento. En la verbalización escrita se ve lo que ya se ha ido constituyendo en forma oral; no es lo mismo decir 15, 15 años o 15 como la edad de..

Se presta atención a las relaciones que entran en juego pero no se nominan (mayor que, menor que), se comprenden sin enunciarse. La explicitación es necesaria para tomar conciencia de las relaciones y poder considerarlas como objeto de estudio.

Validación: La validez está apoyada en las reglas de la estructura lógica de los conocimientos matemáticos que maneja

**Tipo 4.** La verbalización de la acción es reducida, su contenido es descontextualizado y está en el plano de la acción mental

Está en el tránsito entre el contexto hipotético y el generalizado. Identifica las relaciones y las operaciones de la nueva estructura. Esta última se manifiesta como objeto matemático pero sólo en el aspecto semántico, enriquecido por la pragmática y elaborado por la argumentación. En el aspecto sintáctico, aún no ha elaborado suficientemente las reglas de su escritura (representación en el sistema de signos matemáticos). Por otra parte expresa un diálogo escrito fluido con el texto propuesto. No es un texto explicativo, es un texto que muestra la condensación de un pensamiento, un número de palabras significativamente menor, factores que caracterizan una tendencia hacia la predicación. El verbo ser es utilizado para mostrar la esencia del objeto de estudio

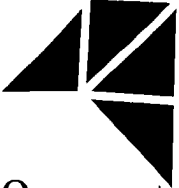
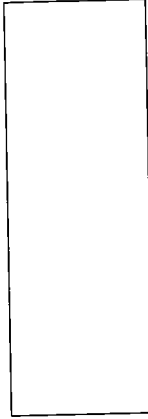
Validación: Está al nivel formal de la demostración matemática, utiliza la simbología propia de la matemática

## Conclusiones

La estrategia de verbalizar las acciones ha permitido tomar conciencia de estas, para luego volverlas objeto de reflexión y comunicación, proveyendo otras maneras de pensar, sentir, actuar y conocer en las matemáticas escolares. Ha permitido elaborar un discurso cada vez más fino, en especial, ha hecho visibles los momentos de tránsito y de traducción de una lógica de la acción material -momento material materializado del proceso- a una lógica de los conceptos -momento de verbalización de la comunicación en el proceso

La verbalización de las acciones es factor de desarrollo del lenguaje y la comunicación, permite la apropiación gradual de la carga cultural que tienen los objetos de conocimiento, en nuestro caso conocimientos matemático escolar. Por otro lado, representa y pone en el afuera el conocimiento ya que la acción debe recrearse en la forma verbal, en forma muy precisa, de manera que otros puedan interactuar y comunicarse con el hablante

Finalmente afirmamos que en el proceso de interiorización de los conocimientos matemáticos así como para la formación del pensamiento matemático, la verbalización de las acciones es una insustituible e invaluable estrategia didáctica, y desde el punto de vista del estudiante es una potente estrategia para conocer más y mejor de manera significativa (estrategia cognitiva).



## El Papel del Lenguaje en el Desarrollo del Pensamiento Matemático

**E**l lenguaje se ha convertido en un elemento básico en la ruptura con las concepciones tradicionales de la matemática, con sus formas de trabajo y sus ritos, permitiendo conocer el contexto desde el cual se habla, la lógica implícita, la manera como se apropia del conocimiento, el sentido de las interacciones personales, el proceso de interiorización de las formas de la acción y el desarrollo de la competencia comunicativa. En particular, el lenguaje ha hecho visibles los momentos de tránsito y de traducción de una lógica de la acción material a una lógica de acción verbal.

La vida del hombre está mediatizada por instrumentos y de la misma manera su actividad psicológica está mediatizada por eslabones producto de la vida social, de los cuales el más importante es el lenguaje.

El anterior presupuesto, nos conduce a la teoría de desarrollo cultural de las formas psíquicas. Para Vigotsky, todas las funciones psíquicas superiores son relaciones de orden social interiorizadas, base de la estructura social de la personalidad. Por lo tanto se puede afirmar que acceder al conocimiento en su más alto nivel de abstracción, es pasar de comportamientos naturales a superiores. Algunas de las cuales son

Pensamiento en imágenes	=>	Pensamiento en conceptos
Atención involuntaria	=>	Atención voluntaria
Memoria mecánica	=>	Memoria lógica
Dialogo	=>	lenguaje interior

El habla debe pasar de hábitos verbo – motores al habla como forma de conducta superior y compleja. Los medios externos son el idioma, la escritura, el cálculo y el dibujo.

Esta relación tiene algunas variantes según se le asigne un papel a la evolución del lenguaje en las personas y según el tipo de relación que se tenga con el conocimiento.

El lenguaje puede ser visto como *gramática*, como *instrumento del pensamiento y en relación con el desarrollo del pensamiento*. Como *gramática* sirve para codificar en el lenguaje los significados ya construidos, como instrumento del pensamiento sirve para el control del entorno, para el control de la actividad del individuo, y para buscar y planear la solución de problemas.

El *desarrollo del lenguaje en relación con el desarrollo del pensamiento* tiene tres posibilidades: la primera, en la cual se considera que la línea del desarrollo del lenguaje es independiente de la línea del desarrollo del pensamiento, la segunda en la cual se reconoce que estas dos líneas de desarrollo se funden y que el desarrollo del lenguaje sigue al desarrollo del pensamiento, a su proceso de maduración natural. Y la tercera, que el desarrollo del lenguaje no solo está a la par con el desarrollo del pensamiento sino que lo precede convirtiéndose en factor de desarrollo de este último.

Desde el punto de vista del *compromiso con el conocimiento*, el lenguaje puede mostrar tanto una *relación externa*, pasiva, de simple manipulación de estructuras superficiales, como una *relación interna*, de compromiso, activa, que se relaciona con la estructura profunda de su contexto de significado. En esta última relación siempre se está examinando que tan bien es representado el sistema semántico en evolución mediante el sistema de signos articulados.

El lenguaje tiene su razón de ser y de existir porque existe el conocimiento y porque éste conocimiento impone la necesidad de comunicarlo a otros. Conocimiento que emerge, de manera plena, de la acción consciente y se va constituyendo en sistemas semánticos que buscan su adecuada expresión a través de la sintaxis del lenguaje articulado.

Visto como instrumento, el lenguaje es un potente instrumento analítico pues hace posible analizar las representaciones (percepciones, imágenes, esquemas, estructuras conceptuales, que son formas de pensa-

miento sintético) al obligarlas pasar por el tamiz lineal del lenguaje articulado y hacer de estos pensamientos verbales objetos de acción, es decir, de reflexión. Pero también puede centrar su foco de atención sobre sus procesos de elaboración e interiorización del conocimiento, tornando el pensamiento más consciente y haciéndolo más coherente.

El siguiente cuadro muestra de manera sintética los usos y las relaciones que se generan.

LENGUAJE Y CONOCIMIENTO	GRAMÁTICA	INSTRUMENTO	LÍNEAS DE DESARROLLO
RELACIÓN EXTERNA	Codifica los Significados	<ul style="list-style-type: none"> <li>de control para sí, o para otros</li> <li>analítico con el conocimiento erudito</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Independientes</li> <li>Se funden el lenguaje, muestra el aprendizaje</li> </ul>
RELACIÓN INTERNA	<ul style="list-style-type: none"> <li>sistema de signos que representa sistemas semánticos en evolución</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>analítico con el conocimiento sabio,</li> <li>con sus procesos de conocimiento</li> <li>Se crean nuevos significados</li> <li>Se optimiza la representación</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>el desarrollo del lenguaje es desarrollo cognitivo, e inversamente</li> </ul>

Dentro de la relación lenguaje–pensamiento, nos detenemos en lo que se ha denominado Pensamiento Verbal y por lo tanto en la forma verbal de la acción.

### LA FUNCIÓN SIMBÓLICA EN EL LENGUAJE

El lenguaje tiene dos funciones esenciales: la primera es la capacidad del lenguaje de **evocar situaciones** y acontecimientos, liberando al pensamiento del espacio próximo y desbordando los límites temporales del presente; el segundo el de **insertar dichas situaciones y acontecimientos en un campo conceptual y racional** que enriquece su conocimiento.

Estos dos modos de funcionamiento de la inteligencia pueden considerarse así: el primero como el inicio de la representación mental; el segundo como esquematización representativa (redes conceptuales), con-



ductas representativas independientes del lenguaje, pero que sirven para la adquisición y ampliación de éste

El niño en su desarrollo necesita de otros sistemas de significantes constituido por toda su imaginación mental, la cual se manifiesta a través del juego simbólico, la imitación diferida y los símbolos individuales, que son fuente de representaciones individuales (a la vez cognoscitivas y afectivas)<sup>1</sup>

Existe pues, una función simbólica más amplia que el lenguaje que engloba además de las representaciones mentales (símbolos en sentido estricto), el sistema de los signos verbales (orales y escritos) Lo característico de la función simbólica es la diferenciación entre los significantes (signos y símbolos), de los significados (situaciones o acontecimientos ambos esquematizados y conceptualizados), permitiendo que los primeros puedan evocar la representación de los segundos

- Símbolos individuales, que son toda esa imaginación mental que se forma cada persona en la cual la reflexión se hace a través de imágenes, es decir, no son signos verbales. Por ejemplo, cuando el niño finge dormir, caerse o llorar para que el adulto lo alce. Los símbolos individuales que surgen en la imaginación mental, son los que dan paso a las conductas representativas, que si bien, son necesarias para la adquisición del lenguaje son independientes de él
- El lenguaje verbal, son sistemas de signos verbales, expresados en lenguaje natural. Cuando se habla, ya se está representando por medio de signos lingüísticos que son sonoros y que pueden posteriormente ser puestos en forma escrita

Es claro que aquí hay dos sistemas de representación distintos: uno, el sistema de la representación formado por el juego de imágenes y símbolos, y el otro, el sistema de signos verbales, es decir, el lenguaje que es ahora una representación que articula a otra

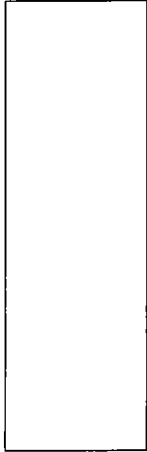
Una de las implicaciones del funcionamiento del lenguaje es que extiende el poder de las coordinaciones entre acciones articulando la representación mental, proveyendo al mismo tiempo al pensamiento, de un instrumento que en principio es de control, y luego de combinación,

de transformación y de análisis tanto de la acción como de la actividad. De esta forma el lenguaje transforma profundamente la estructura del pensamiento, al alcanzar formas de esquematización más avanzadas y una abstracción más móvil

Los niños cuando ingresan a la escuela están en una etapa de formación de las operaciones lógicas y luego comienzan a construir el sistema de la lógica proposicional, es decir, que se comienza a acceder al discurso

Los esfuerzos que hacen los niños en el Anillito, consisten en poner todo el contenido de la representación en el discurso, es decir, la esencialidad de lo que es objeto de conocimiento con la dificultad de que dicho objeto se está elaborando. Por esto, es natural que los niños procedan por sucesivas elaboraciones discursivas o retóricas, que a medida que se van afinando las funciones del lenguaje como son la nominación, la atribución, la derivación y la articulación se van convirtiendo en discurso





## La Forma de la Acción en el Contexto de las Situaciones de Aprendizaje

**U**na constante durante el desarrollo del presente trabajo de investigación ha sido la indagación sobre *el sentido de la actividad propuesta desde los maestros*, y en particular, sobre la acción como unidad de análisis de la actividad

Por *actividad* se entiende el conjunto de procesos que realizan una actitud vital y activa del sujeto hacia la realidad, un rasgo característico de esta concepción de actividad es su sentido *la actividad tiene sentido para el niño cuando el motivo y el objetivo coinciden*.

La mínima unidad de análisis de la actividad la constituye la acción, por *acción* se entiende el procedimiento por el cual se alcanza un objetivo que previamente ha sido representado de manera consciente, por otra parte, ésta es, mas que de tipo cognitivo en el sentido que se refiere a un significado abstraído de la acción física, es de carácter cognoscitivo en el sentido de un conjunto de procedimientos que el sujeto realiza para alcanzar un objetivo

La acción tiene la misma estructura de la actividad un objeto hacia el cual esta orientada, un objetivo, un motivo, un determinado juego de operaciones que la realizan y un modelo según el cual es llevada a cabo por el sujeto. La acción, como la actividad, es subjetiva, pues siempre pertenece a un sujeto concreto

De la acción se pueden hacer dos consideraciones: la primera, **en cuanto a sus partes estructurales y funcionales** –la parte orientadora, la ejecutora y la de control-, la segunda, **en cuanto al grado de formación de sus principales características** –la forma, los caracteres desplegado, generalizado y asimilado-. En el contexto del proyecto, la primera, ha permitido distinguir y modelar diferentes tipos de actividad cognoscitiva, y la segunda, ha permitido interpretar las distintas interacciones que se producen en la recreación de la acción en cada una de sus formas, sin embargo, nos detendremos en el análisis de la principal característica de la acción, la forma

### LA FORMA DE LA ACCIÓN

La característica de la acción, más importante en el camino de su transformación de externa en interna, es la forma. Por **forma de la acción** se entiende cada uno de los estados cualitativamente originales en los cuales se recrea, se orienta, se ejecuta y se controla la acción. Estas formas son básicamente: la material, la verbal externa y la mental<sup>4</sup>

En la medida que al **objeto de la acción**<sup>5</sup> se le opere en una nueva forma, su nueva representación podrá ser de naturaleza cualitativamente distinta y original, de esta manera, el objeto de la acción será recreado y transformado con las nuevas posibilidades de su presentación y de trabajo con él, lo cual se extiende también a las operaciones y a la manera de ejecutárselas.

En este contexto se puede decir que no existen acciones sin forma, ni acciones presentadas en formas indeterminadas. La forma de la acción se determina fundamentalmente por la manera en que está representado el objeto de la acción.

Por **Representación del objeto de la Acción** se entiende a su vez un objeto que contiene aquellos aspectos que constituyen propiamente el objeto de acción, cualquier objeto que pretenda sustituir una represen-

<sup>4</sup> Galperin, citado por Talizina, deja claro que su propuesta distingue tres formas fundamentales de la acción. Sin embargo, existen formas afines a las formas básicas, como la forma materializada que es afín a la material, la forma verbal externa para sí que se ubica entre la verbal externa y la mental, y la forma perceptiva que se ubica entre la material o materializada y la verbal externa (TALIZINA, N., Psicología de la Enseñanza, Editorial Progreso, Moscú 1988, pág. 60).

<sup>5</sup> Por Objeto de la Acción se entiende aquel aspecto -conjunto de propiedades, elementos y relaciones- sobre el que esta directamente orientada la acción.

tación dada debe contener el objeto de la acción que se trate, o simplemente serlo. Así, una forma de la acción define, particular y principalmente, una categoría de formas de representación de los objetos de la acción.

Cuando el sujeto puede representarse el objeto de la acción a partir de la interacción con objetos físicos puramente y depende de ello, se dice que la acción toma la forma material, si en cambio el objeto de la acción se representa verbalmente, se dice que la acción se corresponde con la forma verbal.

Cuando la acción toma la forma mental el sujeto ya no cumple la acción como práctica transformadora de objetos exteriores -ni materiales, ni verbales-, sino que ahora la acción se realiza transformando las imágenes de estos objetos. Estas imágenes mentales de los objetos y fenómenos del mundo exterior, son ahora la forma que toman las representaciones del objeto de la acción.

### LA FORMA DE LA ACCIÓN EN SITUACIONES DE APRENDIZAJE

En cuanto al uso de las formas de la acción, en situaciones de aprendizaje y colaboración social como las que enfatizan el aprendizaje o el desarrollo del pensamiento a través del trabajo en grupo y la resolución de problemas por equipos, a éstas es conveniente considerarlas en relación con el hecho de que puedan **ser manifestadas de manera interna o externa** y de que **puedan estar destinadas para otros o para sí**, a la manera de un abanico de oposiciones disponible, ante la actitud de los sujetos, para el cumplimiento de la acción independientemente de la forma utilizada.

Existe una relación dialéctica entre estas maneras de manifestación de las acciones, así como entre sus destinos, en el sentido de que, desde el punto de vista de las necesidades cognoscitivas, el niño usa estas formas de la acción en función de la significación y comprensión que le puedan aportar, de tal manera que una vez "agotada" determinada forma de la acción, el sujeto se apoyará en otras.

Así, por ejemplo, cuando el uso de una forma verbal interna se agota, el sujeto puede acudir naturalmente a la forma externa de la acción verbal, en cuyo caso el sujeto se ve impelido a hablar en voz alta, aunque este trabajando solo.

Estas **maneras en la forma de la acción** se constituyen en elementos importantes al momento de caracterizar el grado de apropiación de la acción por parte de un sujeto en una determinada forma. En cualquier caso el sujeto tiene la posibilidad de utilizar indistintamente diferentes formas de la acción sin que este hecho niegue diferentes grados de interiorización desarrollados en relación con cada una.

Así pues, para este trabajo recreamos la idea de que las formas de realización de la acción se pueden caracterizar, a su vez, como formas internas o externas, para sí o para otros<sup>6</sup>.

Esta caracterización de las acciones permite vislumbrar **un modelo de interpretación de las acciones** a través de tres aspectos: La Forma de la acción -cómo las que propone Galperin-, La Destinación que se hace de la acción -para sí o para otro- y La Manifestación de la acción -externa o internamente-

Seguramente estos aspectos pueden jugar un papel en relación con el planteamiento de la formación por etapas de las acciones mentales propuestas por Talízina, sin embargo, nos referimos solamente al uso de las formas de la acción en situaciones de aprendizaje<sup>7</sup>.

El siguiente cuadro presenta un modelo de interpretación de la acción, para analizar el juego de interacciones de los estudiantes en el desarrollo de una actividad.

Cuadro - modelo de interpretación de las acciones en el contexto de las situaciones de aprendizaje.

Para sí	EGOCENTRICO (A)	REFLEXIVO -YO CON YO- (B)
Para otros	PARTICIPATIVO (C)	REREFLEXIÓN -YO CON OTRO IMAGINADO- (D)
	Externa	Externa

<sup>6</sup> Galperin, citado nuevamente por Talízina, asegura que cualquier acción del sujeto puede ser descrita indicando el grado de formación de sus principales características (bis).

<sup>7</sup> Dado que son posibles dos miradas en relación con este tema, la primera sobre el uso de las formas de la acción y la segunda sobre la concepción de la formación de las acciones mentales por etapas, es necesario distinguir entre el grado de interiorización y la utilización de una forma de la acción.

Este modelo básicamente involucra dos aspectos: el uno, la actitud del sujeto que se configura a través de la asignación de un destino de la acción, el segundo, a la asignación de una forma de manifestación.

Las relaciones que se dan quedan representadas en la disposición de las cuatro regiones que se generan en el cuadro. Las unas, en las regiones diagonales, las otras en las filas y columnas.

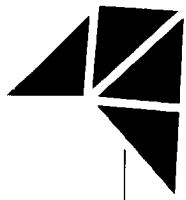
La primera, correspondiente a la diagonal A ⇔ D, se refiere a acciones que son aparentes para sí y reales para otros e inversamente, la otra, de acciones verdaderamente para otros o para sí, respectivamente.

Así, la diagonal A ⇔ D, muestra una oposición entre actitudes ya que A se refiere a acciones que son destinadas para sí aunque estas se manifiesten externamente, mientras que en D la acción no se manifiesta en el exterior a pesar de realizarse con destino al otro.

En la forma A de la acción el sujeto se ve más o menos afectado del contexto, por ejemplo si está realizando la acción y se está expuesto ante otros, puede suceder que se sienta cohibido o por el contrario que se sienta impulsado a mostrarse, ambos aspectos de carácter estratégico, pero puede suceder también que estando desinhibido actúe de manera comunicativa consigo mismo procurándose comprensión y seleccionando cursos de acción para sí.

En la forma D de la acción, puede ser destinada al otro con dos fines distintos: primero, a validar imponiendo el propio punto de vista o a queriendo eliminar el del otro, y segundo, considerando el punto de vista del otro y dejándose afectar por éste.

La diagonal C ⇔ B, se caracteriza porque las acciones son categóricas, puras, sí en C realmente la acción se realiza para el otro y en B la acción se realiza puramente para sí mismo. La acción que se presenta en esta diagonal puede cargarse de fines estratégicos o comunicativos de manera análoga a la que se da en la diagonal A ⇔ D.



## UN ANÁLISIS DE LA FORMA MATERIAL INTERNA PARA SÍ A LA VERBAL EXTERNA PARA OTRO

En el proceso de asimilación de una forma de la acción, al sujeto le es necesario orientarse tanto al contenido del objeto de la acción como a la forma misma de la acción. Es clara la forma en que en el sujeto se dinamiza para operar sobre objetos en forma verbal cuando éste implementa el uso de las funciones lingüísticas, en el caso de acciones materiales es conocida su pertinencia como punto de partida de la asimilación, gracias precisamente a la representación material concreta que aporta<sup>8</sup>

Las acciones materiales que realiza un sujeto se insertan en el juego de posibilidades que generan los objetos materiales, el sujeto ha de estar sometido al juego de condiciones que subyace a la situación material, sea que éste desarrolle cursos de acción con tanteo o con eliminación sistemática. Esto no ocurre en el caso en que los objetos se manipulan en la forma verbal, salvo que allí se haya reconstruido el sistema de relaciones en juego en la anterior situación material.

En el caso de la noción de ángulo, por ejemplo, que inicialmente es adquirida en forma dinámica realizando giros con el cuerpo, una generalización importante se obtiene pasando la acción a la forma materializada al representarse la situación con un dibujo, este dibujo aun contenga en forma natural la estructura del objeto de la acción y las condiciones para operar con ella -segmentos de recta-, si se introduce una forma simbólica de representación el sujeto puede experimentar el haberse quedado sin objeto de la acción, por el hecho de no haberse conformado plenamente el Objeto de la acción en esta forma simbólica, tarea esta de supremo cuidado.

Dado que la acción material parte de condiciones definidas por objetos materiales, el sujeto que la actúa lo hace condicionado a la lógica del material, es decir, a la lógica que los elementos y relaciones del material configuran, de modo que las posibilidades en esta forma de la acción, así como sus limitaciones, descansan en esta lógica material.

54

<sup>8</sup> Por esta razón las acciones de tipo material-perceptiva constituyen formas apropiadas para iniciar la construcción y aprehensión de cursos de acciones sistemáticos y regulares, los que más tarde se habrán de realizar en forma interna acompañadas de determinadas características y recibiendo el nombre de operaciones.

En particular, un material didáctico aunque ofrece una numerosidad de opciones, somete al sujeto que la realiza al juego de posibilidades que se desprenden de su carácter de Unidad, entendido éste como la clase potencial de todas las relaciones posibles entre partes del material dado.

En el registro de los caramelos se observa que los niños al desarrollar el problema usan una lógica que no pertenece ni a la matemática ni al material concreto, pensamos que si el proceso de solución de este problema se hubiera acompañado de la acción material, se hubiera eliminado las soluciones del tipo "se dejaron de vender 300 caramelos". Esto por que la forma verbal no reproduce de manera espontánea la lógica del objeto de la acción.

Un desempeño así es resultado de la falta de construcción de acciones materiales cuando un estudiante no ha tenido la oportunidad de pensar materialmente por sí mismo, no tiene la comprensión del significado de la acción material por cuanto no se ha intuido en el material la lógica correspondiente. En este caso se han presentado estudiantes que se cohiben de manipular el material porque sienten temor a equivocarse ya que descargan todo, al juego de posibilidades en su propio desempeño, negando el carácter de unidad de dicho juego.

Podríamos decir que en la acción material especialmente se hace posible el que un objeto se vea y se palpe y sin embargo no se le conozca en franco contraste con la confianza y familiaridad que le podamos reconocer, a diferencia, la acción en la forma simbólica-verbal -el sujeto ya no percibe el objeto-, le lleva a descubrir que ahora no tiene confianza frente al objeto y que necesita "conocerle", esto es, representarlo verbalmente recreándolo en todos sus elementos y propiedades fundamentales.

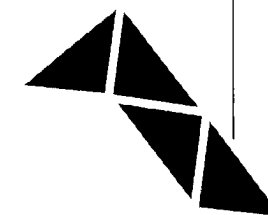
La representación en la forma material es pasiva en el sentido de que permite escoger intuitivamente el objeto material que contiene al objeto de la acción, mientras que la representación en forma verbal implica necesariamente la capacidad consciente de recrear una representación del objeto de la acción capaz de contenerlo en determinada esencialidad.

En la forma material de la acción se da el caso que el conocimiento reposa fuera del sujeto en la forma de una lógica material, esto es, en la forma de una estructura funcional atrapada en los objetos, de tal modo que cuando la acción reaparece ya no en la forma material sino en la

55

verbal, sin apoyo en el material, la lógica del material junto con el material mismo que antes sugerían el tipo de operaciones y la forma de su realización, desaparecen y entonces surge la necesidad del conocimiento teórico el cual modela y/o simula alguna parte de la estructura atrapada en los objetos materiales

En síntesis, las formas de la acción por las que circula la práctica del estudiante se dan en función de sus necesidades cognitivas, y de sus motivaciones e intereses; la práctica de éstas le permite descubrir, por ejemplo, el objeto de determinada acción, el contenido de la misma – las operaciones, sus composiciones, su carácter consecutivo, la estructura en la cual se inscriben tales secuencias-, así como ejercer un control objetivo sobre la acción misma



## La Pregunta como Acción Verbal para la Construcción de Objetos y Estructuras Verbales

**U**na de las actividades que se desarrollan en el ANILLITO es la **solución y formulación de problemas**, que se convierten en actividad una vez que los niños la asumen como tarea vital. Algunas de las estrategias que hemos utilizado para lograr su apropiación por parte de los estudiantes son

- 1 Dada una situación formularle preguntas
- 2 Dados unos datos, inventarse un problema, es decir, construirle una situación de contexto, hacerle preguntas y resolver algunas de ellas
- 3 Dado un problema corriente, se les pide que le hagan el mayor número de preguntas
- 4 Reconstruir el problema a partir de una lectura, y hacerle el mayor número de preguntas
- 5 Reconstruir un problema a partir de una secuencia de imágenes
- 6 Invención libre de problemas
- 7 Dada una situación con datos insuficientes para su solución, agregar los datos que hacen falta, hacerle preguntas y resolver algunas

Es necesario aclarar que una tarea se convierte en problema cuando cumple los siguientes requisitos

- **La apropiación de la parte orientadora de la acción** lograda a través de el reconocimiento de los datos importantes, la calidad de las preguntas que formulan y la verbalización misma del problema
- **La búsqueda activa de caminos de solución;** lleva consigo la necesidad de utilizar diversos niveles de representación acordes con su grado de comprensión y sus necesidades cognitivas
- En principio la situación abordada es neutra para el niño, pero el momento en que se le pide transformarla, agregarle datos, hacerle preguntas, construirle un contexto, **se le convierte en un reto cognitivo.**

Existe una relación muy estrecha entre la solución e invención de problemas y el desarrollo intelectual de los estudiantes. En este caso estamos de acuerdo con Alberto Lavarrere (1988) cuando afirma que, pensar es esencialmente solucionar problemas, pues estos cumplen una doble función: *Por una parte la de asimilación, fortalecimiento y comprobación de conocimientos y por otra la función educativa (cultural) y de desarrollo cognitivo*

Resolver un problema significa no solo la apropiación y transformación de lo que es objeto de estudio, sino también de las condiciones culturales para que estas operaciones, métodos y procesos mentales se desarrollen y transformen

Así, la solución de problemas transforma al alumno no solo en calidad y cantidad de conocimientos, también en la apropiación de procesos y procedimientos generales, en estrategias y maneras diferentes de entender un problema, de formas diferentes de valorar y valorarse frente a un grupo social, de la elaboración de juicios y criterios para decidir cuándo algo es un problema, todo esto configura hábitos y habilidades tanto en el plano intelectual, motivacional y afectivo, que no son otra cosa que maneras de pensar, sentir y actuar culturalmente construidas

### Categorización de las preguntas hechas por los niños en el problema del tanque

**SITUACION** Se tiene un tanque de cemento que tiene tres llaves y un desagüe. La primera llave vierte al tanque 68 litros de agua en 4 minutos, la segunda llave vierte 108 litros en 6 minutos y la tercera llave 248

litros de agua en 8 minutos, por el desagüe salen 55 litros en 5 minutos. El desagüe está cerrado y el tanque se llena en 53 minutos

Para caracterizar las preguntas tendremos en cuenta los siguientes aspectos

- **La parte orientadora de la acción.**
- **El manejo del tiempo en el contexto del problema.**
- **Las condiciones que les colocan a las preguntas.**
- **La estructura de la pregunta.**

1 *Preguntas ligadas a la globalidad del problema*, donde la parte orientadora de la acción es incompleta, esta confusa o no la entienden. Poseen estructura simple y bien construida, el tiempo y la capacidad del tanque no son importantes

- ¿Cómo se sabe que es agua?
- ¿Quién abre las tres llaves?
- ¿De qué empresa es el tanque?
- ¿De qué está hecho el tanque?
- ¿De qué color es el tanque?
- ¿Cuánto mide el tanque de cemento?
- ¿Porqué es necesario que el tanque tenga un desagüe?

2 *Preguntas que tienen respuesta en el enunciado del problema*, la parte orientadora de la acción está situada sobre los datos del enunciado, no hay manejo del tiempo, no se agregan condiciones y la estructura de la pregunta es sencilla y bien construida

- ¿Cuántas llaves tiene el tanque?
- ¿Cuántos desagües tiene el tanque?
- ¿Cuántos litros de agua salen por el desagüe?
- ¿Cuánta agua vierte la primera llave?
- ¿Cuántos litros bota de agua la segunda llave?
- ¿Cuántos litros salen de la tercera llave?

3 *Preguntas que aluden a la parte orientadora de la acción*, pero no aluden explícitamente al tiempo, se introducen nuevas condiciones, cada una revela alguna ambigüedad, estructura compuesta bien construida

- Si el desagüe y las tres llaves están abiertas, ¿cuánta agua sale en total?
- Si el desagüe y la segunda llave esta abierta, ¿cuánta agua sale en total?
- ¿Cuánta cantidad de agua se puede reciclar en el tanque?
- ¿Cuántos litros de agua hay en el tanque llenándose?
- ¿Porqué el tanque se llena en 53 minutos y no en 55 minutos?

4 *Preguntas que tienen clara la base orientadora*, el tiempo se delimita dentro de las condiciones del problema, no se necesita conocer la capacidad del tanque. Las condiciones son precisas y no se salen de la base orientadora, poseen estructura compleja

- ¿El desagüe cuánta agua vierte en una hora?
- ¿Cuántos litros de agua salen en un minuto de la primera llave?
- ¿Cuántos litros de agua salen de la tercera llave en una hora?
- ¿Cuántos litros caen entre todas las llaves y en cuanto tiempo?
- Si el desagüe esta abierto ¿Cuántos litros bota en tres minutos?

5 *Preguntas complejas* donde su solución implica el despliegue de la exploración uno a uno y el uso de la combinatoria, la capacidad del tanque se asume como conocida. Algunas preguntas incluyen condiciones nuevas

- ¿En cuántos minutos se llena el tanque si el desagüe está cerrado y las llaves están abiertas?
- ¿Cuánto se demora el tanque llenándose con una sola llave abierta y el desagüe cerrado?
- Si una llave está dañada, ¿En cuánto tiempo las otras dos pueden llenar el tanque?
- ¿Será posible que el tanque se llene si el desagüe esta abierto y las tres llaves están abiertas?
- ¿Cuántos minutos se demorará una llave en llenar el tanque?

- ¿En cuánto tiempo se llenaría el tanque con solo dos llaves abiertas y el desagüe cerrado?

El valor cognitivo de preguntarse en esta perspectiva es apropiarse del esquema de la base orientadora de la acción, prestando atención a los datos importantes, a las condiciones esenciales del problema, y a las transformaciones posibles cuando la pregunta introduce nuevas condiciones. Además, se hace evidente la necesidad de saber si la pregunta está bien hecha, lo cual lleva al niño a trazar cursos posibles de acción y a resolver parcialmente el problema. Es en síntesis toda una construcción de sentido y de transformación de la actividad en un problema para sí.

## **APOYO BIBLIOGRAFICO**

- Azcoaga, J 1983 *Del lenguaje al pensamiento verbal* Editorial El Ateneo Buenos Aires
- Brunei, J 1991 *Actos de significado* Alianza Editorial Madrid
- \_\_\_\_\_ 1988 *Acción, lenguaje y pensamiento* Editorial Gedisa Barcelona
- \_\_\_\_\_ *Realidad mental y mundos posibles* Editorial Gedisa Barcelona
- Davidov, V 1988 *La psicología evolutiva y pedagógica en la URSS* Editorial Progreso Moscú
- \_\_\_\_\_ *La enseñanza escolar y el aprendizaje psíquico* Edit Progreso Moscú
- Davis, P y Hersh, R 1988 *Experiencia matemática* Editorial Labor Barcelona
- Dickson, L y Otros 1991 *El aprendizaje de las matemáticas* Editorial Labor Barcelona
- Elkana, Y 1993 *La ciencia como sistema cultural una interpretación antropológica* Módulo de pedagogía I, U PN
- Elliot, J 1990 *La investigación acción en educación* Ediciones Morata Madrid
- Foucault, M , 1991 *Las palabras y las cosas una arqueología de las ciencias humanas* Trad cast 1968, E C Frost (Edit Siglo XXI Colombia)
- \_\_\_\_\_ *La arqueología del saber* Edit Siglo XXI Mexico
- Goetz, J Py LeCompte, M D *Etnografía y diseño cualitativo en investigación educativa* Ediciones Morata Madrid
- Halliday, M A 1982 *El lenguaje como semiótica social Una interpretación social del lenguaje y del significado* Fondo de cultura económica Mexico
- Moret, M 1983 *Lecturas de Foucault* Editorial Taurus Madrid
- Kemmis, S Y Otro 1988 *Teoría crítica de la enseñanza* Edit Martínez Roca Barcelona



- Luria, A R 1993 *Lenguaje y pensamiento* Ediciones Roca Ltda Reimpresion Bogotá Traducido al castellano por Pedro M Merino del original ruso (Ediciones dela Universidad de Moscu)
- Petrovsky, A 1990 *Psicología Evolutiva y Pedagógica* Edit Progreso Moscu
- Piaget, J , 1991 *Seis estudios de psicología* (Six études de psychologie) Trad cast J Marfá 1964 Edit Labor Barcelona
- \_\_\_\_\_ 1987 *Introducción a la epistemología genética* Ediciones Paidós México
- \_\_\_\_\_ 1986 *La formación del símbolo en el niño* Fondo de cultura económica Mexico
- \_\_\_\_\_ 1989 *La construcción de lo real en el niño* Editorial Crítica Barcelona
- Rojano, T *La matemática escolar como lenguaje Nuevas perspectivas de investigación y enseñanza* Enseñanza de las ciencias Vol 12 (1), pp 45-56 Marzo de 1994
- Schaff, A 1967 *Lenguaje y conocimiento* Editorial Crijalvo Mexico
- Talízina, N , 1988 *Psicología de la enseñanza* Traducido del ruso por Ana Clavijo Editorial Progreso Moscú
- Vicente, Maribel F 1995 *Un modelo para la formación del sistema de habilidades matemáticas en la escuela media cubana* Tesis de doctorado Santiago de Cuba
- Wertsch, J , 1990 *La voz de la racionalidad en un enfoque sociocultural de la mente en "Vigotsky y la educación Connotaciones y aplicaciones "* Traducc Al castellano de Miguel Wald Editorial Aique
- \_\_\_\_\_ 1988 *Vigotsky y la formación social de la mente* Ediciones Paidós Barcelona
- Moll, Luis C (Comp ) 1993 *Vygotsky y la educación Connotaciones y aplicaciones de la psicología sociohistórica en la educación* (Trad Cast por Wald, Miguel, 1990) Editorial Aique
- Vigotsky, Lev 1983 *Pensamiento y lenguaje Comentarios crítics de Jean Piaget* Edit La Pleyade Buenos Aires
- Wittrock, M 1989 *La investigación en la enseñanza II Métodos cualitativos y de observación* Barcelona