SERIE GUÍAS

por la Bogotá que Queremos

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS QUE REQUIEREN INFERENCIAS LÓGICAS

ALCALDIA MAYOR
SANTA FE DE BOGOTA D.C.

Secretaría
EDUCACION

por la Bogotá que Queremos

Solución de problemas que requieren inferencias lógicas

Proyecto Evaluación Competencias Básicas

Material de apoyo al trabajo de los docentes

ÁREA DE MATEMÁTICAS

ALCALDIA MAYOR
SANTA FE DE BOGOTA D.C.
Secretaría
EDUCACION

Noviembre de 1999

ENRIQUE PEÑALOSA LONDOÑO
Alcalde Mayor de Santa Fe de Bogotá

CECILIA MARÍA VÉLEZ WHITE
Secretaria de Educación Distrital

NOHEMY ARIAS OTERO
Subsecretaria Administrativa

JESÚS MEJÍA PERALTA
Subsecretario Académico

SYLVIA ESCOVAR GÓMEZ
Subsecretaria de Planeación y Finanzas

JUANA INÉS DÍAZ TAFUR
Directora de Fomento a la Calidad de la Educación

Textos de Lenguaje: Rosa Julia Guzmán Rodríguez
Textos de Matemáticas: Marina Ortiz Legarda
Integrante de la Asociación Anillo de Matemáticas
Edición: Marta Osorno Reyes
Coordinación Editorial:
Corporación para el Desarrollo de la Educación Básica
CORPOEDUCACIÓN
Diseño y Armada electrónica: Patricia Montaña Domínguez
Ilustración cubierta: Elías Taffur Miranda
Ilustración: Patricia Montaña Domínguez

Primera edición 10.000 ejemplares
Santa Fe de Bogotá, noviembre de 1999

Tabla de Contenido

Presentación

La Secretaría de Educación Distrital, en su plan sectorial para el período 1998 - 2001, se propone mejorar los resultados de la acción educativa, definidos en términos de las competencias y valores que se espera desarrollen todos los estudiantes durante su paso por las instituciones educativas.

Como parte de este propósito, realizó una evaluación censal de competencias básicas en Lenguaje y Matemáticas, aplicada a los estudiantes de tercero y quinto grados de Educación Básica del Distrito Capital, en el segundo semestre de 1998. La Universidad Nacional de Colombia tuvo a cargo la orientación académica de este proceso.

Los resultados de esta evaluación permitieron identificar algunos aspectos que requieren un mayor trabajo en las escuelas, tanto en el área de Lenguaje como en el área de Matemáticas.

El material que se presenta en esta colección de módulos aporta elementos de las dos áreas mencionadas, y tiene como propósito apoyar el trabajo de los docentes, con el ánimo de contribuir así en el mejoramiento de la educación.

Este material, está constituído por cinco módulos para el área de Lenguaje y cinco para el área de Matemáticas, que trabajan los siguientes aspectos:

- Una reflexión general sobre la temática que aborda el módulo.
- Unos aportes conceptuales que ayudan al maestro a una mejor comprensión de la situación y le dan la posibilidad de generar actividades propias en su aula.
- Unas sugerencias para trabajar con sus alumnos, que incluyen tanto la exposición de ideas, como la presentación de actividades concretas que pueden ser utilizadas directamente por los profesores con sus alumnos.
- Unas reflexiones, presentadas en forma de taller para los docentes, con el propósito de que sean compartidas en grupo, enriquezcan la discusión sobre cada tópico y generen la búsqueda de alternativas realizables en cada escuela.
- Unas sugerencias bibliográficas, para apoyar el estudio de los docentes sobre cada tema.

Las secciones presentadas en cada módulo se complementan mutuamente, y tienen la intención de aportar elementos en la construcción del discurso pedagógico necesario para sustentar las prácticas educativas particulares de cada institución escolar. Se trata además, de propuestas didácticas que pueden ser implementadas con los recursos que las instituciones educativas oficiales poseen, por lo que es de esperarse que su aplicación y seguimiento se den, en la perspectiva de mejorar los resultados que nuestros estudiantes están presentando en el momento.

Los temas desarrollados en cada uno de los módulos son los siguientes:

Lenguaje

1. Producción de textos
2. Comprensión de lectura
3. La escritura y la escuela
4. La lectura y la escuela
5. La comunicación

Matemáticas

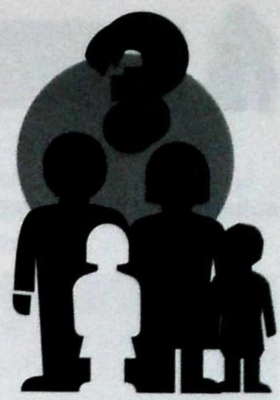
1. Manejo de códigos matemáticos
2. Sistemas de numeración con valor posicional
3. Solución de problemas con estructuras aditiva y multiplicativa
4. Solución de problemas que requieren inferencias lógicas
5. Desarrollo del pensamiento espacial y geométrico

Otro propósito de los módulos es el de someter a la consideración de los docentes una(s) forma(s) de orientar la actividad didáctica, que han dado resultados exitosos en procesos investigativos, con el fin de proporcionar otros referentes, otros puntos de vista, que enriquezcan la discusión y amplíen los horizontes de comprensión de la complejidad del acto pedagógico, pero que también contribuyan a lograr resultados de mayor calidad en las áreas de Lenguaje y de Matemáticas.

El logro del anterior propósito podrá establecerse en la medida en que ocurran, como resultado de la distribución del material, las siguientes situaciones:

- El material sea recibido efectivamente en las instituciones educativas.
- Su contenido sea objeto de lectura y análisis cuidadoso por parte de los docentes y demás integrantes de la comunidad educativa interesados en su contenido y funcionalidad.
- Los docentes decidan experimentar en las aulas, como parte del Proyecto Educativo Institucional, las propuestas didácticas contenidas en los distintos módulos.
- El proceso de experimentación esté acompañado permanentemente por el intercambio de las experiencias particulares, en reuniones de área o en consejos de maestros.
- Los grupos de docentes compartan su experiencia con colegas de otras instituciones.
- Se comience el diseño de categorías de análisis que permitan establecer si los nuevos resultados son o no de mejor calidad que los anteriores.
- Se comunique a la Secretaría de Educación algunos de los resultados obtenidos con los estudiantes, tanto en lo afectivo como en lo cognitivo.

Reflexión



Acerca de la solución de problemas que requieren de inferencias lógicas

Dentro de la literatura disponible en educación matemática existe una gran cantidad de problemas llamados "Problemas de razonamiento lógico". La actividad permanente hacia la comprensión, análisis y solución de este tipo de problemas es un medio muy útil en la búsqueda del desarrollo del pensamiento lógico en los estudiantes.

La solución de problemas de razonamiento lógico debe pasar por las etapas de lectura colectiva, discusión de los conceptos involucrados, identificación de los elementos y de las relaciones que se dan entre éstos, búsqueda de soluciones, ejecución de la solución y control de la situación.

Las soluciones requeridas en los problemas de razonamiento lógico no necesitan, en la mayoría de los casos, de operaciones aritméticas convencionales; requieren de la elaboración de procesos de clasificación, ordenación, agrupación, conversión, etc., así como del establecimiento o búsqueda de relaciones de simetría o de transitividad.

Se trata de inferir información a partir de los datos que ya se conocen, mediante el ejercicio de alguna de las operaciones lógicas mencionadas; es decir, se necesita realizar "inferencias lógicas".

El impulso al empleo de las soluciones gráficas o, por lo menos, de la representación gráfica de las condiciones dadas por el problema, brinda una importante herramienta de apoyo en el cumplimiento de la tarea de resolver problemas.

En la evaluación de competencias básicas en lenguaje y matemáticas, aplicada a los alumnos de 3° y 5° grado en noviembre de 1998, los problemas que aquí se identifican como de razonamiento lógico se ubicaron en el nivel de competencia 3, "explicación del uso de códigos", a partir de la evaluación de dos desempeños:

- Comprender y controlar la resolución de problemas con estructura aditiva y multiplicativa realizando inferencias lógicas.
- Establecer relaciones de orden o comparación.

A continuación se presenta una reflexión sobre algunas posibles formas como pudieron abordar los estudiantes la solución de dos de los problemas que puntuaron más bajo en la prueba mencionada:

a. Item 18 - Grado tercero (Escenario: campo deportivo)

Yo me llamo Marisol y con otras compañeras jugamos voleibol. Las jugadoras del otro equipo nos hicieron siete puntos, pero nosotros les hicimos el doble más uno, así que ganamos por

1	14 a 7
2	15 a 7
3	15 a 8

El porcentaje de respuestas dado por los niños fue:

Respuesta 1: 37%

Respuestas 2: 43%

Respuesta 3: 17%

A pesar de que la respuesta correcta (15 a 7) tuvo el porcentaje más alto (43%), también es cierto que la suma de los porcentajes de las respuestas 1 y 3 lo supera. Esto permite afirmar que el 54% de la población contestó en forma equivocada ya sea porque no prestó atención o porque no entendió el significado de la expresión "el doble más uno".

Posiblemente, los alumnos que optaron por la respuesta 1 (14 a 7), atendieron la información "el doble" sin tener en cuenta la información "más uno". Por su parte, los alumnos que optaron por la respuesta 3 (15 a 8), establecieron la relación "el doble menos uno" y partieron de un dato distinto, pues consideraron que el equipo contrincante había marcado 8 puntos y no 7.

b. Item 32 - Grado quinto (Escenario: paradero de flotas)

Mi mamá miró en un mapa la ruta de nuestro bus y nos dijo: pasaremos por las poblaciones de La Mesa, Anapoima y Tena. Si la distancia de Bogotá a La Mesa es mayor que la distancia de Bogotá a Tena y menor que la distancia de Bogotá a Anapoima, la ruta será:

1	La Mesa – Tena – Anapoima
2	Bogotá – Tena – Anapoima – La Mesa
3	Bogotá – Tena – La Mesa – Anapoima
4	Bogotá – Anapoima – Tena – La Mesa

Los porcentajes de respuestas fueron:

Respuesta 1: 39%

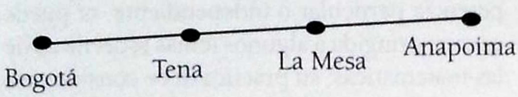
Respuestas 2: 15%

Respuesta 3: 20%

Respuesta 4: 21%

Los bajos resultados de este ítem son preocupantes; revelan la ausencia de lo que en este trabajo se ha llamado la "disposición para asumir el reto de resolver el problema". Como no se trata de un enunciado que requiera de la solución de las operaciones convencionales, es bastante probable que los alumnos sencillamente hayan desechado su solución o hayan marcado una respuesta al azar; es decir, no se plantearon una conjetura, ni trataron de acudir a un recurso de apoyo que les permitiera encontrar la solución.

Los alumnos que marcaron la respuesta correcta (número 3), corresponden solamente al 20% de la población; seguramente hicieron uso de alguna forma de representación de la relación de orden que planteaba el problema, pero además interpretaron la doble relación que aparece en el enunciado:



Este tipo de recursos no aparece en las estructuras cognitivas de los alumnos de manera espontánea; casi siempre se dan como el resultado de las actividades que realiza cotidianamente en su trabajo escolar.

Conviene entonces incluir en el trabajo de aula la solución y planteamiento de problemas de este tipo de manera sistemática y regular ya que este ejercicio beneficiará el desarrollo de los alumnos que nos han sido encomendados.

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS Y PROCESOS DE PENSAMIENTO

Los diferentes enfoques didácticos utilizados en la "solución de problemas" poseen elementos de dos maneras de concebir dicha actividad:

a. La *solución de problemas* es el punto crucial del currículo y la investigación en matemáticas.

b. La *solución de problemas* es otra de las competencias que deben desarrollar los estudiantes, además de las que se refieren al ámbito numérico, lógico y geométrico.

Sin embargo, son muchos los estudios adelantados hasta el momento, con resultados publicados, que sustentan cada vez con mayor fuerza la primera postura: la solución de problemas constituye el norte o el propósito hacia el que debe dirigirse toda la labor en educación matemática, habida cuenta de la diversidad de estructuras cognitivas y afectivas que entran en juego en el cumplimiento de esta tarea.

Dos investigadores internacionales que han incursionado en la temática de la solución de problemas son Stephen I. Brown y George Polya; aunque el acceso al texto original de sus obras puede resultar un tanto difícil, vale la pena tener en cuenta sus principales aportes -de los que se presentará aquí un brevísimo resumen- en la perspectiva de profundizar en su estudio de acuerdo con las posibilidades e interés; de las instituciones y los docentes.

Brown (1984) plantea que solucionar un problema no es en sí mismo suficiente; es decir, la actividad debe ir más allá de encontrar la respuesta a la pregunta hecha por el enunciado. Con ello, se pondría en juego la actividad heurística o capacidad para conjeturar e interpretar a partir de la respuesta obtenida, contestando por ejemplo, preguntas como las siguientes:

- ¿La respuesta está entre los valores esperados?, o ¿es muy pequeño (o muy grande) el valor numérico si se lo compara con los datos que el enunciado maneja?
- ¿Cuáles otras preguntas podrían contestarse con la respuesta obtenida?
- ¿De cuántas maneras podría comprobarse que la respuesta sí es la que se buscaba? ¿En qué consiste cada una de las formas de comprobación?

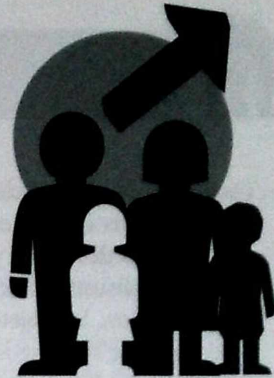
Por su parte, Polya ha insistido en que el ingrediente esencial de la solución de problemas es el *proceso*, vale decir las formas de pensamiento que se generan durante los intentos que se hagan para encontrar la respuesta, proceso que se evidencia cuando se atienden, entre otras, las siguientes cuestiones:

- Respuesta que está realmente pidiendo el problema.
- Información con la que se cuenta.
- Si la información es o no suficiente.
- Punto por el que se debe empezar; qué se debe averiguar primero.
- Aprendizajes nuevos que aportan la solución del problema.

El autor propone, para los efectos buscados, su conocida metodología constituida por cuatro pasos, a saber: comprender el problema, concebir un plan de solución, ejecutar el plan y examinar o comprobar la solución obtenida. (Polya, G. *¿Cómo plantear y resolver problemas?* Trillas. México. 1983).

Como se ve, se trata de situaciones susceptibles de aparecer en cualquiera de los ámbitos de la educación matemática, por lo que la solución de problemas no puede ser ni una competencia particular o independiente, ni puede estar restringida a algunos temas específicos de las matemáticas; su práctica debe considerarse para todos los contenidos que forman parte del currículo de las matemáticas en los diferentes niveles educativos, con lo que se avanzaría de manera significativa hacia la formación de la solución de problemas como competencia básica, de aplicación útil y necesaria en las diferentes ramas del saber, además de las que conciernen a las matemáticas.

Aporte Conceptual



Desarrollo del pensamiento lógico

La lógica ha sido definida por algunos autores como la "ciencia del razonamiento", pero no porque con ella se aprenda a pensar sino porque brinda herramientas que permiten deducir la corrección o validez de los razonamientos.

Otros autores han conceptualizado acerca de la lógica como una "teoría de la inferencia", vale decir, como una teoría de las deducciones o de las conclusiones basadas en una información previa o conocida: ese tipo de operación mental es el que se conoce como **razonar.**

El desarrollo del pensamiento lógico en la educación básica se refiere al avance en la capacidad para realizar unas operaciones que sustentan la comprensión de los sistemas en que está organizada la realidad tanto física como social, y que se expresan en el cumplimiento, entre otras, de tareas como:

- Clasificación de objetos de acuerdo con una categoría determinada (color, forma, extensión, textura, utilidad, precio, estructura, ...).

  La clasificación de objetos es una operación lógica que pone en juego esquemas mentales relacionados con la identificación de propiedades que hacen a los objetos parecidos o similares; es decir, se encuentran razones o argumentos para justificar que dos o más objetos pertenecen a la misma familia o a la misma "clase".

Por ejemplo, cuando los niños juegan con los bloques lógicos, generalmente aparece en primer lugar la tendencia natural a agrupar las fichas por formas o por colores; posteriormente, la operación se hace consciente mediante el empleo del lenguaje verbal, cuando los niños son capaces de expresar la propiedad que les motivó el agrupamiento: "los agrupé así porque tienen el mismo color" o "... porque tienen la misma forma".

El hecho de que las palabras **forma** y **color** aparezcan en el lenguaje de los niños representa una expresión de desarrollo de pensamiento lógico (teórico), porque ha habido un desprendimiento de las propiedades del objeto concreto: no se habla, por ejemplo, de objetos redondos sino de la forma de los objetos; no se habla de objetos azules, sino del **color** de los objetos.

La anterior situación puede ser empleada en el proceso didáctico como punto de partida para establecer otras **categorías lógicas**, que también permitan el agrupamiento o la clasificación de objetos; por ejemplo, el tamaño, el precio, la utilidad, el material del que están hechos los objetos, etc.

Aporte conceptual

Cuando la operación clasificar se dirige a objetos de áreas específicas del conocimiento se empieza a descubrir y a comprender la lógica de las distintas disciplinas; en el caso de la clasificación, los objetos se agrupan tomando como base sus rasgos característicos esenciales. Lo importante de la operación de clasificación es que permite hacer afirmaciones sobre las propiedades de un individuo, cuando se sabe a qué clase pertenece; por ejemplo, al descubrir que una **alondra** pertenece a la clase de las **aves**, se puede afirmar de ella, entre otras de sus propiedades, que es bípeda, ovípara y que tiene el cuerpo cubierto de plumas.

- Encuentro de diferencias y semejanzas entre dos objetos, identificando la categoría lógica correspondiente.

  En concordancia con lo expuesto en el punto anterior, se trata de superar la fase descriptiva de los objetos (por ejemplo, los objetos se diferencian en que uno es caro y el otro barato), y sustituirla por la identificación de la categoría correspondiente (los objetos se diferencian por su **precio**).

- Establecimiento de relaciones de orden en eventos de tipo numérico, espacial o temporal.

  La **ordenación** es otra operación lógica que es necesario ejercitar permanentemente en el trabajo escolar. El término orden estuvo más ligado en su origen a lo metafísico que a lo físico, pues se empleaba para referirse a uno de los atributos de las cosas creadas por Dios (los otros atributos eran forma y medida); posteriormente, apareció una concepción relacionada con el *orden del universo*, según la cual "cada cosa está en su lugar" (Ferrater Mora, *Diccionario de filosofía*, pág. 2646).

  La concepción moderna de orden incluye un proceso de cuantificación que convierte al orden en una disposición numérica o geométrica.

  En las ordenaciones espaciales entran en juego nociones referidas al tamaño (grande, pequeño) y a las jerarquías (superior, inferior). En las ordenaciones numéricas se aplica el concepto de número en su componente de cardinalidad que es el que posibilita la decisión sobre si un número es mayor o menor que otro.

- Establecimiento de formas de reversibilidad para una acción conocida; es decir, a partir de la situación final de una acción, sugerir o trazar el camino que conduzca nuevamente a la situación inicial.

- Reconocimiento de las relaciones entre conjuntos de diversa procedencia (formados por personas, por palabras, números, animales, plantas, elementos artísticos,...). Las relaciones entre los conjuntos se plantean en términos de ser disyuntos; es decir que no tienen elementos comunes, tener una parte en común uno con otro, o estar contenido uno dentro de otro.

- Identificación de las condiciones necesarias y suficientes para resolver un problema: reconocer en un enunciado las condiciones que faltan, así como las condiciones sobrantes o superfluas.

- Identificación de los elementos constitutivos de una situación–problema y las relaciones existentes entre dichos elementos.

- Encuentro de nuevas relaciones entre los elementos de la situación–problema, con las que se pueda llegar a la solución requerida.

- Reconocimiento de una o más formas de reversibilidad, que permitan sustituir la solución encontrada en las condiciones iniciales del problema, a fin de controlar la validez de la solución.

Podría decirse también que el desarrollo del pensamiento lógico tiene que ver con la capacidad para explorar situaciones, plantearse conjeturas o hipótesis, hacerles preguntas a las situaciones y tomar decisiones acerca de la forma de resolver un problema.

Es con el ejercicio de este tipo de actividades como aparece el componente de la formación en la autonomía, pues los alumnos van generando paulatinamente el convencimiento de que poseen la capacidad para emplear las matemáticas en el análisis y solución de problemas, y que sí es posible ejercer el control sobre el propio éxito o fracaso.

La reversibilidad, componente de las operaciones lógico – matemáticas

Un ámbito, quizá menos explorado, pero de fundamental importancia es el componente lógico de las estructuras matemáticas; dentro de la formación del concepto de operación se encuentra la **reversibilidad** como elemento básico de su estructura.

La reversibilidad, en un ámbito informal, puede considerarse como la capacidad para devolverse desde el punto final de una actividad hasta su punto inicial, proceso en el que debe descubrirse la nueva forma que toman las relaciones y operaciones identificadas y aplicadas en el "viaje de ida".

El desarrollo de pensamiento reversible pasa por la ejercitación permanente, por la búsqueda constante de los caminos de regreso y supone la disposición, también permanente, para emprender esa búsqueda en las situaciones en que la reversibilidad sea posible.

De acuerdo con la teoría piagetiana, la reversibilidad forma parte de las estructuras lógico–matemáticas en niños y adultos y la naturaleza de las estructuras depende del tipo de reversibilidad posible de aplicar en ellas:

- Cuando la reversibilidad se apoya en la inversión (en la adición y en la multiplicación), surgen las estructuras **algebraicas**. Así, se puede hallar un sumando desconocido, resolviendo la sustracción correspondiente:

  $x + 8 = 17 \Rightarrow x = 17 - 8$

  De igual manera, se puede conocer un factor desconocido, efectuando la división correspondiente:

  $5\,y = 20 \Rightarrow y = 20 \div 5$

- Si se trata de una reversibilidad por reciprocidad, aparecen las estructuras de orden.

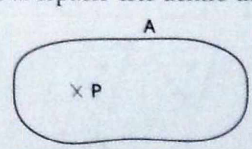
  $8 \leq 12 \Rightarrow 12 \geq 8$

  $6 < 10 \Rightarrow 10 > 6$

- A las estructuras topológicas, por su parte, les corresponde una reversibilidad que se remite a los entornos o fronteras de cuerpos y figuras. (Piaget, 1986, pág. 184).

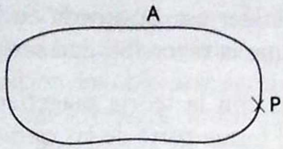
  Por ejemplo:

  Si dentro de un espacio dado se define una región **A**, puede suceder que un punto perteneciente al espacio esté dentro de la región **A**:

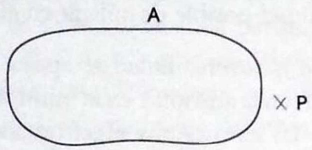


P está dentro de la región A

La reversa de esta situación puede tener dos formas:



P está en la frontera de la región A



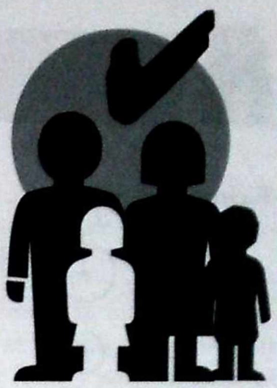
P está fuera de la región A

Esta doble forma de reversa es la que permite comprender que la región A clasifica los puntos del espacio en:

- Puntos que están dentro de la región A.
- Puntos que están fuera de la región A.
- Puntos que están en la frontera de la región A.

El tema de la reversibilidad en el desarrollo de pensamiento lógico en general, y de las estructuras lógico–matemáticas en particular, es un ámbito que ofrece muchas posibilidades didácticas y una amplia gama de opciones de formación intelectual para los alumnos, pues se trata precisamente de ampliar el horizonte de comprensión de los hechos u objetos de conocimiento. En el contenido de los distintos módulos se encuentran ejemplos de la forma como puede propiciarse el desarrollo del pensamiento reversible en los estudiantes de educación básica.

Propuesta didáctica



En el presente módulo se desarrollan tres propuestas didácticas orientadas al desarrollo del pensamiento lógico.

- Los bloques lógicos, propuesta que puede ser trabajada desde el nivel pre-escolar.
- Los diagramas lógicos, que puede comenzarse a trabajar en 4° grado.
- Solución de problemas que dan lugar a procesos lógicos y numéricos, que puede iniciarse en 2° grado, si se buscan enunciados acordes con el desarrollo e intereses de los alumnos.

I. Los bloques lógicos

Materiales:

Un juego de bloques lógicos elaborado en cartulina plana o arte, cartón paja, madera, acrílico u otro material, para cada pareja de alumnos.

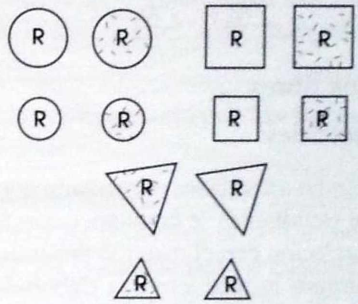
Descripción del material:

Cada juego de bloques consta de cuarenta y ocho fichas con las siguientes características:

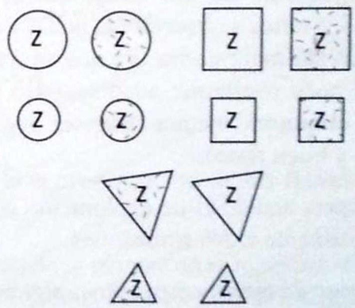
- Color: rojo, azul, verde y amarillo. Utilizaremos los siguientes códigos: rojo (R), azul (Z), verde (V) y amarillo (A).
- Forma: triangular, circular y cuadrada.
- Tamaño: grande y pequeño.
- Textura: lisa y rugosa. En reemplazo de esta categoría se puede proponer otra como grosor con los indicadores (grueso y delgado). La representación de la textura rugosa se hará con pequeñas líneas dentro de cada figura.

Representación del material:

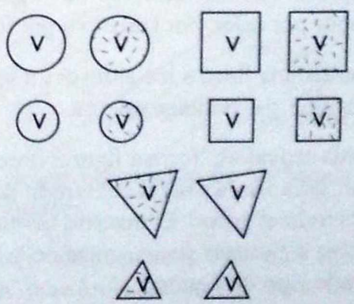
Fichas rojas:



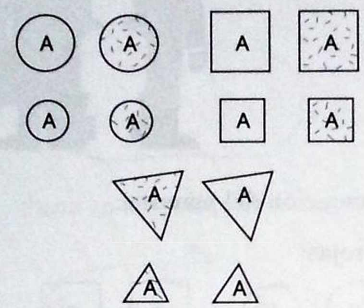
Fichas azules



Fichas verdes:



Fichas amarillas:



1. Juegos libres

Juegos Iniciales:

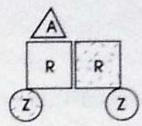
Para iniciar las actividades es necesario que cada pareja de estudiantes se familiarice con el material; la relación con el material dependerá de si los alumnos lo recibieron ya elaborado o si participaron activamente en su construcción. En cualquiera de los dos casos, vale la pena invitar a los niños a observar las fichas y a manipularlas sin maltratarlas (ya que se trata de material poco resistente; además, todo material con el que trabajemos debe ser objeto de cuidado y buen trato).

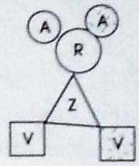
Esta primera actividad de exploración conduce generalmente a dos situaciones:

- Aparecen de manera espontánea algunas formas de clasificación de las fichas. Es bastante probable que los alumnos las organicen en grupos por color, por tamaño o por forma.
- Otra tendencia lleva a los alumnos a formar figuras libre y espontáneamente.

La segunda actividad, "formar figuras libres con las fichas" pasa ahora a ser el contenido del trabajo para todo el grupo. El maestro invita a los estudiantes a ejercitar su imaginación y a que armen todo tipo de figuras.

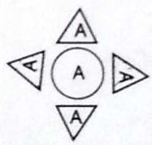
La observación sistemática de los resultados de la actividad puede llevar a establecer que la mayoría de los alumnos representan figuras rígidas y aisladas; sin un contexto.

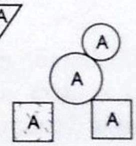


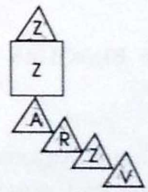


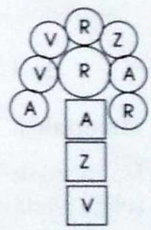
Por ejemplo, un alumno puede representar una cometa, un carrito, un pollito, un semáforo, uno al lado del otro, sin que medie entre ellos relación alguna.

Por lo tanto la orientación siguiente sería: representar personas o animales que estén realizando alguna actividad (jugando, corriendo, ...) y ubicarlas en un contexto (el parque, la casa, la calle, ...).









La decisión acerca del tipo de actividad que se le asigna a las figuras representadas, así como su ubicación en un contexto, crea las condiciones para que vaya apareciendo un cuento o una historieta en la que intervienen los personajes creados. Por lo tanto, la siguiente sugerencia propone invitar a los niños a inventarse un pequeño relato o cuento con las figuras que representaron.

La parte del proceso presentada como **juegos iniciales** puede compendiarse así:

a. Manipulación libre de las fichas.

b. Elaboración de figuras en forma libre.

c. Sugerencias para dar movimiento a las figuras representadas y ubicarlas en un contexto.

d. Creación de una historieta o un cuento cuyos personajes sean las figuras representadas.

Representación gráfica de las figuras

El paso siguiente consiste en invitar a los alumnos a representar una o varias de sus figuras sobre el papel. Dependiendo de la edad y de su grado de escolaridad, las situaciones que se presentan, entre otras, son:

a. Los niños pequeños "calcan" la figura; es decir levantan ficha por ficha y la copian en el papel siguiendo su contorno. Esta actividad debe considerarse válida, ya que constituye el punto de arranque para representaciones gráficas más elaboradas (que pueden lograrse según los elementos didácticos que se presentan más adelante).

En la acción de **calcado** pueden reconocerse elementos de desarrollo de pensamiento lógico; si el niño no emplea exactamente la misma ficha que usó en su modelo, sino que opta por otra que tenga la misma forma y tamaño, aunque tenga distintos color y textura estaría haciendo abstracción de algunas propiedades.

Los elementos de pensamiento espacial presentes en las formas de representación gráfica de las figuras tienen que ver con la posición de cada ficha y su relación con las demás, en comparación con el modelo original.

b. Otros niños optan desde el primer momento por representaciones a escala de su figura; en dicha forma de representación están presentes elementos de proporcionalidad que deben ser tema de discusión para todo el grupo.

A continuación se presentan algunas ideas sobre la forma como se puede orientar el proceso representativo.

Observación importante: El nombre asignado a cada uno de los elementos de los bloques lógicos debe ser el de **ficha** y **no** el de cuadrado, triángulo o círculo. Es decir, en los bloques lógicos no hay objetos que sean (o se denominen) cuadrados, triángulos o círculos, sino objetos que se denominan fichas, que pueden ser, según la forma, cuadradas, triangulares o circulares.

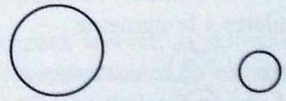
Para la representación de las fichas cuadradas

Se logra un acuerdo sobre la relación entre las grandes y las pequeñas; se puede concluir entonces que el lado de la ficha cuadrada pequeña es aproximadamente la mitad del lado de la ficha grande.

Grande Pequeña

Para la representación de las fichas circulares

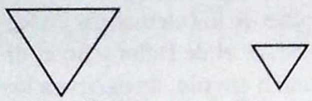
El acuerdo se plantea en el siguiente sentido: el diámetro de la ficha circular pequeña es la mitad del diámetro de la ficha grande.



Grande Pequeña

Para la representación de las fichas triangulares

Los lados de la ficha grande y de la ficha pequeña están en la relación de 2 a 1. Es decir, el lado de la ficha triangular grande puede tomarse de la misma medida que el diámetro de la ficha circular grande y el de la ficha triangular pequeña del diámetro de la ficha circular pequeña.



Grande Pequeña

El **rigor matemático** que se le dé a este tipo de consideraciones de tipo geométrico, debe estar acorde con la edad y el grado de escolaridad de los estudiantes.

Una forma de reversibilidad del proceso

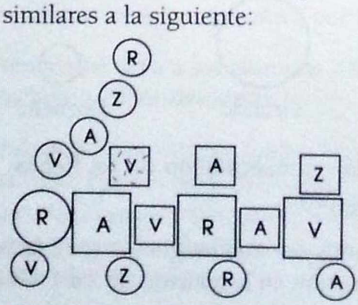
Hasta el momento la actividad se ha cumplido en dos niveles de representación:

- Representación de figuras con el empleo directo de las fichas.
- Representación gráfica de las figuras.

Esta doble dimensión de la actividad da origen a una forma de aplicación del proceso de reversibilidad. Así, se les puede proponer a los alumnos la acción en la vía contraria, es decir, a partir de representaciones gráficas de figuras, elaborar figuras con las fichas, teniendo en cuenta sus características respecto a la forma, el color, el tamaño y la textura.

Ejemplo:

Elaborar con las fichas de los bloques lógicos figuras similares a la siguiente:



La acción de construir figuras a partir de modelos da lugar al manejo de dos tipos de relaciones entre el modelo propuesto y el que cada alumno logra con sus fichas:

a. Relaciones de tipo espacial, porque interviene la decisión acerca de la posición de cada ficha en relación con el modelo y con las demás fichas.

b. Relaciones de tipo lógico, ya que es necesario establecer la correspondencia en cuanto a color, forma, tamaño y textura entre la ficha que el modelo presenta y la que se selecciona.

2. Juegos de clasificación

La familiarización que se ha logrado hasta el momento con las características de las fichas permite avanzar en el proceso de formalización y se pueden proponer actividades como las siguientes:

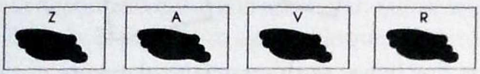
- Invitar a los alumnos a formar con las fichas grupos o montones del mismo **color.**

- Elaborar, para cada grupo de fichas, una tarjeta que contenga la información sobre la característica común de las fichas del grupo. (cada tarjeta puede ser del tamaño convencional de una tarjeta de presentación: 8 cm × 6 cm). Para la categoría **color**, generalmente se propone colorear la tarjeta con el tono correspondiente o dibujar sobre ella una mancha del color respectivo.

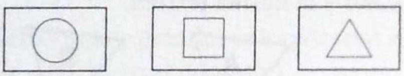
- Proceder de manera similar con las demás características de las fichas: formar con las fichas grupos o montones que tengan la misma **forma**, grupos o montones de fichas que se parezcan en el **tamaño;** grupos o montones de fichas que sean similares en su **textura.** En todos los casos, se llega a un acuerdo acerca de un símbolo (un dibujo, una señal) que identifique la propiedad común de los grupos de fichas.

Las tarjetas que se obtienen de esta manera son un recurso muy importante para la comprensión de las relaciones lógicas posteriores. El siguiente es un **ejemplo** de las tarjetas que pueden resultar de la actividad descrita:

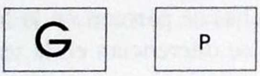
Color:



Forma:

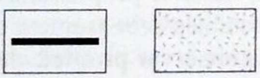


Tamaño:



grande pequeño

Textura:



liso rugoso

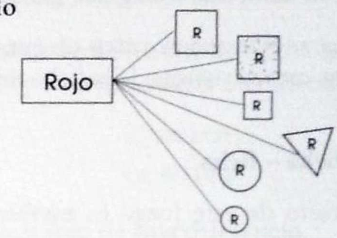
Con las tarjetas elaboradas por los mismos alumnos y con las fichas de los bloques lógicos se organizan una serie de actividades que propician la comprensión de los elementos básicos de la clasificación.

Juegos tarjeta - ficha

- El maestro presenta una tarjeta cualquiera, preferiblemente de la categoría **color** y solicita a los alumnos que presenten **una** ficha que tenga a esa propiedad.
- ¿Es la única ficha que se puede presentar?
- ¿Es posible presentar otra?
- ¿Cuántas en total se podrían presentar?

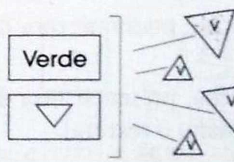
Al proceder de esta manera con todas las tarjetas, se da la posibilidad de que aparezcan elementos conceptuales relacionados con las nociones de variable y relación, puesto que la tarjeta jugaría el papel de una *x* que tomaría, en el universo de los bloques lógicos, distintos valores. Se permiten así todas las sustituciones posibles y se establece la relación tarjeta–ficha que puede ser registrada por los alumnos en sus cuadernos, en las diversas modalidades.

Ejemplo



El juego tarjeta–ficha continúa de manera parecida, pero ahora se presentan dos tarjetas (de categorías diferentes) y se responde con una ficha que tenga las dos propiedades. De igual manera se procede con tres y cuatro tarjetas.

Ejemplo

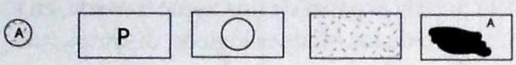


Juegos ficha – tarjeta

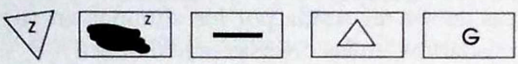
El proceso para reversar la actividad anterior apunta al reconocimiento de las cuatro propiedades de cada una de las fichas de los bloques lógicos.

En esta oportunidad, el maestro o un alumno presenta al grupo **una ficha**, para que el resto del grupo seleccione las **cuatro tarjetas**, correspondientes a las cuatro propiedades o características de la ficha. Se configura así un proceso de identificación de cada una de las fichas.

Ejemplos:



Ficha pequeña, circular, rugosa, amarilla



Ficha azul, lisa, triangular, grande

Conviene anotar que el orden en que se describan las características de la ficha no es importante.

Juegos ficha – ficha

El propósito de este juego es establecer, de acuerdo con sus propiedades, semejanzas y diferencias entre las fichas; esta habilidad es uno de los mecanismos básicos del pensamiento lógico:

Modalidades que puede presentar el juego:

- Dada una ficha, presentar su gemela.
- Dada una ficha, presentar otra de diferente color.
- Dada una ficha, presentar otra de diferente forma (o tamaño o textura).

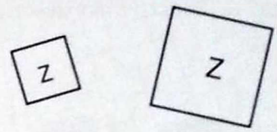
Ante esta situación, los alumnos proceden generalmente de dos maneras:

1. Presentan otra ficha cambiándole únicamente el color, es decir, conservando las demás propiedades.
2. Presentan otra ficha cambiando el color y por lo menos otra de las propiedades.

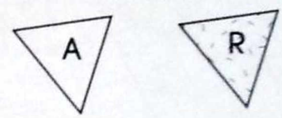
La circunstancia anterior sirve de base para clarificar el sentido que tiene el juego de semejanzas y diferencias en los bloques lógicos: se trata de presentar una ficha que tenga una **única** diferencia (o una **única** semejanza) en relación con la ficha original.

El juego se plantea posteriormente con la modalidad de cambiar dos características (por ejemplo, color y forma, o forma y tamaño, o color y textura), después tres y después cuatro.

Ejemplos:



Las dos fichas se diferencian solamente por el tamaño, porque tienen la misma forma, el mismo color y la misma textura.



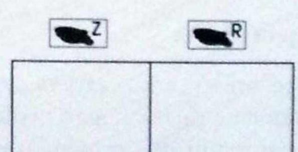
Las dos fichas se parecen en la forma y en el tamaño, y se diferencian en la textura y en el color.

El juego de **cambiar propiedades** al comparar dos fichas también debe asumirse desde la perspectiva de **conservar propiedades**.

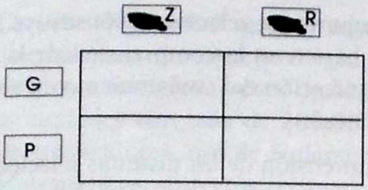
Cajas de doble entrada

- En este juego se solicita a los estudiantes que organicen (o clasifiquen) las fichas de acuerdo con un esquema dado.

Ejemplo:



- A continuación se les pide que vuelvan a organizar las fichas que quedaron en cada grupo, de acuerdo con un **nuevo esquema:**



La descripción de la localización de las fichas da lugar a la ejercitación de la lateralidad, o del empleo, inclusive, de los signos cardinales para la respectiva ubicación espacial. Uno u otro ejercicio dependerá del grado escolar en que se esté aplicando la propuesta de los bloques lógicos:

- Las fichas azules y pequeñas quedaron ubicadas abajo a la izquierda (o al sudoeste).
- Las fichas rojas y grandes se localizaron arriba a la derecha (o al nordeste).

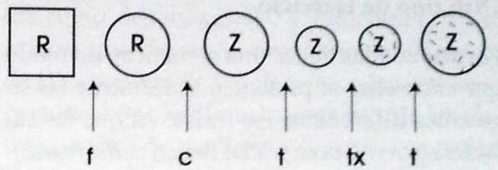
Las cajas de doble entrada se pueden ir agrandando según los intereses y desarrollo de los alumnos.

3. Juegos de diferencias y semejanzas

A partir del esquema conceptual que se ejercitó en los juegos ficha–ficha, el juego de diferencias y semejanzas puede ser orientado de la siguiente manera:

- Formar una serie de fichas (dándole, por ejemplo, la forma de una serpiente) de modo que cada ficha tenga color diferente a la siguiente, sin hacer referencia a las demás características. De esta manera, en el ejercicio pueden aparecer fichas contiguas que además de diferenciarse en el color, tengan también distinta forma o tamaño o textura.
- Formar serpientes de manera que cada ficha se diferencie de la siguiente solamente en **una** característica (la que el alumno seleccione).
- Elaborar la secuencia de fichas de una sola diferencia y luego comunicar otros integrantes del grupo cuál fue la característica seleccionada en cada caso.

Para el registro de la actividad, puede presentarse una sugerencia como la siguiente:

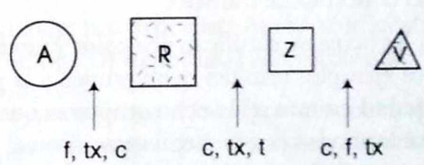


Las flechas colocadas entre las fichas indican la **única** diferencia que se está considerando:

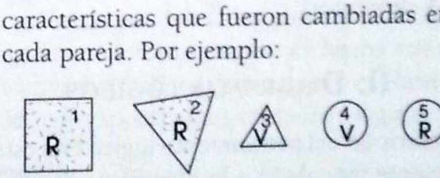
f: forma t: tamaño
c: color tx: textura

Juegos con más de una diferencia

- El proceso continúa con la elaboración de secuencias de fichas, de manera que entre cada ficha y la siguiente se presenten dos, tres y cuatro diferencias, respectivamente. El siguiente es un ejemplo de serpiente de tres diferencias:



- Como consecuencia de la actividad los alumnos pueden realizar el ejercicio de reversa. Dada la secuencia de fichas, identificar las características que fueron cambiadas entre cada pareja. Por ejemplo:



La 1ª y la 2ª fichas se diferencian en ...
La 2ª y la 3ª fichas se diferencian en ...

La 3ª y la 4ª fichas se diferencian en ...

Todas las actividades presentadas en relación con la identificación de **diferencias**, pueden ser realizadas para la identificación de **semejanzas**.

Otro tipo de ejercicio

Formar con las fichas una secuencia, de modo que entre ellas se presenten únicamente las siguientes **diferencias** (se insiste en que las características no nombradas deben conservarse):

Entre 1ª y 2ª: c
Entre 2ª y 3ª: f
Entre 3ª y 4ª: c y t,...

Los **bloques lógicos** también son una herramienta valiosa para afianzar el concepto de número.

- Cuando las fichas se clasifican, por ejemplo, según el color, una **propiedad común** que puede identificarse en los cuatro grupos que se forman, es que los cuatro están formados por **12** elementos; es decir, 12 es la propiedad común a los cuatro grupos y aparece la noción que constituye el fundamento lógico del concepto de número.
- Si las fichas se clasifican por color y tamaño, por ejemplo, resultan ocho grupos y la **propiedad común** a los ocho grupos es que están formados por 6 elementos.
- ¿Cómo habría que clasificar las fichas para que la propiedad común sea tener **4** elementos? ¿Para que sea **1** elemento? ¿Para que sea **24** elementos?

II. Diagramas lógicos

El desarrollo del pensamiento lógico está estrechamente vinculado a la identificación de las relaciones entre los conjuntos: el esquema lógico que se suscita al analizar la manera como dos conjuntos se relacionan constituye un elemento básico en la comprensión de la **lógica** de organización del conocimiento en sus diferentes áreas.

La comprensión de las distintas relaciones entre dos conjuntos, según las cuales pueden ser disyuntos (sin elementos comunes), intersecantes (con algunos elementos comunes), o estar uno contenido dentro del otro (todos los elementos de uno pertenecen también al otro), contribuye a la formación de **estructuras de pensamiento**, en las que adquiere significado el intento por aprehender la lógica de las ciencias humanas, las ciencias naturales, o las artes.

En este sentido, y teniendo en cuenta las relaciones entre lenguaje común y lenguaje formal, así como las limitaciones de los lenguajes formales, se presenta a continuación una forma de trabajar con los estudiantes el aspecto del conocimiento como un **sistema organizado de información.** El grado escolar en que se aplique y su nivel de complejidad dependen del desarrollo conceptual de los estudiantes, en lo que tiene que ver con relaciones y operaciones entre conjuntos, temática en la que también son útiles las fichas de los **bloques lógicos**.

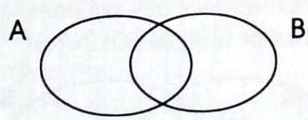
Sobre relaciones entre clases de conjuntos

Se asume la expresión **conjunto** como la agrupación de elementos que comparten una misma naturaleza, un mismo ser o esencia. No se trata de conjuntos descritos en la forma tradicional (por comprensión o por extensión), sino por medio de palabras o expresiones que recogen la propiedad esencial de elementos u objetos pertenecientes a las distintas áreas del conocimiento (se trata más bien de lo que llama B. Russell los "conceptos – clase"). (Russell, *Los principios de la Matemática*, pág. 123. Espasa-Calpe. Madrid. 1983). Por ejemplo:

- En **Ciencias Naturales:** seres vivos, animales domésticos, arbustos, cítricos, …
- En **Ciencias Sociales**: países de habla hispana, ciudades con más de 200.000 habitantes, trabajadores, ríos de Sudamérica, …
- En **Matemáticas:** números racionales, cuadriláteros, polígonos, números primos, …
- En **Español**: verbos, oraciones, palabras trisílabas, obras literarias, novelas, ...

La propuesta de trabajo se inicia con el manejo de dos conjuntos, para seguir posteriormente con tres o cuatro conjuntos; con ello se pretende lograr una representación en diagrama conjuntista y expresar en el lenguaje común la correspondiente relación, empleando **los cuantificadores existencial y universal**, así como sus negaciones.

Por ejemplo: los conjuntos palabras agudas (A) y sustantivos (S) se relacionan entre sí como se muestra en la gráfica:



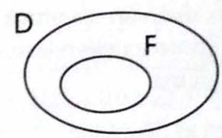
La decisión sobre el tipo de diagramas, lo mismo que la expresión de las relaciones entre los correspondientes conjuntos, se logra después de una reflexión orientada.

De los conjuntos A y S podemos decir que son intersecantes porque:

- Algunos sustantivos son palabras agudas.
- Algunas palabras agudas son sustantivos.
- Sin embargo, no todos los sustantivos son palabras agudas, ni todas las palabras agudas son sustantivos.

Esta presentación de razones es un comienzo importante para el desarrollo de la capacidad de argumentación y permite avanzar hacia los acuerdos, por cuanto se dan situaciones, especialmente del conocimiento común, en las que las personas manejan concepciones o puntos de vista diferentes.

Por ejemplo, cuando se proponen dos conjuntos como deportistas (D) y futbolistas (F), se origina una discusión muy interesante acerca de la naturaleza de los elementos (en este caso personas) que conforman cada una de las clases; ¿se trata de hombres y mujeres que tienen el deporte como actividad fundamental en sus vidas?, ¿se trata de futbolistas profesionales?, ¿o son personas que eventualmente o por pura afición practican deportes, particularmente el fútbol? Logrado el acuerdo, el grupo propone el diagrama correspondiente:



El conjunto F (futbolistas) está contenido en el conjunto D (deportistas), porque:

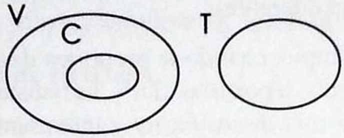
- Todo futbolista es deportista.
- Pero algunos deportistas no son futbolistas o no todos los deportistas son futbolistas.

En los casos en que no se logra un acuerdo previo, las soluciones propuestas son distintas y se puede dar el caso en que los dos conjuntos se presenten como intersecantes.

El manejo de tres conjuntos permite una mayor gama de posibilidades para ejercitar la **argumentación** y para avanzar en forma más significativa hacia la comprensión y explicación de las correspondientes relaciones lógicas.

Ejemplo

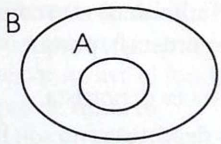
Las relaciones entre los elementos a los que correspondan uno o más de los atributos ser animal cuadrúpedo (C), ser animal vertebrado (V), o ser vegetal (T), dan lugar a proposiciones de tres formas:



– **Todo** animal cuadrúpedo es vertebrado. (Universal Afirmativa).
– **Ningún** animal vertebrado es vegetal. (Universal Negativa).
– **Algunos** animales vertebrados no son cuadrúpedos. (Particular Negativa).

Se logra una mayor comprensión de estas situaciones cuando se realizan ejercicios en el sentido inverso: dado un diagrama conjuntista, determinar conjuntos cuyas relaciones concuerden con el diagrama.

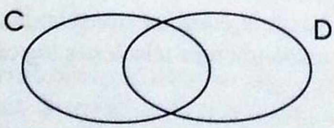
Por ejemplo, en el diagrama



se pueden dar, entre otras, las siguientes situaciones:

– En **español** (A) representar a los adjetivos y (B) a las palabras.
– En **matemáticas** (A) representar a los cuadriláteros y (B) a los polígonos.

O en el diagrama



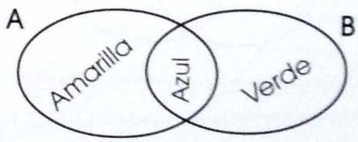
se pueden dar, entre otras, las siguientes situaciones:

– En **matemáticas** (C) representar a los números pares y (D) a los números primos.
– En **ciencias naturales** (C) representar a los animales mamíferos y (D) a los animales domésticos.

Lectura de diagramas

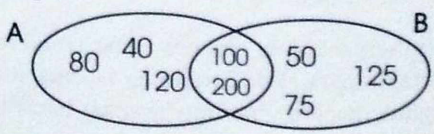
Aunque en el trabajo descrito hasta aquí el lenguaje juega un papel importante, en la decisión sobre el tipo de relación que existe entre los conjuntos en la actividad denominada **lectura de diagramas** se hace un énfasis aún mayor con el fin de que la acción, al ser expresada en forma verbal tenga un valor pleno. Además, se logra que en la **palabra** como forma externa de pensamiento se hagan evidentes las contradicciones o inconsistencias que antes no eran conscientes.

Por ejemplo, en el siguiente diagrama, correspondiente a (A) múltiplos de 20 y (B) múltiplos de 25, se determinan tres regiones, que pueden ser leídas de la siguiente forma:



– Región amarilla: múltiplos de 20 que no son múltiplos de 25.
– Región azul: números que son a la vez múltiplos de 20 y múltiplos de 25.
– Región verde: múltiplos de 25 que no son múltiplos de 20.

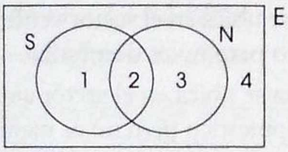
Además, también es posible colocar algunos elementos pertenecientes a cada región; por ejemplo:



Cuando se presentan inconsistencias lógicas, la lectura del diagrama permite que aparezcan las aclaraciones, tal como se puede ver en el siguiente ejemplo:

Estudiantes (E)
Estudiantes de séptimo grado (S)
Estudiantes de noveno grado (N)

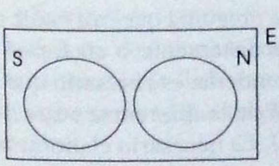
Si el diagrama propuesto es, por ejemplo,



Al orientar la lectura se identifica la contradicción:

- Región uno: estudiantes de séptimo grado que no son estudiantes de noveno grado. (¿Es necesario hacer esa aclaración?)
- Región dos: estudiantes de séptimo grado que también son estudiantes de noveno. (¿Es ello posible en nuestro colegio o en nuestro sistema educativo?).
- Región tres: estudiantes de noveno grado que no son estudiantes de séptimo grado. (Interrogantes similares a los anteriores).
- Región cuatro: estudiantes que no están ni en séptimo ni en noveno grado. (Afirmación que tiene sentido ya que en la región cuatro estarían los estudiantes de los demás grados).

La reflexión anterior conduce a la aclaración pertinente: los conjuntos S y N son disyuntos, porque ningún estudiante de séptimo grado puede estar en noveno grado o viceversa. Se propone entonces otro diagrama, así:



Vale la pena destacar que el hecho de realizar el trabajo basándose en propiedades esenciales, en vez de hacerlo con conjuntos formados por un determinado número de elementos, le otorga una **dimensión espacial** diferente a los diagramas lógicos, ya que se trata de relacionar regiones entre sí y no puntos con regiones; es decir, se trata de manejar un espacio que no es discreto sino continuo, por lo que aparece una mirada sintética, más totalizante, sobre el problema de las relaciones entre conjuntos; de esta manera se supera el enfoque preferiblemente analítico que se le ha dado tradicionalmente al trabajo con los conjuntos.

En resumen, la estrategia didáctica de los diagramas lógicos se desarrolla a través del siguiente proceso:

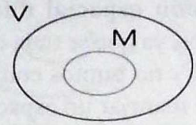
1. Selección de dos (o más) conjuntos que tengan entre sí algún tipo de afinidad.
2. Establecimiento de acuerdos, hasta donde sea posible, sobre el **significado** o el contenido de cada uno de los conjuntos.
3. Toma de decisión sobre el tipo de diagrama que el grupo considere más conveniente o más representativo; a partir del tipo de relaciones lógicas que se logren establecer.
4. Justificación de esta propuesta empleando las formas argumentativas que se hayan acordado:

Todos … son …,
Algunos … son …,
Ningún … es …,

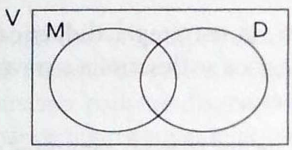
Ejemplo:

Animales vertebrados (V)
Animales mamíferos (M)
Animales domésticos (D)

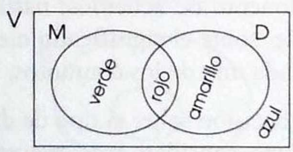
a. El conjunto M está contenido en el conjunto V, porque **todos** los animales mamíferos son vertebrados, pero no todos los animales vertebrados son mamíferos.



b. Los conjuntos M y D son intersecantes porque algunos animales domésticos son mamíferos; además, el conjunto D también está contenido en el conjunto V porque **todos** los animales domésticos son vertebrados.



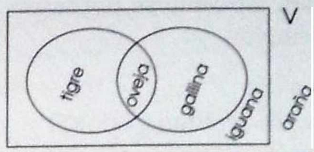
Lectura del diagrama y ejemplos:



- En el sector **rojo** están los animales mamíferos y domésticos. Por ejemplo, el gato.
- En el sector **verde** están los animales mamíferos que no son domésticos. Por ejemplo, la jirafa
- En el sector **amarillo** se ubican los animales domésticos que no son mamíferos. Por ejemplo, la paloma.
- En el sector **azul** van los animales vertebrados que no son ni domésticos ni mamíferos.

Ubicar en el diagrama los elementos

Ante la tarea de ubicar elementos dados como oveja, gallina, araña, tigre e iguana puede quedar el siguiente esquema, acompañado de sus justificaciones.



- La **araña** se ubica fuera del conjunto V, porque es invertebrado.
- El **tigre** se ubica en el sector verde porque es mamífero pero no es doméstico.
- La **gallina** se ubica en el sector amarillo porque es doméstico pero no es mamífero.
- La **oveja** se ubica en el sector rojo porque es mamífero y además doméstico.
- La **iguana** se ubica en el sector azul porque es vertebrado, pero no es mamífero, ni doméstico.

III. Solución de problemas que dan lugar a procesos lógicos y numéricos

A manera de ejemplo, se presentan a continuación algunos problemas que requieren inferencias lógicas, con la sugerencia de abordar el análisis de otros enunciados, que puedan a su vez ser útiles para la formación de los estudiantes en la disposición y capacidad de resolver problemas.

Ejemplo 1

¿Cuántas cifras, en total, son necesarias para escribir los números de 1 a 30?

Esta es una pregunta que casi nadie puede contestar inmediatamente o en forma mecánica. (Para responderla, es necesario que haya claridad previa de la diferencia entre dígito, cifra y número). Es necesario elaborar un proceso que puede ir desde escribir efectivamente los números de 1 a 30, y luego contar las cifras, hasta hacer la cuenta de acuerdo con el número de cifras de los números que hay entre 1 y 30.

- Entre 1 y 9 hay 9 números de una cifra cada uno, entonces es necesario escribir 9 cifras.
- Entre 10 y 30 hay 21 números de 2 cifras cada uno, por lo tanto es necesario escribir un total de 21 × 2 = 42 cifras.
- 9 cifras + 42 cifras = 51 cifras:

La respuesta a la pregunta sería: para escribir los números de 1 a 30 son necesarias 51 cifras.

Ejemplo 2

Una persona necesita exactamente 4 litros de agua para emplearlos en una mezcla. ¿Cómo puede retirarlos de la alberca, si para ello cuenta solamente con dos recipientes, uno de 5 litros de capacidad y el otro de 3 litros, los cuales no tienen ninguna marca?

En este tipo de problemas, que se prestan para una dramatización de la situación, el proceso de solución debe construirse a través de los aportes y la discusión del grupo de alumnos.

Propuesta de solución:

- Se llena el recipiente de 5 litros.
- Se vierte su contenido en el recipiente de 3 litros; en el de 5 quedan 2 litros.
- Se desocupa en la alberca el recipiente de 3 litros.
- Se pasan los 2 litros que quedaron en el recipiente de 5 litros, al de 3.
- Se vuelve a llenar el recipiente de 5 litros.
- Como al recipiente de 3 litros le hace falta un litro de agua para estar lleno, se vierte este litro del recipiente de 5, que en el momento está lleno.
- En el recipiente de 5 litros quedan 4 litros de agua.

Si se comienza llenando el recipiente de 3 litros la solución puede hallarse de otra manera; además, la respuesta puede darse en forma gráfica y la descripción escrita que se consigne en los cuadernos es conveniente que sea elaborada por el grupo.

Ejemplo 3

De un montón de seis monedas de igual apariencia se sabe que una pesa menos que las otras. ¿Cómo puede identificarse la moneda diferente, empleando solamente dos veces una balanza de dos brazos?

La lectura cuidadosa del enunciado permite establecer los acuerdos acerca de las condiciones que el problema plantea, a saber:

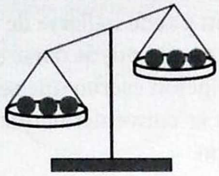
1. Cinco monedas tienen el mismo peso; la sexta pesa menos.
2. La moneda que pesa menos debe ser identificada mediante el empleo de la balanza; otros métodos podrían servir para verificar lo que se obtuvo al emplear la balanza.
3. La balanza puede emplearse dos veces.

Los acuerdos son básicos para el encuentro de la solución ya que por medio de ellos se unifican los patrones de búsqueda; de no existir dichos acuerdos, cada persona o grupo de personas iniciaría una búsqueda distinta.

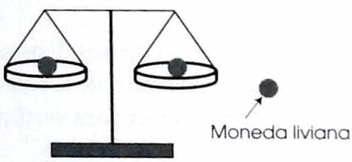
Para este problema hay por lo menos dos formas de solución.

Una forma de solución:

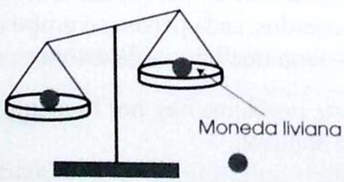
- Se colocan tres monedas en cada uno de los brazos de la balanza; como hay una moneda que pesa menos, la balanza debe quedar desequilibrada. (primer uso de la balanza). Una primera conclusión: la moneda que se busca no está entre las tres que quedaron en el brazo que bajó.



- De las tres monedas que quedaron en el brazo que subió, que es donde está la moneda liviana, se toman dos monedas al azar.
- Las dos monedas seleccionadas se colocan una en cada brazo de la balanza. (segunda vez que se usa la balanza). Con la realización de esta actividad se dan dos posibilidades:
  – Primera posibilidad: la balanza queda equilibrada, entonces la moneda más liviana es la no seleccionada.



  – Segunda posibilidad: la balanza quedó desequilibrada, entonces la moneda liviana quedó en el brazo que subió.

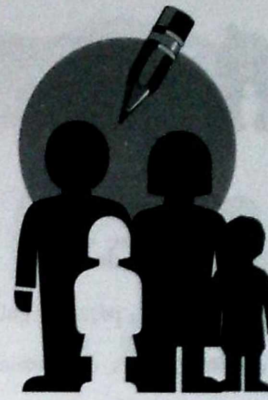


La segunda forma de hallar la solución se puede conseguir comenzando a pesar cuatro monedas que se toman al azar (dos en cada plato).

Observaciones

Acerca de la forma como se orienta la solución de problemas que requieren inferencias lógicas, es conveniente tener en cuenta las siguientes consideraciones:

1. La selección de los problemas se debe realizar teniendo en cuenta el grado de escolaridad de los alumnos y su experiencia cultural.
2. En la medida de lo posible, se debe tener en cuenta que el mundo escolar cuenta con recursos que pueden y deben entrar a formar parte de la experiencia de vida de los alumnos. Es el caso del empleo de la balanza y, en general, de las situaciones que son hipotéticas, porque son creadas con el fin de procurar el desarrollo del pensamiento y de la imaginación.
3. Los procesos de solución deben ser construidos en forma colectiva por el grupo, previa la elaboración de acuerdos sobre las condiciones reales del problema.
4. El registro de la solución en los cuadernos, en forma verbal o gráfica, debe ser la que el grupo está en capacidad de elaborar. En ningún caso debe ser el que el maestro dicte, el que el alumno copie de otro compañero.
5. Los ejemplos resueltos que aquí se presentan son muestras de elaboraciones que se pueden lograr con los alumnos. Sin embargo, la experiencia ha mostrado que en muchos casos los niveles de elaboración que los estudiantes logran son inclusive superiores.
6. El aporte fundamental que se busca con el trabajo presentado es el convencimiento de la necesidad de permitir en los alumnos, mediante las propuestas pedagógicas, el ejercicio permanente de su facultad de pensar.



PENSANDO CON OTROS

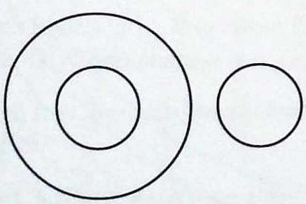
- Resuelvan conjuntamente el siguiente taller, tratando de seguir los pasos propuestos en la didáctica.

  1. Seleccionar el diagrama que parezca el más adecuado.
  2. Argumentar la selección hecha.
  3. Realizar la lectura del diagrama.
  4. Proponer algunos ejemplos.

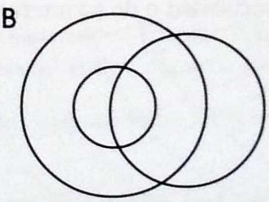
- Seleccionen, para cada grupo de conjuntos dados, el diagrama que mejor los represente. Escriban la letra dentro del paréntesis.

Diagramas posibles para escoger:

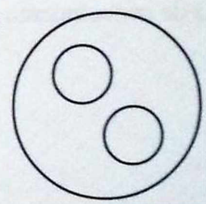
A



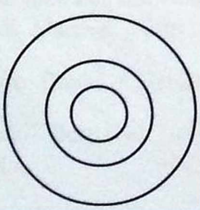
B



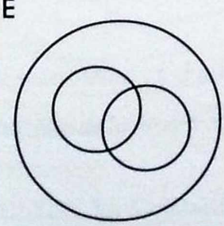
C



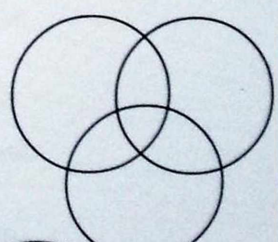
D



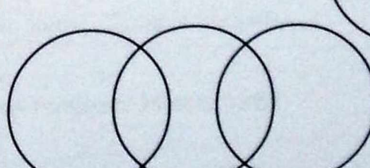
E



F



G



Conjuntos dados

1. Canarios, pájaros, gatos (   )
2. Bogotanos, colombianos, americanos (   )
3. Mujeres, arquitectos, personas de ojos azules (   )
4. Libros, periódicos, materiales impresos (   )
5. Colombianos, científicos, personas (   )
6. Músicos, artistas, aficionados a la natación (   )
7. Triángulos, cuadriláteros, polígonos (   )
8. Ranas, anfibios, caballos (   )
9. Números impares, primos, Naturales (   )
10. Adultos, adolecentes, artistas (   )

- Ejerciten una forma de reversibilidad: propongan otros tres conjuntos que se relacionen entre sí de acuerdo con cada uno de los diagramas A, B, C, D, E, F y G. Cada docente puede hacerlo desde la perspectiva del área de conocimiento, de su especialidad o de su interés.

Para saber más

Copi , Irving; Cohen, Carl. *Introducción a la lógica.* Limusa. México D.F. 1997.

Chomsky, N. *Aspectos de la teoría de la sintaxis.* Aguilar. Madrid. 1976.

De Gortari, Elí. *Lógica general.* Grijalbo. México. 1965.

Dienes Z.P.; Golding, E. *Lógica y juegos lógicos.* Teide S.A. Barcelona. 1972.

García M., Eduardo. *Lecciones preliminares de Filosofía.* Ediciones Universal. Santa Fe de Bogotá. 1995.

Krings, Hermann y otros. *Conceptos fundamentales de Filosofía.* Herder. Madrid. 1977.

Morris Robert (ed.). *Estudios en Educación matemática.* Unesco. París. Vol.4. Polya, G. *¿Cómo plantear y resover problemas?* Trillas. México. 1983

Piaget, Jean. *Introducción a la Epistemología Genética.* Tomo I. Paidós. México. 1987.

Piaget, Jean. *Observaciones sobre la educación matemática.* En *La enseñanza de las matemáticas modernas.* Selección de Jesús Hernández. Alianza Editorial. Madrid. 1986.

Pimm, David. *El lenguaje matemático en el aula.* Morata. Madrid. 1990.

Russell, Bertrand. *Los principios de la Matemática.* Espasa – Calpe. Madrid. 1983.

Tarski, Alfred. *Lógica simbólica.* En Colección Sigma. Tomo V. Grijalbo. 1985.

Talizina, N. *Psicología de la enseñanza.* Editorial Progreso. Moscú. 1988.

En esta serie se han publicado los siguientes títulos:

Área del lenguaje

1. Producción de textos
2. Comprensión de lectura
3. La escritura y la escuela
4. La lectura y la escuela
5. La comunicación

Matemáticas

1. Manejo de códigos matemáticos
2. Sistemas de numeración con valor posicional
3. Solución de problemas con estructuras aditiva y multiplicativa
4. Solución de problemas que requieren inferencias lógicas
5. Desarrollo del pensamiento espacial y geométrico