INVESTIGACION EDUCATIVA
Y DESARROLLO PEDAGOGICO

INFORME ACADÉMICO FINAL

PROYECTO: Innovación Curricular en Precálculo y Tecnología para los grados décimo y undécimo.

INSTITUCIÓN: Centro Educativo Distrital Miguel Antonio Caro (Jornada Mañana)

CONTRATO: 111 de 2000

El presente informe académico, dirigido a docentes e investigadores, da cuenta de todas las fases de desarrollo de la innovación y de los aportes significativos de la misma. La innovación está orientada a mejorar las prácticas de enseñanza de los docentes del área de matemáticas y los aprendizajes de los/las estudiantes de décimo y undécimo, a través del uso de calculadoras graficadoras.

EQUIPO INNOVADOR: Verónica Tocasuche M. (Directora del proyecto)
Jacqueline Cruz H.
Martha López G.

INSTITUCIÓN ESCOLAR: Centro Educativo Distrital Miguel Antonio Caro J. M.

ASESOR: Edgar Alberto Guacaneme S.
INSTITUCIÓN: Universidad de los Andes – "una empresa docente"

INTERVENTOR: Aurelio Usón J.
INSTITUCIÓN: IDEP

Bogotá, Noviembre de 2001

BOGOTÁ PARA VIVIR todos del mismo lado

INVESTIGACION EDUCATIVA Y DESARROLLO PEDAGOGICO

ALCALDIA MAYOR SANTA FE DE BOGOTA D.C.

TABLA DE CONTENIDOS

1. IDENTIFICACIÓN

Institución:	Centro Educativo Distrital Miguel, Antonio Caro
Dirección:	Transversal 92A # 81–01
Teléfonos:	2277530 – 4345482
Jornadas:	Mañana
Sector:	Quirigua
Número de estudiantes:	360 alumnos de grado décimo y undécimo
Localidad:	10ª - Engativá
Niveles educativos:	Educación Básica Secundaria y Media
Nombre del Rector:	Gladys Sofía Martínez Beltrán

Responsables de la experiencia institución escolar:
Verónica Tocasuche (Directora del proyecto), Jacqueline Cruz y Martha López.

Responsable de la asesoría "una empresa docente":
Edgar Alberto Guacaneme

Responsable de la experiencia IDEP:
Aurelio Usón

Fecha de realización: 15/01/2001 – 15/12/2001

Página web proyecto:
http://ued.uniandes.edu.co/servidor/ued/proyectos/icep2/Pagina Webinicial/htm

Correo electrónico de contacto:
verosalo@col1.telecom.com.co

Palabras claves: Innovación, Precálculo, Funciones, Funciones polinómicas, Función exponencial, Función logarítmica, Funciones trigonométricas, Calculadoras, Tecnología.

2. CARACTERIZACIÓN

2.1. JUSTIFICACIÓN

A continuación hacemos una descripción detallada de algunos antecedentes que justifican el proyecto; particularmente reseñaremos el proyecto ICEP, algunos aspectos personales, y el uso de la tecnología.

2.1.1. Proyecto ICEP

El proyecto de Innovación Curricular para la Enseñanza del Precálculo (ICEP) se desarrolló el año 2000 con los/las estudiantes del grado 10°. A través de éste se pretendía hacer de la enseñanza y el aprendizaje, un proceso dinámico en el cual los/las estudiantes se sintieran interesados en hacer uso apropiado de la calculadora graficadora en el desarrollo de conceptos y en el proceso de resolución de problemas partiendo de una visión funcional.

Al iniciar el desarrollo del proyecto ICEP vivimos algunos inconvenientes. Un primer inconveniente se dio por la aparición de una nueva metodología. En efecto, la mayoría de los/las estudiantes estaban acostumbrados a la clase tradicional en donde el maestro explicaba un tema, desarrollaba unos ejercicios que servían de modelo para que ellos/ellas hicieran otros similares de tarea; esto chocaba con una metodología, que implicaba el trabajo con talleres, la participación en equipos de trabajo en donde cada integrante —apoyado con la calculadora graficadora— debía hacer aportes y llegar a unas conclusiones, socializar en una plenaria sus elaboraciones, etc. Otro inconveniente se dio por las dificultades en la integración entre los/las estudiantes que provienen de los colegios de convenio (es decir, instituciones diferentes al CED Miguel Antonio Caro) y los/las estudiantes del Miguel Antonio Caro.

A medida que el proyecto fue avanzando fueron superándose estas dificultades. Ya en el segundo semestre de 2000, la mayoría de los/las estudiantes se mostraron entusiasmados, se notó un cambio de actitud hacia la clase, había gran participación; poco a poco se fue logrando que hicieran las descripciones y justificaciones de cada proceso. Se notó entonces gran colaboración y participación en cada uno de los equipos de trabajo, pues los/las estudiantes se dieron cuenta que se puede aprender descubriendo por sí mismos las reglas matemáticas.

Con el transcurso del proyecto ICEP, los maestros nos dimos cuenta de sus bondades y, por ende, de la necesidad de continuarlo en el grado 10° y de extender la experiencia al grado 11°, consolidando así el proceso de implementación de nuevas metodologías, y de mejora del aprendizaje de los/las estudiantes.

Para continuar el proceso de innovación, era indispensable buscar apoyo financiero para poder mejorar las condiciones de infraestructura del proyecto; también debíamos contar con un apoyo académico y pensamos en el acompañamiento de "una empresa docente"[1]. La Convocatoria pública 04 de 2000 del IDEP, nos ofrecía una oportunidad de suplir tales necesidades y en respuesta a ella, presentamos al IDEP nuestra propuesta de innovación; después de haber sido aprobada nos dimos a la tarea de darle marcha al proyecto al que se refiere este documento.

[1] Hace varios años los maestros estamos vinculados con dicha institución y sentimos que hemos recibido aportes valiosos para nuestro quehacer pedagógico.

2.1.2. Personales

Los maestros de la institución nos caracterizamos por estar abiertos al cambio, a la búsqueda de nuevas estrategias que mejoren la actitud de los/las estudiantes hacia las matemáticas, y a cualificar nuestra formación profesional.

Consecuentes con estas características hemos participado en diferentes eventos y estudios, lo cual ha influido poderosamente en nuestra formación; a partir de éstos hemos hecho cambios en la manera de orientar la clase de matemáticas, hemos reconocido que en lo que hacemos cometemos equivocaciones, hemos sentido la necesidad de seguir preparándonos para desempeñar de manera satisfactoria nuestro papel como maestras de matemáticas, y hemos participado en varias ponencias[2].

Particularmente, nuestra experiencia en el proyecto en el año 2000 nos ha permitido: sentir la necesidad de continuar innovando, ser conscientes de que estamos en un proceso de cambio y que éste debe continuar, afrontar las dificultades que aún no se han superado, y reconocer que los resultados se dan a largo plazo.

[2] "Incidencia de las matemáticas en la formación de estudiantes en cuanto a valores, actitudes, habilidades y hábitos" Reunión anual Club EMA: RACE 3 "una empresa docente", U. Andes.1998 (Jaqueline Cruz – Verónica Tocasuche), "Familias de funciones lineales (grados 8 y 11°), RACE 4. "una empresa docente", U. Andes (Jaqueline Cruz – Verónica Tocasuche), "Innovación Curricular para la Enseñanza del Precálculo en la Educación Media, (Verónica Tocasuche), Encuentro Nacional de Maestros, evento organizado en Corferias por A.C.A.C. 11 de Octubre de 2001, participación como Co – investigadoras (Jaqueline Cruz – Verónica Tocasuche) "LA CUESTIÓN CUADRÁTICA. Los mapas conceptuales como sistemas de representación y análisis didáctico. "Una empresa docente" U. Andes. Formación en Educación Matemática, a través de un PFPD, participación en foros institucionales y locales, Asistencia al RELME 12 en la Universidad Nacional de Colombia. Participación en el proyecto "Innovación Curricular para la enseñanza del precálculo y Tecnología para la Educación Media" del 22 de Octubre de 1999 a Diciembre de 2000 (Jaqueline Cruz – Verónica Tocasuche – Martha López).

Adicionalmente, hemos podido lograr una mejor comprensión de ideas como: "las matemáticas están inmersas en parte de la realidad y la reorganizan; están en los intereses económicos, culturales y políticos. Las matemáticas son un *constructo social,* que a pesar de ser formal, es capaz de hacerle algo a la realidad" (Skovsmose, 1997 p. 202). Así, creemos que el propósito de las matemáticas debe ser el de capacitar a los estudiantes para que —apoyados en la tecnología— puedan descubrir, comprender los conceptos y aplicarlos en situaciones que sean significativas para su vida privada, social y profesional.

2.1.3. El uso de la tecnología en las matemáticas escolares

Hemos tenido varias experiencias en las que hemos implementado la tecnología en el aula de clase; así, ha surgido un convencimiento de los posibles beneficios del empleo de la tecnología con fines educativos y en particular en la enseñanza y el aprendizaje del precálculo. A través de estas experiencias se percibe que la utilización de las calculadoras graficadoras ha permitido hacer más ágil el trabajo, y ha facilitado que los estudiantes establezcan conexiones entre los diversos sistemas de representación y que hagan análisis, realicen comparaciones, planteen conjeturas y formulen argumentaciones.

En dos de los módulos del PFPD "Esquema de desarrollo y formación profesional para docentes de matemáticas"[3], tuvimos la oportunidad de trabajar con la tecnología y de descubrir algunas de las facilidades y potencialidades de ésta para el proceso educativo. Conocimos el programa "Cabri–Geometry" el cual nos pareció dinámico y útil para trabajar con los/las estudiantes; en el marco de este PFPD, diseñamos algunas actividades y las implementamos con un grupo de

[3] Programa asesorado por los investigadores de "una empresa docente", en los años 1997 y 1998.

estudiantes en el colegio, quienes trabajaron con entusiasmo y quedaron fascinados del software.

Viendo la imposibilidad de trabajar con los/las estudiantes en la sala de informática teníamos la expectativa de, en un tiempo no muy lejano, contar la tecnología portátil para nuestras clases; esto fue posible al finalizar el año 2000 por medio de un contrato de préstamo de calculadoras, firmado con "una empresa docente". Con estas calculadoras, nosotros —al igual que los/las estudiantes— aprendimos su manejo para explorar situaciones problemáticas de las matemáticas; además, advertimos que; el trabajo en el aula, apoyado con la tecnología, resultó interesante y —sobre todo— la actitud de los estudiantes nos motivó a continuar con el proyecto en el grado 10° y a implementarlo en el grado 11° en este año 2001.

2.2. POBLACIÓN ESCOLAR BENEFICIADA

2.2.1 Estudiantes

La innovación está dirigida a cinco grupos de grado 10° y a cuatro grupos de grado 11°, teniendo una cobertura de aproximadamente 360 estudiantes.

Los grupos de estudiantes de grado 10° están constituidos por estudiantes que vienen desde el grado sexto en la institución y por estudiantes que vienen de otros colegios de convenio, lo cual genera dificultades de integración. Cada uno de los grupos es bastante heterogéneo; la mayoría de estudiantes vienen acostumbrados a un esquema de clase tradicional, por tanto su actitud es de pasividad y se observa que no les llama la atención el desarrollo de los talleres a pesar de tener el apoyo de la calculadora; otros estudiantes están acostumbrados ya al trabajo en equipo y asumen una mejor actitud frente a la innovación.

Los/las estudiantes del grado 11°, formaron parte del proceso de innovación promovido por el proyecto ICEP, por tanto ya han participado de la nueva metodología del trabajo de clase, han tenido la experiencia de que el trabajo debe ser colaborativo, sienten el entusiasmo por aprender más sobre el manejo técnico de la calculadora, descubren que la calculadora no sólo apoya el trabajo de funciones sino tiene aplicaciones en estadística y otros temas complejos de la matemática. Esas experiencias los llevan a aprovechar al máximo el trabajo de la clase.

Por lo anterior podemos afirmar que el proceso de cambio en el grado 10° presenta mayor dificultad y por tanto es más lento que en el grado 11°. En 10° algunos estudiantes asumen el trabajo activo del desarrollo de talleres a partir del segundo trimestre y en el tercero, la mayoría se da cuenta de la importancia del trabajo colaborativo y además de la ayuda de la calculadora graficadora para comprender, comparar y analizar el comportamiento de las funciones así poder resolver diferentes situaciones dentro de un contexto.

2.2.2. Docentes

En la institución desde hace algún tiempo se tiene el deseo de hacer innovaciones metodológicas a partir del uso de la tecnología; este deseo no sólo se ha manifestado en la mayoría de los profesores del área de matemáticas sino que también ha sido expresado por colegas de otras áreas. Afortunadamente, las condiciones de infraestructura han ido mejorando para que la posibilidad de realización de tal deseo aumenten.

La institución, a raíz del Premio Compartir otorgado a Jaqueline Cruz en el año 2000, fue beneficiada con diez millones de pesos, dinero que se destinó a la compra de 10 calculadoras graficadoras TI–92, un viewscreen y tres sensores.

Como consecuencia de esta adquisición, varios maestros de diversas áreas y jornadas se interesaron en participar en algunos talleres que un asesor de la Texas Instruments estuvo realizando en la institución al comienzo del año. A partir de estos talleres, los otros dos maestros de matemáticas se mostraron muy interesados en conocer el manejo de la calculadora como herramienta de apoyo para la enseñanza y aprendizaje.

Al iniciar el desarrollo del proyecto eramos cuatro los maestros integrantes del proyecto de innovación curricular, tres profesoras con la experiencia del año anterior en el grado 10° (a través del proyecto ICEP) y un profesor que quiso formar parte del equipo innovador; sin embargo, el profesor no participó totalmente de las actividades del proyecto. Todas nos hemos caracterizado por prepararnos para poder brindar lo mejor a nuestros estudiantes, participamos en encuentros académicos —especialmente de tecnología y educación matemática— para aprender e implementar actividades nuevas en el aula de clase.

A partir del proyecto de innovación, objeto de este informe, un profesor de matemáticas de la jornada de la tarde estuvo muy interesado en que la directora del proyecto pudiera hacer un taller sobre el manejo de la calculadora graficadora a algunos estudiantes de esa jornada, pero no fue posible por falta de tiempo, pues los compromisos que se adquieren al formar parte de un proyecto son de gran responsabilidad y de tiempo completo.

Dialogando con los compañeros de matemáticas hemos considerado que para el año próximo podamos implementar algunos talleres producidos en la innovación en el grado noveno y de pronto en el grado octavo, ya que hemos considerado que los/las estudiantes deben construir el conocimiento y qué bien que lo hagan apoyados en la tecnología.

2.3. METODOLOGÍA

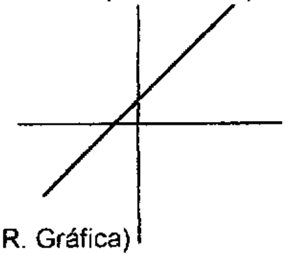
El enfoque metodológico que prima en el desarrollo de las diferentes acciones y de las clases, parte del tipo de actividades que el maestro propone. Es decir, la planeación del aprendizaje por parte del maestro debe ir enfocada hacia lo que los "estudiantes van a hacer" y no a lo que el "profesor va a hacer", de tal manera que las situaciones problema que el maestro proponga, conlleven a diversas preguntas de análisis para que los/las estudiantes —mediante el trabajo en equipo—, puedan conjeturar, argumentar y proponer sus propias soluciones. Luego, el maestro retoma las diferentes ideas y soluciones propuestas por los grupos y a través de diferentes preguntas va guiando este proceso de construcción social del conocimiento matemático. Es muy importante, que el maestro retome "todas" las soluciones que presentan los estudiantes, tanto las "acertadas" como las "erradas" ya que sobre éstas últimas, debe indagar con los estudiantes sobre el por qué del error, lo que permite reforzar o adquirir nuevos conocimientos. En este sentido, los estudiantes van comprendiendo que todo lo que ellos proponen es importante ya que sus planteamientos pueden provenir de un análisis acertado o equivocado, lo que indica que no hay soluciones únicas, ni verdades absolutas y que el "error" también forma parte del proceso en la construcción de nuevos conocimientos cuando este es reconocido, experimentado y corregido.

El maestro debe hacer énfasis valorando las matemáticas en los procesos de resolución de problemas, razonamiento, comunicación y de las conexiones entre los diferentes sistemas de representación que existen dentro de las matemáticas como son: el verbal, el tabular, el simbólico, el gráfico y el geométrico. Es decir, se debe valorar la capacidad de los estudiantes para aplicar lo que saben en la resolución de problemas, la capacidad de utilizar el lenguaje matemático de manera coherente y pertinente para comunicar ideas, haciendo uso del razonamiento y el análisis.

Hoy en día existen muchos software matemáticos que han sido incorporados a las calculadoras. La característica esencial de estos es que permiten ver y manipular los objetos matemáticos. En el diseño de currículo de precálculo para el grado décimo que realizamos en el año 2000, con la asesoría de "una empresa docente", centramos varios de los objetivos de aprendizaje en la capacidad de los estudiantes para reconocer un objeto matemático en sus diferentes representaciones.

La calculadora graficadora TI-83 permite visualizar un mismo objeto en tres representaciones diferentes. Para ilustrar este hecho damos el siguiente ejemplo: se introduce en la calculadora la función lineal y = x + 1 (que es una representación simbólica de una función de gráfica lineal), en otra ventana de la calculadora podemos ver una representación gráfica de esa función y pasando a otra, podemos ver una representación numérica de la misma (una tabla de valores).

y= x+1 (R. Simbólica)



(R. Gráfica)

x	y
-2	-1
-1.5	-5
-1	0
-.5	.5
0	1
1	2
2	3

(R. Tabular)

Pantalla dividida en la calculadora TI 83.

Este es un hecho muy potente desde el punto de vista cognitivo ya que el estudiante puede verificar diferentes características de la función mirándola en sus diferentes representaciones. Por otro lado, cuando se está dentro de una representación particular, se puede variar la configuración de la ventana para ver la función de otra manera en la misma representación. Se pueden observar entonces comportamientos que mirándola de una forma no se ven. Por ejemplo en el modo de graficación se pueden variar las escalas de los ejes para ver la función de diferentes maneras: más cerca, más lejos. Con lápiz y papel no podemos lograr este tipo de conocimiento de la función lineal en lo gráfico. Lo que tradicionalmente se hace es que los/las estudiantes realizan una gráfica en una escala que varía de 10 (o 20) a 10 (o 20) a través de unos valores conocidos de la función. El aprendizaje se centra en la capacidad del estudiante para dibujar una gráfica y no en la capacidad de ver las características de una función particular.

En cuanto al ***enfoque metodológico***, generalmente se partía de la exposición por parte del maestro, de los principales conceptos teóricos, pasando luego a relacionarlos con la solución de algunos ejercicios y/o problemas que se explicaban a manera de ejemplos. Se hacía énfasis más en los procedimientos o algoritmos que se debían tener en cuenta para solucionar un ejercicio, que en la profundidad del concepto matemático. También el maestro una vez que había visto un determinado tema y había resuelto algunos ejercicios, generalmente ponía en la clase diversos ejercicios para que los alumnos los trabajaran en grupo. Algunas guías eran propuestas directamente por el maestro, pero en su mayoría eran sacadas de algún texto de grado décimo, de editoriales como Norma, Voluntad, Prentice Hall y Pime. También se dejaba ejercicios para resolver en la casa, los cuáles en su mayoría eran resueltos por el profesor posteriormente en el tablero, con el fin de que los estudiantes aclararan dudas y corrigieran en su cuaderno.

2.3.1. IMPLEMENTACIÓN DE LA EXPERIENCIA

Los docentes innovadores implementamos la experiencia de innovación, queriendo brindar a los/las estudiantes una nueva metodología, en la cual ellos/ellas se dan cuenta de que todos tienen habilidades , pueden participar y sus ideas son válidas; por eso sienten gusto por la clase, pueden "verificar" sus respuestas, y así encuentren sentido al estudio de las matemáticas.

Las contribuciones de las calculadoras graficadoras van más allá de las ideas relacionadas con los contenidos, los/las estudiantes pueden explorar y resolver problemas numérica y gráficamente, usando varias representaciones; pueden pensar recursivamente y construir, sin necesidad de recurrir a aprenderse de memoria fórmulas preestablecidas.

"La tecnología nos está forzando a reevaluar no sólo qué temas enseñamos sino en qué orden los enseñamos, qué enfoque seguimos al introducir un tema y finalmente, cómo evaluamos la comprensión de los estudiantes"[5]. Hemos considerado que las matemáticas no está basada en realizar ejercicios fuera de contexto y lo único que hacen es aburrir a los/las estudiantes y por esa razón hemos cambiado la metodología de la clase, en la cual la participación de cada estudiante en el desarrollo de los talleres es fundamental, todos/todas aportan sus ideas, sus puntos de vista y se genera la discusión para luego sacar conclusiones.
Los talleres son diseñados por los maestros innovadores, para su diseño se hace un estudio previo, estableciendo qué se quiere lograr con el desarrollo del taller, qué dificultades pueden encontrar los estudiantes y cómo las pueden abordar, en qué momento del taller van a hacer uso de la calculadora graficadora, etc. La implementación de la experiencia, exige compromiso y dedicación por parte de los maestros.

El diseño de talleres implica cambios en el currículo[6] (plan de estudio), cambios en la forma de evaluar y lo fundamental el cambio de actitud del maestro frente a la visión de las matemáticas que precisamente genera el cambio de actitud de los/las estudiantes frente a la clase de matemáticas.

Las actividades durante el desarrollo del proyecto estuvieron apoyadas por el estudio dedicado documentos de educación matemática, por la asistencia a los talleres de formación orientados por los asesores, por la permanente comunicación entre los maestros innovadores de las otras dos instituciones, por las socializaciones hechas en diferentes eventos pedagógicos a nivel institucional, local y nacional[7]. La experiencia hizo grandes aportes a la vida personal y profesional de los maestros.

2.3.1.1. La actividad central (diseño, implementación y evaluación de talleres)

La forma como el profesor se comporta en el salón de clase es la expresión de las creencias y de los conocimientos que él tiene acerca del tema de estudio, de las metas de la educación, de la forma como los estudiantes aprenden y de la forma como se debe enseñar y utilizar la tecnología entre otros (Ernest, 1989; Thompson, 1984). Es por eso que el maestro debe buscar oportunidades para vivir experiencias que le permitan cuestionarse y reflexionar sobre su práctica, lo cual le puede generar cambios en la manera de interactuar con sus estudiantes en el

[5] P. Gómez & B. WAITS (EDS). Papel de las calculadoras en el salón de clase. Pag.171

[6] En el numeral 2.3.1.2.1 del presente documento se encuentran los cambios que se implementaron en el plan de estudios de los grados 10° y 11°

[7] Los maestros innovadores y estudiantes beneficiados por la experiencia, participaron en diversos encuentros pedagógicos, organizados por la institución, la localidad décima y la Asociación Colombiana del Avance de la Ciencia.

proceso de construcción del conocimiento haciendo uso de la tecnología y como consecuencia lograr mejorar su formación matemática y didáctica.

La actividad central de la innovación está dada por el diseño de talleres, para implementarlos en el trabajo con los estudiantes y poder observar la manera como los desarrollan y el uso que le dan a la calculadora viendo que los datos que esta herramienta proporciona son valiosos para la construcción de modelos matemáticos. Los talleres generan oportunidades de discusión entre los mismos estudiantes o entre estos y el maestro; aún más, las actividades pueden facilitar conexiones intercurriculares entre las matemáticas y las ciencias además de proporcionar un medio para el desarrollo de conceptos en los estudiantes y demostrar aplicaciones prácticas de las matemáticas.

En los anexos presentamos 4 de los talleres (ver anexos, 1. taller: variación de triángulos isósceles con igual perímetro. p.55 , 2. taller: Funciones afines en una situación cotidiana. p. 59, 3.taller: "reproducción de células". p.61, 4. taller: Aplicación de la función exponencial "monto e interés compuesto". p. 67) diseñados por el equipo de maestros innovadores e implementados en el trabajo de aula con los/las estudiantes y algunos de los resultados de los mismos. Es de resaltar que cada uno de los talleres lleva un análisis didáctico. El 5. taller. " Los relojes" (Anexo, p.71) fue tomado de uno de los documentos de estudio (Tiempo para la geometría), traducido y facilitado por grupo asesor.

2.3.1.2. Las actividades que apoyan la actividad central

Entre las actividades que apoyan la innovación describimos las más importantes como son: *Cambios en el currículo (en el plan de estudios, en la metodología y en la manera de evaluar), lectura y estudio de artículos de Educación Matemática, la asistencia a los talleres de formación orientados por los asesores de "una empresa* *docente", permanente comunicación por correo electrónico, socializaciones por parte de los maestros y estudiantes.*

2.3.1.2.1. Cambios en el currículo

En primera instancia se partió de un análisis muy reflexivo, sobre las dificultades que primaban en la mayoría de los estudiantes, al abordar los conceptos de *función*. Teniendo en cuenta que las funciones trigonométricas, tienen aún un grado de dificultad mayor que por ejemplo la función lineal, afín, o cuadrática. Se vio entonces la necesidad de profundizar más en estos conceptos, es decir, ir mucho más allá de la simple definición de *función*, y de la elaboración de unas pocas gráficas. Para ello, se debía entonces trabajar diversidad de situaciones que los conllevaran a comprender por ejemplo, que la variación de las entradas (*Dominio*) implican una variación de las salidas (*Rango*), que éstas variaciones las podemos analizar tanto gráficamente como en la tabla, y analizar si existe alguna regularidad en estas variaciones. De otra parte profundizar sobre las características propias de la función lineal o de proporcionalidad, la función afín y la función cuadrática, que a pesar que se vieron en el grado noveno, no se contemplaron dichas características de manera específica y menos aún en situaciones concretas.

Debido a las razones anteriormente expuestas y por sugerencia de los coordinadores del proyecto se tomó le decisión de efectuar un cambio notable en los contenidos, para ello se inició trabajando nuevamente con el concepto de función, vista en diferentes situaciones. Luego se empezó a caracterizar de manera más detallada la *función de Proporcionalidad y la función Afín*. Esto se trabajo durante el **primer trimestre**

Para abordar la función cuadrática se partió de una situación concreta, donde los estudiantes elaboraban tres cajas, tomando para cada caja una hoja de 24cm de largo por 20cm de ancho (talleres de las cajas diseñados por los asesores de "una empresa docente en el año 2000. Ver anexos ps.77,79 y 83). Elaboraron una caja de altura mediana, una caja lo más baja posible y otra lo más alta posible. A partir de esta situación se empezaron a *registrar* en primer lugar los datos, de las diferentes cajas que hicieron los alumnos por grupos de a 4 estudiantes, en unas guías en donde habían unas tablas para llenar y un grupo de preguntas con una intencionalidad. Este tema se trabajó en el **segundo y parte del tercer trimestre**

Con la actividad de construir las cajas, se pretendía inducir a los estudiantes al análisis de datos y a través de diversas preguntas relativas a la situación, llevarlos a que pudieran expresar la generalización, utilizando las expresiones simbólicas adecuadas, por ejemplo del largo de la caja, del ancho, del papel recortado o desperdiciado, del área de la caja, del área de la base de la caja, de la capacidad de la caja, todo ellas, determinadas por la altura de la caja, es decir; en función de la altura de la caja.

Luego tomando cada una de las funciones que se establecieron a lo largo de esta situación concreta, se pasó a caracterizar y analizar cada una de ellas, tanto tabular como gráficamente, estableciendo por ejemplo el dominio y el rango significativo para cada una de estas funciones de acuerdo a la situación planteada, así como los límites para las cajas muy bajas o muy altas, entre otros aspectos.

En cada uno de los talleres propuestos, hay preguntas que conllevan a análisis tanto particulares como generales de cada situación.

Se abordaron los temas correspondientes a funciones Logarítmica y Exponencial, se diseñaron talleres para que los/las estudiantes trabajaran en la clase, apoyados por la calculadora graficadora, llagaban a la generalización y por ende a la construcción de modelos exponenciales.

En cuanto a la caracterización de la clase, hubo un cambio notable tanto en el rol del maestro, como del estudiante. El maestro ya no era el que explicaba en primera instancia los contenidos o los conceptos que se iban a enseñar, si no que partiendo de una situación, los estudiantes eran los primeros que debían trabajarla, discutirla, analizarla, y con la orientación del maestro tratarán en lo posible de llegar a una conclusión o generalización concreta. Es decir con este nuevo enfoque, se han hecho grandes esfuerzos por privilegiar la construcción de conceptos, a partir de la interacción de los alumnos y el maestro., de los alumnos y la calculadora graficadora.

El cambio de metodología implicó cambios en el currículo (plan de estudios) y en la manera de evaluar. A continuación presentamos los planes de estudio correspondientes a los grados 10° y 11°.

La intencionalidad última del proyecto (ICEP 2) es, promover nuevas formas de enseñanza y aprendizaje del precálculo, mediante el uso de la calculadora graficadora.

Objetivos

OBJETIVOS GENERALES	OBJETIVOS ESPECIFICOS
1 Generar un ambiente y condiciones, en los diferentes agentes institucionales, que favorezcan la realización de una experiencia curricular innovadora en las matemáticas de los grados décimo y once.	1.1 Lograr que los maestros innovadores y sus estudiantes adquieran habilidades en el manejo de las calculadoras graficadoras.
	1.2 Informar a directivos, profesores, estudiantes y padres de familia las características generales del proyecto de innovación.
	1.3 Replantear los contenidos curriculares y la intencionalidad de aprendizaje, de las matemáticas de los grados décimo y once.
2 Vivir una experiencia de innovación, mediante el diseño e imlementación de talleres que permitan el uso de la calculadora graficadoradora, para apoyar procesos de aprendizaje en los grados 10° y 11°.	2.1 Reconocer los aspectos curriculares que son objeto de cambio a través del proyecto de innovación.
	2.2 Implementar actividades que los estudiantes reconozcan la importancia de la calculadora graficadora, como herramienta que ayuda a la construcción de conocimiento.
	2.3 Posibilitar que los estudiantes interactúen con la calculadora graficadora, utilizando los diversos sistemas de representación que permitan comprobar o refutar conjeturas.
	2.4 Proponer situaciones que permitan a los estudiantes explorar con la calculadora graficadora, para buscar relaciones y patrones de regularidad.

OBJETIVOS GENERALES	OBJETIVOS ESPECIFICOS
	2.5 Proponer actividades que permitan a los estudiantes identificar las características propias de las funciones: lineal, afín, cuadrática, cúbica, exponencial, logarítmica y trigonométricas, estableciendo las conexiones entre los diferentes sistemas de representación (simbólico, gráfico, tabular).
3 Avanzar en el proceso de observación, reflexión y seguimiento de los procesos vividos en la implementación de las actividades diseñadas.	3.1 Proponer experiencias de observación que permitan el registro de las variables involucradas para la interpretación y el análisis de los resultados.
	3.2 Vivir experiencias de observación, permitiendo que un compañero colabore en dicho proceso, durante el desarrollo de las actividades propiciando espacios de reflexión e investigación en el aula.

Dominios conceptuales y niveles de desempeño

El curriculum fundamentado en las competencias básicas busca hacer explícita la integración y correlación de saberes para que el estudiante comprenda cómo aplicar sus conocimientos en contextos diferentes y actúe a partir de un mayor conocimiento de sí mismo y de una mayor responsabilidad frente a su propio aprendizaje. Teniendo en cuenta lo anterior es necesario e indispensable desarrollar la habilidad comunicativa, el pensamiento crítico, la resolución de problemas, la capacidad para hacer juicios y tomar decisiones, la habilidad para visualizar retrospectivas globales y proponer soluciones. "*Así, el propósito de la educación matemática debe ser capacitar a los estudiantes para darse cuenta, comprender, juzgar, utilizar y también ejecutar las aplicaciones de las matemáticas en la sociedad, en particular en situaciones significativas para su vida privada, social y profesional.*"[4] Los desempeños se formulan de acuerdo a las competencias básicas y su profundidad y desarrollo tienen que ver con los niveles de conocimiento y desarrollo individual del estudiante.

Se describen las principales competencias con los desempeños fundamentales que se trabajan durante el año, en los grados 10° y 11° (son comunes a los dos grados, pues en ambos se está trabajando el proyecto de innovación). Las cuatro primeras competencias están de acuerdo alas propuestas por la teorización que soporta las pruebas del **ICFES**, las dos últimas obedecen al carácter innovador del proyecto. Además se tiene en cuenta que las matemáticas están inmersas en la sociedad, se integran en la vida del ser humano. La competencia tecnológico – matemática tiene que ver con el mejoramiento de las habilidades de investigación de los estudiantes, quienes se animan a descubrir por sí mismos las reglas matemáticas. Las calculadoras graficadoras son herramientas poderosas en el aprendizaje de las matemáticas, es por eso que, maestros y estudiantes deben aprenderlas a emplear de manera efectiva. Los estudiantes pueden hacer un uso adecuado de la tecnología; esto incluye decidir cuándo usar una calculadora graficadora y cuándo no, usarla de manera eficiente, saber interpretar los resultados obtenidos y describirlos en el lenguaje matemático apropiado. Esto implica el cambio tradicional de la evaluación, el maestro debe darse a la tarea de diseñar talleres en los cuales los estudiantes logren interactuar con la calculadora, comprobando o refutando conjeturas.

[4] O. Skovsmose. "Hacia una filosofía de la Educación matemática crítica". Nota de pie de página 19 p. 64.

Se presentan los dominios conceptuales y desempeños que se trabajan en cada uno de los trimestres. En el grado 10° , se ha excluido la "trigonometría", por tanto no se tienen en cuenta el estudio "las identidades trigonométricas", en el grado 11° , se excluyen los temas tradicionales del cálculo (límites, continuidad, derivación e integración), pues el proyecto de innovación en estos grados se caracteriza por el énfasis funcional apoyado en la tecnología manual.

Competencias y desempeños fundamentales comunes en los grados 10° y 11°

COMPETENCIA	DESEMPEÑO FUNDAMENTAL
COMUNICATIVA - LINGUÍSTICA	El estudiante: Puede expresar ideas: verbales, escritas, mediante gráficos, símbolos, tablas de manera coherente y efectiva sobre el análisis y/o solución de un problema matemático. Comprende los códigos aritméticos, algebraicos, geométricos, estadísticos y del análisis variacional
INTERPRETATIVA	El estudiante: Está en capacidad de dar sentido a partir de la matemática, a los diferentes problemas que surgen de una situación (llevar a modelos matemáticos), ya sea en el campo aritmético, algebraico, geométrico, estadístico o variacional.
ARGUMENTATIVA	El estudiante: Explica y justifica mediante razonamientos lógicos de necesidad y suficiencia, las conexiones o encadenamientos que desde la matemática son válidas. Discute y establece acuerdos acertados para solucionar diversas situaciones problemáticas, haciendo conexiones con otras áreas del conocimiento.

PROPOSITIVA	El estudiante: Está en capacidad de generar hipótesis y encontrar soluciones posibles a una situación, valiéndose de los conceptos adquiridos. Está capacidad de tomar posiciones críticas frente a algunos modelos matemáticos.
SENSIBILIDAD SOCIAL	El estudiante: Respeta y valora las ideas de los demás. Sabe relacionarse afectivamente con los demás. Comprende la necesidad de aplicar normas como una exigencia de la convivencia pacífica y de la vida en sociedad. Asume responsabilidades y actúa acorde a las circunstancias. Reconoce y valora la importancia del estudio de las matemáticas para su desarrollo intelectual y personal.
TECNOLOGICO-MATEMÁTICA	El estudiante: Reconoce la importancia que tiene la calculadora graficadora, como instrumento que le ayuda a la construcción de conceptos. Interactúa adecuadamente con la calculadora graficadora, utilizando los diversos sistemas de representación para comprobar o refutar conjeturas.

Dominios conceptuales y desempeños – grado 10°

Se habla de dominio conceptual como una nueva forma de organizar el conocimiento matemático cuando es objeto de enseñanza. El dominio esta estructurado por las relaciones y desarrollos de conceptos, procedimientos, razonamientos, propiedades propias de la estructura matemática que se organiza bajo este criterio. Las diversas situaciones y problemas donde el dominio toma sentido y significado conforman el medio ambiente. El estudiante comprende los conceptos y debe estar en capacidad de apropiarse de ellos y aplicarlos.

TRIMESTRE	DOMINIOS CONCEP.	DESEMPEÑOS
Primero (Enero 29–Abril 06)	Visión Funcional Función Lineal Función Afín Resolución de problemas con modelos lineales y afines.	1. Identifica las características de la función lineal y de la función afín. 2. Identifica las magnitudes que intervienen en una función de gráfica lineal y establece dominio, rango y pendiente. 3. Establece conexiones entre las representaciones de la función de gráfica lineal apoyado en la calculadora. 4. Formula y/o resuelve problemas de modelos lineales y afines. 5. Participa activamente argumentando ideas que contribuyen al progreso en la clase.
Segundo (Abril 16 – Agosto 17)	Función Cuadrática Elementos de la parábola. Familias de funciones cuadráticas Resolución de problemas con modelos cuadráticos.	1. Identifica las características de la función cuadrática. 2. Identifica en la función cuadrática el oficio de los parámetros **a**, **b** y **c**, sus efectos en la representación gráfica, apoyado en la calculadora graficadora. 3. Establece conexiones entre las representaciones de la función cuadrática. 4. Resuelve problemas de modelos cuadráticos 5. Cumple con sus deberes de estudiante responsable y metódico.

Tercero (Agosto 20 – Noviembre 23)	Función Exponencial Función Logarítmica Resolución de problemas con modelos exponenciales y logarítmicos	1. Identifica las características de la función exponencial y logarítmica. 2. Reconoce y aplica propiedades de la función exponencial y logarítmica. 3. Establece conexiones entre la F. Exponencial y logarítmica, apoyado en la calculadora. 4. Resuelve problemas de modelos exponenciales y logarítmicos. 5. Se ha concientizado sobre la importancia de analizar "contextos", para buscar soluciones colectivas.

Dominios conceptuales y desempeños – grado 11°

En el grado 11° se ha incluido el estudio de la semejanza de triángulos, como pre - requisito para el estudio de las razones trigonométricas, algunas de las temáticas de pronto no tiene que ver con el aspecto funcional, esto obedece a que en los grados anteriores se han dejado de ver estas temáticas y creemos que son importantes para el/la estudiante que ya culmina su bachillerato.

TRIMESTRE	DOMINIOS CONCEP.	DESEMPEÑOS
Primero (Enero 29–Abril 06)	Función Exponencial Función Logarítmica Resolución de problemas con modelos exponenciales y logarítmicos	1. Identifica las características de la función exponencial y logarítmica. 2. Reconoce y aplica propiedades de la función exponencial y logarítmica. 3. Establece conexiones entre la F. Exponencial y logarítmica, apoyado en la calculadora. 4. Resuelve problemas de modelos

		exponenciales y logarítmicos. 5. Participa activamente argumentando ideas que contribuyen al progreso en la clase.
<u>Segundo</u> (Abril 16 – Agosto 17)	Semejanza de triángulos. Medidas de ángulos – conversiones. Razones trigonométricas de un ángulo. Teorema del seno y coseno. Estadística	1. Aplica adecuadamente los criterios de semejanza. 2. Establece equivalencias entre medidas de ángulos. 3. Resuelve problemas aplicando las razones trigonométricas y/o los teoremas del seno y coseno. 4. Interpreta y analiza datos estadísticos. 5. Cumple con sus deberes de estudiante responsable y metódico.
<u>Tercero</u> (Agosto 20 – Noviembre 23)	Funciones trigonométricas. Función seno, coseno y tangente. Análisis de las funciones trigonométricas: Dominio y rango, Amplitud, periodo, frecuencia, ángulo de fase	1. Identifica las características de las funciones trigonométricas a partir de sus gráficas. 2. Determina en una función trigonométrica el dominio, rango, periodo, amplitud y ángulo de fase. 3. Analiza las variaciones de las funciones trigonométricas apoyado en la calculadora graficadora. 4. Analiza fenómenos periódicos del mundo real usando las funciones seno y coseno. 5. Reconoce la importancia de las matemáticas en su formación como ciudadano.

Actividades de desempeño

Una de las principales estrategias metodológicas de la innovación es la elaboración de talleres a la luz tanto de los desempeños como de los dominios conceptuales de cada uno de los trimestres y de los objetivos que se propuestos en el proyecto. Para la elaboración de los talleres se hace un análisis didáctico en el cual se tiene en cuenta la intencionalidad del taller, se hacen alguna reflexiones sobre los dominios conceptuales implicados en el taller.

Cuando los/las estudiantes han trabajado el taller, el maestro lo debe revisar, teniendo en cuenta los conceptos involucrados, además se debe observar los procedimientos realizados por ellos y analizar cuáles son válidos y cuáles no. Sobre los últimos se debe hacer un análisis minucioso y en lo posible indagar el por qué pudo haber ocurrido. Cada taller se debe socializar para aclarar dudas ver las dificultades que se presentan en desarrollo del mismo.

Otra de las estrategias es la observación de las clases, los maestros participantes de la innovación deben crear el espacio para observar la clase del compañero, esto se puede convertir en apoyo para mejorar el desempeño del maestro, tanto en su papel de observador como en el de orientador de la clase.

En lo posible se aprovechan las reuniones de área para compartir experiencias de lo sucedido en las clases, exponer dificultades y compartir logros, además para adelantar actividades que el proyecto demanda.

Se privilegia en la clase el trabajo en equipo y exposiciones, con el fin de propiciar la discusión y la riqueza de ideas para promover el aprendizaje.

La elaboración de mapas conceptuales tanto por el maestro como por los/las estudiantes, permite visualizar, entre otros aspectos, las conexiones entre los diferentes sistemas de representación a cerca del concepto matemático. Esto constituye una herramienta didáctica muy importante que apoya aprendizajes más coherentes y significativos.

Mediante la interacción maestro-alumno, alumno-alumno, se deben promover reflexiones sobre diversos aspectos del ser humano, de tal forma que los estudiantes reconozcan que a través del estudio de las matemáticas pueden desarrollar un conjunto de valores, actitudes, habilidades y hábitos que les permiten surgir y ser útiles a la sociedad. Para ello, es necesario que el maestro posea ante todo, *grandes atributos personales* para que sea ejemplo y modelo. El profesor Australiano Alan Bishop decía en una conferencia, que ésta era una de las cualidades que debía poseer un profesor de matemáticas excelente.

Se debe partir de la idea que todos los/las estudiantes pueden aprender matemáticas, convencerlos de su capacidad para aprender matemáticas y buscar que ellos sean cada vez más independientes. Además, debe preocuparse por conocer más a sus estudiantes, compartir y socializar experiencias, ser consiente de la dinámica social que hay en la clase. Así mismo debe tener conciencia de que el mundo, la tecnología y la sociedad cambian.

Las actividades que se proponen están centradas especialmente en el análisis de diversas situaciones, en donde el/la estudiante puede conjeturar y aplicar variedad de conceptos matemáticos.

Los equipos de trabajo hacen y exposiciones, con el fin de propiciar la discusión y la riqueza de ideas para promover el aprendizaje. El maestro debe estar atento a los errores más significativos que cometen los alumnos para hacer los procesos de retroalimentación necesarios.

El trabajo en casa (tareas), es revisado y registrado por los monitores (en cada equipo de trabajo un estudiante es el monitor o representante del equipo y se encarga de colaborar con sus compañeros y con el maestro) y el maestro, de tal forma que se mantenga un registro permanente. Algunas veces se dejan trabajos para que los/las estudiantes realicen en casa y los entreguen por escrito.

Para los alumnos del grado once, se tuvo en cuenta la preparación que ellos deben tener para el examen del **ICFES**. Debido a que durante los años anteriores se han quedado varios temas sin estudiar, se hace necesario trabajarlos. Para ello, se dejarán algunas guías que ellos deben trabajarlas, tanto en grupo en clase como en la casa.

Como todas las actividades que se realicen, incluyendo los talleres en donde los/las estudiantes hacen uso de la calculadora graficadora, los cuales fueron trabajados durante el año, (de acuerdo a lo estipulado en el contrato del proyecto) forman parte del análisis y seguimiento del proyecto **ICEP**. Todos los trabajos se van archivando en una carpeta con los respectivos comentarios tanto de los profesores como de los asesores y el interventor.

2.3.1.2.2. Lectura y estudio de artículos de Educación Matemática

Tuvimos la oportunidad de profundizar en algunos temas de matemáticas, algunos documentos fueron facilitados por los asesores, conformamos grupos de estudio y reflexión con los profesores innovadores de las instituciones de Brasilia y la Amistad, este trabajo aportó elementos importantes que redundaron en el desarrollo de los talleres con los/las estudiantes.

2.3.1.2.3. Asistencia a los talleres de formación

Nos reunimos los maestros de las tres instituciones, trabajamos los dos talleres diseñados por los asesores e hicimos comentarios sobre las lecturas de los documentos. Se dio el espacio para compartir nuestros logros y dificultades, una de la dificultades que causó impidió el desarrollo satisfactorio del proyecto fue el paro de maestros a pesar de que nosotros no entramos a paro las clases no se desarrollaron en forma normal, pues los/las estudiantes no asistían al colegio, cuando las clases se normalizaron, los/las estudiantes regresaron completamente desmotivados y desde luego que para nosotros esta situación fue bastante crítica.

Los talleres de formación fueron interesentes y apoyaron en gran proporción el desarrollo del proyecto, en dos ocasiones el asesor Edgar Guacaneme, visitó nuestra institución y en una de las visitas tuvo la oportunidad de observar una de las clases en un grupo del grado 11°, sus intervenciones aclararon dudas en los estudiantes y también en los maestros innovadores.

En los talleres siempre aprendimos cosas nuevas, para ponerlas en práctica con los/las estudiantes, entre ellas el manejo de listas en la calculadora para hacer diversas regresiones.

2.3.1.2.4 Permanente comunicación por correo electrónico

Las reuniones que tuvimos con los asesores fueron realmente pocas y a pesar de que con los maestros innovadores nos reunimos algunos sábados, sentimos que la continua comunicación por correo electrónico nos ayudó mucho, nos acostumbramos a que todos los días teníamos algún mensaje y estábamos a la expectativa de abrir el correo.

2.3.1.2.5 Socializaciones por parte de los profesores y de los estudiantes

La experiencia que tuvimos tanto maestros como estudiantes de socializar nuestro trabajo, se constituyó en una motivación. Tuvimos la oportunidad de contar como las clases de matemáticas se han tornado activas y participativas con el apoyo de la tecnología. Para los estudiantes realmente satisfactorio poder participar en diferentes eventos como "El encuentro de Ciencia y Tecnología" organizado por el CED Tabora de la localidad 10 y estar participando en un stand Expociencia Juvenil organizado por la Asociación Colombiana para el Avance de la Ciencia (A.C.A.C.). Los/las estudiantes participantes les comentaban con satisfacción sus experiencias y la acogida recibida en cada uno de los eventos.

2.3.2. EVALUACIÓN DE LA EXPERIENCIA

Para los profesores se utilizó un formato de autoevaluación (ver anexo, p. 85). El hecho de tener que escribir nuestro desempeño en el desarrollo del proyecto, fue motivo de reflexión, ver qué hemos hecho y qué hemos dejado de hacer (es estar alerta), es tocar nuestra conciencia para tomar impulso y seguir adelante.

En general el proyecto es un verdadero compromiso, durante el año todas las actividades giran en torno a la innovación. Se presentaron grandes dificultades que fueron poco a poco superadas. Para nosotros los maestros ha sido rica la experiencia, es un salir de la rutina, es estar siempre activo y ver que hay que hacer, realmente el tiempo se torna corto frente a todo lo que hay que atender, cada día surgen ideas nuevas para llevarlas al aula de clase, se está en continua preparación.

En algunos espacios, aunque fueron realmente pocos, compartimos las experiencias de las dificultades o logros en el desarrollo de los talleres con los/las estudiantes y siempre estuvimos listos apoyarnos. A pesar de ser poco notorio (en los maestros innovadores), sentimos la experiencia del trabajo colaborativo.

En el desarrollo de los talleres siempre estuvimos observando lo que sucedía en cada equipo de trabajo, se tenía en cuenta el actuar de cada uno/una de los estudiantes, el desempeño en el manejo de la calculadora graficadora, siempre se observó que si un compañero tenía dificultad el otro listo estaba para apoyarle. Se destacó siempre el trabajo colaborativo.

2.4. RESULTADOS LOGRADOS

Vimos que los estudiantes fueron cambiando sus actitudes y sus visiones frente a la clase de matemáticas, sin embargo; notamos que a veces se desmotivaron, en especial no se preocupaban por hacer las tareas que se dejaban, tal vez porque sienten que el trabajo de matemáticas requiere en verdad mucha dedicación y esfuerzo de parte de ellos, para poder realmente avanzar y lógicamente, en la gran mayoría de nuestros estudiantes, éste no es el interés primordial en ellos. A pesar del gran esfuerzo que hacemos los maestros por motivarlos y hacerles ver la importancia del estudio de las matemáticas, son tantas las problemáticas y de índoles tan diversas que en el mundo actual tienen los estudiantes, que esta labor se hace aún cada día más difícil.

De todas maneras a pesar de las dificultades anteriormente expuestas, tanto las maestros como estudiantes, (de acuerdo a sus comentarios sobre la clase), podemos apreciar que las situaciones presentadas son más significativas para ellos, porque las pueden concretar en la vida cotidiana y los conducen a integrar diferentes conocimientos e inclusive de otras asignaturas. Invitan al estudiante a esforzarse por producir ideas que lo conlleven al análisis de las situaciones, lo cual está contribuyendo en alguna medida al desarrollo del pensamiento matemático. Además el hecho que tengan que describir lo que piensan, contribuye a la construcción de conocimiento tanto individual como colectivo.

En todo momento se está privilegió el trabajo en equipo, lo que permitió desarrollar habilidades comunicativas, utilizando el lenguaje matemático. Aunque esto último ha sido lento, hemos podido observar algunos avances en este sentido.

Cuando se parte de situaciones muy concretas como es el caso de las cajas (ver taller anexo p.79), los/las estudiantes han podido observar que hay conclusiones que solamente pertenecen al contexto puro de las matemáticas, es decir, que no son posibles en la realidad pero sí en la imaginación. Por ejemplo tener una caja de altura que tiende a cero como 0.00000001 cm. o aún más pequeña.

Observamos que al establecer los dominios y rangos significativos para las situaciones presentadas, los estudiantes lograron comprender con mayor facilidad cómo se establecían dichos intervalos, cosa que anteriormente se les hacía por lo general muy difícil de comprender. Además como tuvieron el apoyo de la calculadora graficadora, para poder visualizar tanto la gráfica, como la tabla dando incrementos cada vez más pequeños.

El uso de la calculadora graficadora, ha sido uno de los aspectos más significativos, tanto para nosotros como maestros, como para los/las estudiantes. Para la gran mayoría de los/las estudiantes, fue sido fácil interactuar con la calculadora con las instrucciones básicas que se dieron. También se pudieron dar cuenta, que la calculadora no les soluciona la falta de conocimiento y que por el contrario, se debe tener claridad por ejemplo, sobre el comportamiento de las gráficas, para así mismo poderlas visualizar en la pantalla. Una de las dificultades en especial al comienzo, fue precisamente poder visualizar las gráficas en la pantalla porque no entendían como debían variar los mínimos valores y máximos en cada uno de los ejes, así como el manejo de las escalas.

Otro aspecto importante y que les impresionó es la posibilidad de observar la tabla de valores y poder cambiar las variaciones en los valores de entrada, así como también poder analizar de manera rápida y simultánea los valores de dos funciones distintas. También les ha servido como un instrumento que les permite autocorregirse y/o autoayudarse, es decir les permite comprobar o refutar sus conjeturas y también corregir diversos errores.

Vemos que toda esta "Innovación Curricular" obviamente ha suscitado en nosotros cambios profundos y todos los participantes hemos vivido una gran experiencia, produciéndonos grandes expectativas y a veces miedos, porque aún no podemos establecer con certeza los alcances de la innovación misma.

2.4.1 En el currículo de matemáticas

El proyecto se trata precisamente de una innovación en la metodología, esto conlleva necesariamente a realizar cambios en el plan de estudios[8] y como consecuencia a darle un giro de 180^{0} a la forma de evaluar, la evaluación es permanente, en cada una de las clases se está evaluando. El uso de la calculadoras graficadoras en la evaluación presenta retos, que requieren un buen conocimiento de la tecnología y de los logros académicos que se buscan.

Tuvimos la experiencia de utilizar un recurso tecnológico, casi siempre vedado en la escolaridad y ver una nueva forma de evaluar, los /las estudiantes hacen uso de

[8] Los cambios en el plan de estudios están contemplados detalladamente en el numeral 2.3.1.2. del documento.

la calculadora en las evaluaciones, se dejó de lado la verticalidad en la evaluación. Durante la evaluación se consultan libros, se hace uso de la calculadora y se cuenta con el cuaderno, ya que se evalúa el desempeño de los/las estudiantes, la evaluación dejó de ser memorística y mecánica.

Aprendimos a diseñar talleres y podemos contar varios en los que la calculadora cumple un papel fundamental.

2.4.2. En el actuar docente

Una responsabilidad más sentida y mayor compromiso con la labor educativa, se debe estar en continua preparación y estudio, el diseño de talleres fue fundamental y se constituye en una ayuda eficaz para el trabajo de los/las estudiantes, ya que ellos/ellas los pueden desarrollar con responsabilidad, así sea que el maestro tenga que ausentarse de la clase.

Como maestros sentimos la satisfacción de ver que nuestros en estudiantes hay una gran acogida por la clase de matemáticas, su actitud de participación activa.

Hemos logrado una apreciación de las matemáticas más cercana a la realidad. Los maestros participantes del proyecto, notamos que hemos avanzado más en nuestro conocimiento y que nos ha llevado a pensar y / o buscar nuevas actividades para que los estudiantes realicen. Además porque en años anteriores, se gastaba mucho tiempo en la elaboración de las gráficas. Ahora con la ayuda de la calculadora, podemos dedicar más tiempo al análisis de las gráficas, especialmente al oficio de los parámetros de las funciones. Los talleres que hemos diseñado están siempre en un contexto de la realidad cotidiana.

En los talleres de formación aprendimos y recordamos temas que de pronto habíamos olvidado o aspectos que nunca habíamos entendido, detectamos un buen aprendizaje al desarrollar el taller de lectura sobre la función exponencial.

El manejo de las cuestiones administrativas en torno al proyecto fue el aprendizaje más difícil, el maestro que coordina el proyecto afronta situaciones bastante complicadas y que ocupan buena parte de su tiempo, debe estar en continua comunicación con los asesores y el interventor del IDEP, asistir a reuniones extras y estar al tanto de todo el proyecto para que marche bien. Responder de lleno por los informes y demás compromisos que el proyecto conlleva. De todas maneras ha sido muy rica la experiencia, se han atendido aspectos que el maestro nunca está acostumbrado a asumir.

Nos podemos dar cuenta de que nuestra actitud frente a la clase de matemáticas ha cambiado, nosotros al igual que los/las estudiantes estamos en un proceso de aprendizaje, cada vez que profundizamos en determinado tema estamos aprendiendo cosas nuevas, cada vez que evaluamos nos damos cuenta que al taller que propusimos debemos hacerle cambios, de acuerdo a las dificultades que se presentaron durante el desarrollo del mismo.

Nuestra relación con los/las estudiantes es de cordialidad, de amistad, ya se dejó la idea del que el maestro es quien enseña y el estudiante es el que aprende. Entre maestro y estudiante se va construyendo el conocimiento, tanto uno como otro está en continuo aprendizaje.

Algo muy interesante que a raíz de la innovación se suscitó fue, el comentario entre los maestros que el proyecto no era lo mejor, porque los resultados de los/las estudiantes en el ICFES eran bajos, las dos profesoras de matemáticas que no formaron parte del equipo innovador sacaron como conclusión que había que volver al currículo anterior y no hacer tantos talleres porque implica gran demora en desarrollarlos y no se avanza en temas que les sirven para ingresar a la universidad, pues a los/las estudiantes era importante darles los conceptos de derivada, integral, etc. En una palabra hay que elevar los resultados de matemáticas en el ICFES y con el proyecto no se puede.

El equipo innovador no piensa de la misma forma, sentimos la satisfacción de que la opinión de los/las estudiantes es que ojalá es proyecto se expanda en toda la institución y en todos los colegios del distrito, "*pues qué rico que aprendimos que apoyados en la tecnología podemos construir el conocimiento y manejar y comprender de manera familiar los diversos conceptos matemáticos*".

2.4.3. En el actuar de los estudiantes

Los estudiantes aprendieron a trabajar colaborativamente, siempre hubo interés de los estudiantes por aprender a manejar la calculadora de manera individual y apoyando al compañero que presentaba alguna dificultad.

Aprendizaje de las matemáticas (de conceptos y procedimientos), aprendieron a argumentar cada una de las conclusiones, aumentó su capacidad de análisis, se descubrieron patrones de regularidad que generan modelos matemáticos

De otra parte se notó que tanto maestros como estudiantes avanzamos notablemente en el manejo de la calculadora graficadora y por lo tanto en nuestros conocimientos.

Fue muy placentero ver que los/las estudiantes de once se organizaron por grupos de a 10, hicieron una presentación para una filmación que realizó el canal Capital el 31 de octubre, para una crónica que saldrá en diciembre sobre la enseñanza de las matemáticas en el colegio Miguel Antonio Caro, en al programa "Bogotá Vital". Uno de los temas que expusieron fue el trabajo con los relojes y cuando les preguntaron en qué situaciones de la vida cotidiana podían aplicarlo, respondieron con mucha propiedad que al calcular la distancia entre el piso y uno de los puntos extremos de una rueda de biclicleta o del transmilenio, por ejemplo.

Además resaltaron el hecho de que a pesar que ellos estaban estudiando en un colegio oficial con múltiples problemáticas se sentían "privilegiados" por tener la oportunidad de utilizar y manejar recursos tecnológicos, como por ejemplo la calculadora graficadora, con la cual ellos se sentían a gusto ya que podían explorar muchas cosas y aprender también de ella, de una manera más rápida y dinámica.

Resaltaron que los talleres iban enfocados más hacia el análisis de las cosas y no solamente a un aprendizaje memorístico, sin sentido, como les había ocurrido en otros años, y aunque esto fue más difícil al comienzo para ellos, ahora comprendían mejor, pues poco a poco iban adquiriendo más elementos para el análisis. Que el maestro era más un guía, y no solamente el que "dictaba" la clase para que los estudiantes reprodujeran lo que el había hecho. Notaban que había más participación de los estudiantes y que las ideas de ellos eran tenidas en cuenta así estuvieran erradas, porque entonces se analizaban por qué eran erradas.

A continuación nos permitimos presentar en forma detallada la forma como se desarrolló el taller de los relojes:

Desarrollo y análisis del taller de los relojes

Se les entregó a los estudiantes la hoja de trabajo No. 1 (primera y segunda parte), en la cual debían medir las distancias del techo a cada hora en punto y registrarlas en la tabla. Este ejercicio lo hicieron muy bien todos los estudiantes y cuando se les preguntó *qué valores de d podrían obtenerse para t = 13, 14, 15, ...24?* no tuvieron dificultad para contestar que los valores se volvían a repetir.

Una vez que llenaron todas las tablas de los 4 relojes, se les pidió que en una hoja milimetrada elaboraran las gráficas de distancia versus tiempo, tomando el tiempo desde 0 hasta 24 horas.

Luego de realizadas las gráficas se les pidió que analizaran los datos de las tablas, como la que se muestra a continuación, y trataran de buscar algunas regularidades a la luz de los datos de cada reloj.

	t→	*0*	*1*	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*
Reloj1	d→	0.5	0.9	2.0	3.5	5.0	6.1	6.5	6.1	5.0	3.5	2.0	0.9	0.5
Reloj2	d→	1.5	1.8	2.5	3.5	4.5	5.2	5.5	5.2	4.5	3.5	2.5	1.8	1.5
Reloj3	d→	2.0	2.4	3.5	5.0	6.5	7.6	8.0	7.6	6.5	5.0	3.5	2.4	2.0
Reloj4	d→	3.5	5.0	6.1	6.5	6.1	5.0	3.5	2.0	0.9	0.5	0.9	2.0	3.5

Algunos llegaron a concluir cosas como las siguientes:

> Para t = 0, la distancia corresponde al valor de la distancia del techo al centro (d) menos el radio(r), es decir (d- r). Pero para el reloj 4, como la hora inicial empieza a partir de la hora 3, entonces el valor corresponde solamente a la distancia que hay del techo al centro del reloj. Al preguntarles *qué sucedería si la hora inicial (t=0), se tomara por ejemplo a partir de t = 4?*, contestaron que sería diferente porque daría la distancia del techo al centro (d) más un pedazo. *Y si se tomara la hora 6 como inicial?.* ....entonces para t = 0, el valor sería la suma del radio más la distancia del centro al techo.
>
> También se les preguntó: *Para qué horas se tienen los valores de las distancias más pequeñas para cada reloj y por qué?.*

Para el reloj 1, 2 y 3 para t = 0, t = 12 y t = 24, porque como la hora inicial es en 12 entonces la distancia es (d - r). Para el reloj 4, la menor distancia se tiene en t = 9, porque como al empezar desde t = 3 a contar, se tiene que en t = 9, realmente corresponde a la distancia que hay del techo a la hora 12, que es la menor como en los otros casos... *Y en que otros valores se tendría esa misma distancia?* Ah.. pues al seguir contando... volvería a dar en 21, es decir solo hay dos valores desde 0 hasta 24 donde está el mínimo...

Observamos que en general los estudiantes fueron los más interesados en dar opiniones, mientras que algunas estudiantes preferían esperar qué decían sus compañeros. Cuando se les preguntaba directamente a algunas de ellas, qué opinaban de la preguntas, decían que no encontraban nada que decir o simplemente se quedaban calladas. Esto nos preocupa y muchas veces como maestros no sabemos qué hacer al respecto, de tal manera que las niñas se interesen más por participar.

Se les dejó como consulta que buscaran los significados de amplitud, periodo, ángulo de fase, desfase y frecuencia. A lo cual la gran mayoría copió las definiciones que encontraron en algunos libros de trigonometría, por lo que pudimos percibir que realmente estas no eran claras para los estudiantes.

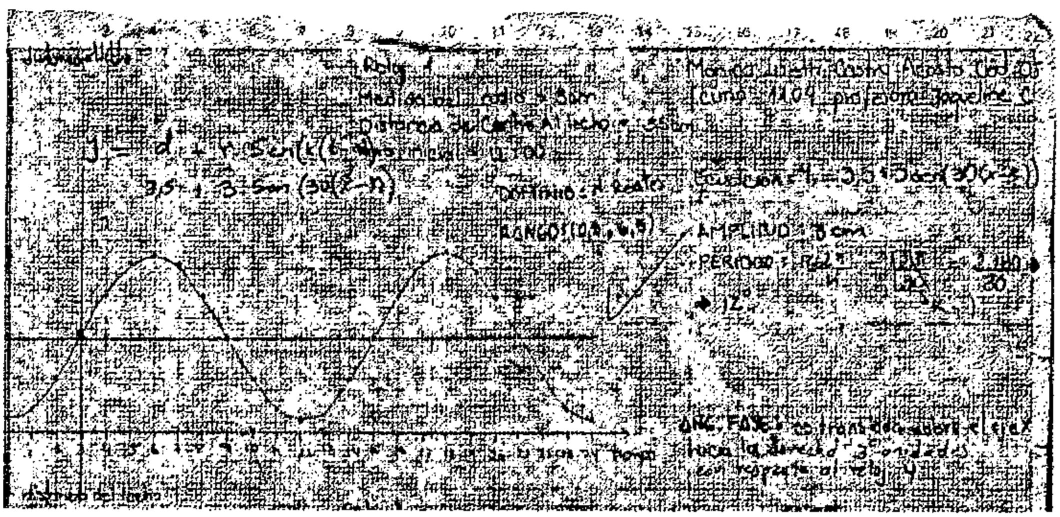
Para facilitarles "ver" la amplitud se les solicitó que trazaran una línea horizontal al eje x, que cortara al eje y, por el valor de la distancia del techo al centro de cada uno de los relojes. Esto les sirvió de gran ayuda para observar la línea divisoria de la onda, y poder medir con facilidad la distancia del valor máximo(cresta) a la línea horizontal que habían trazado.

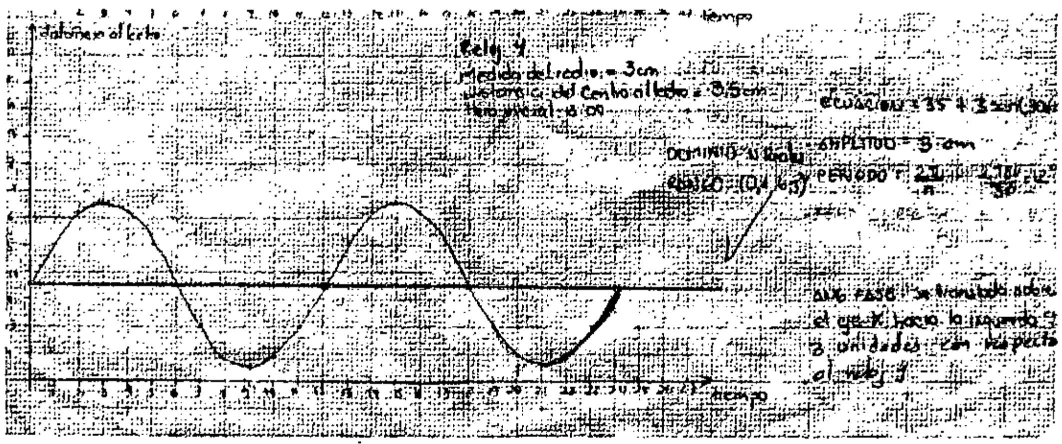
Como habían encontrado que la **amplitud** *correspondía al valor absoluto de la semidiferencia entre el valor máximo y el valor mínimo,* entonces se les hizo que la calcularan aplicando la fórmula y la registraran en la siguiente tabla. Así mismo registraran el periodo.

Reloj	Radio(cm)	Dist. Centro - techo(cm)	Hora inicio	Amplitud(cm)	Periodo
1	3	3.5	12	3	12
2	2	3.5	12	2	12
3	3	5.0	12	3	12
4	3	3.5	3	4	12

De esta forma se pudieron dar perfectamente cuenta que la amplitud de cada gráfica correspondía al radio del reloj. Que a pesar que en el rejo4 se había cambiado la hora inicial, la amplitud seguía siendo igual al radio del reloj.

Al solicitarles que analizaran y visualizaran gráficamente el periodo, la gran mayoría no tuvo dificultades para identificar que en la hora 12 los valores se volvían repetirlos valores de manera secuencial. Sin embargo, para el reloj 4 muchos estudiantes tuvieron dificultades para concluir que para este caso también el periodo era 12. Al parecer lo habían relacionado con el hecho que en las anteriores gráficas en el punto 12 tenia un valor mínimo y era fácil identificar que la "cresta u onda" se repetía, entonces concluyeron "erróneamente" que en esta gráfica el periodo se tenía en la hora 9. A pesar que en la tabla "aparentemente" lo habían identificado, al observarlo en la gráfica algunos tuvieron dificultades.





Al pedirles que compararan la gráfica del reloj1, con la gráfica del reloj4 (ya que estas tenían los mismos datos, excepto en la hora inicial), realmente se les dificultó casi a todos los estudiantes identificar que el *reloj 4 tenía una traslación de tres unidades hacia la izquierda de la gráfica del reloj 1.* En un curso solo dos estudiantes dijeron que al observar la tabla se veía que los valores para el reloj 4 iniciaban para t = 0 de manera secuencial con los mismos valores que para el reloj1 pero a partir de t = 3, pero gráficamente no podían explicarlo con claridad. Para facilitarles esta observación se les pidió que calcaran la gráfica del reloj 4 (en una hoja calcante) con los respectivos ejes y la superpusieran sobre la gráfica del reloj 1, de tal forma que las ondas de las dos gráficas coincidiesen. Esto fue muy útil porque los estudiantes se pudieron dar cuenta que efectivamente la gráfica del reloj 4 coincidía a partir de la hora 3 con la del reloj 1 y que para que coincidieran los ejes, había que desplazar la gráfica del reloj 4, hacia la izquierda tres unidades. Los estudiantes habían copiado algunas definiciones sobre ***ángulo de fase y desfase*** que encontraron en los libros, pero se notó que esto realmente no lo habían entendido, pues no lo relacionaron en el momento en que se les pidió que compararan las dos gráficas. Solamente cuando hicieron la superposición de las gráficas pudieron relacionar un poco con la definición que habían encontrado sobre *desfase.*

Con respecto al concepto de *frecuencia* no se les pidió que lo analizaran para estos casos, ya que consideramos que de acuerdo a la definición que usualmente se maneja para la funciones periódicas *"frecuencia de una curva periódica, es la fracción de ciclo que queda comprendida entre cero y pi, cuando se toma a pi como unidad de medida"* y como no se había trabajado aún con los estudiantes medidas de ángulos en radianes, ni las conversiones entre grados y radianes podríamos crear confusión al respecto. Por lo tanto, decidimos analizar mejor este concepto cuando se trabajara la hoja de trabajo No. 4.

Luego se les hoja de trabajo No. 3 para que hicieran los bosquejos de las graficas de los 4 relojes dados, sin que tuvieran que recurrir a las mediciones, sino que tuvieran en cuenta las regularidades encontradas en los relojes anteriores. (Este trabajo se les dejó para realizarlo en la casa).

Un buen número de estudiantes dijeron no haber hecho las gráficas, por cuanto no les habian salido. Unos pocos si las hicieron correctamente. Se dejó entonces un tiempo para que los estudiantes las realizaran en la clase, pero pudimos observar que muchos tenian dificultades porque querían tener todos los valores, es decir, no se percataron que podian haber tomado solamente algunos valores. Por ejemplo, para el reloj 5 era suficiente identificar los valores para t=0, t=3, t=6, t=9 y t=12. Con lo cual se tendria la primera cresta, y a partir de 12 se volvian a repetir dichos valores, para el caso de reloj 5 y 6.

Para los relojes 7 y 9, se notaron también algunas dificultades, especialmente en las estudiantes, pero con la ayuda de los compañeros que habían interpretado bien los patrones de regularidad, pudieron realizar las gráficas e identificar para cada caso la amplitud.

Con el fin de introducir el concepto de radian como medida angular, se les dejó como tarea a los estudiantes que hicieran 4 circunferencias de radios 2cm, 2.5cm, 3cm y 4cm y que con un hilo o una cuerda extendieran el radio sobre la curvatura de la circunferencia y que midieran cuántos radios cabían aproximadamente sobre la circunferencia.

Dada la dificultad de realizar este ejercicio con precisión, se encontraron muchas fallas en la medición, sin embargo algunos/algunas estudiantes que realizaron bien las mediciones se lograron aproximar a que alrededor de todas las circunferencias cabían 6 radios completos y siempre sobraba un arco pequeño. A continuación presentamos en la siguiente tabla, los valores que más se aproximaron y los cálculos que se realizaron:

Radio (cm)	Radios completos (radianes)	Medida arco Sobrante(s) cm	Medida ángulo central s/r radianes	Medida circunf. en radianes
2	6	0.5	0.25	6.25
2.5	6	0.7	0.28	6.28
3	6	0.8	0.26	6.26
4	6	1.1	0.27	6.27

También se les pidió que recortaran en cartulina un círculo de 4cm de radio y lo dejaran rodar sobre una regla de 30cm y midieran la longitud de la circunferencia en centímetros. Luego que dividieran esa longitud entre el radio de la circunferencia. Este ejercicio fue un poco más sencillo y la mayoría de los estudiantes llegaron a aproximarse a que el resultado del cociente era 6,2, otros les dio 6.3. Se les hizo ver a los estudiantes que el valor del cociente no tenía unidad de medida, puesto que las unidades se cancelaban, es decir el valor era un número real constante sin dimensiones.

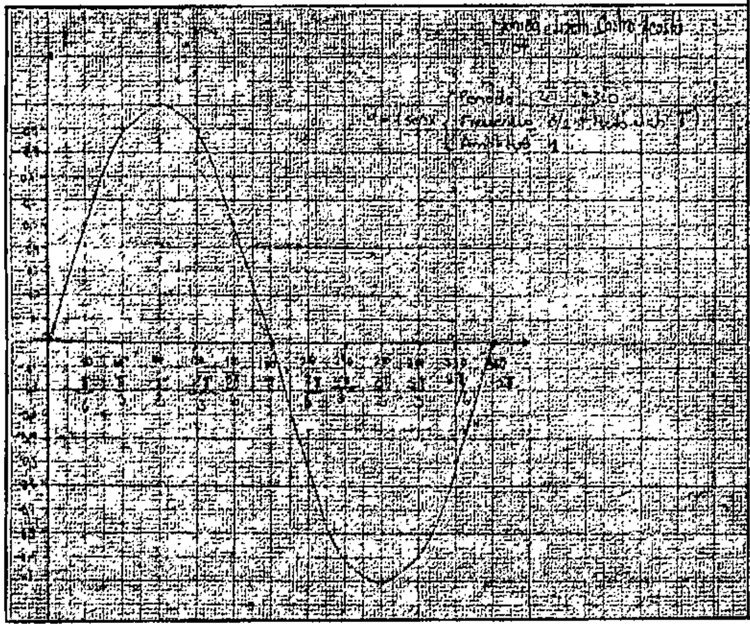
Con las actividades anteriores y con la orientación a través de preguntas y cuestionamientos a los estudiantes por parte del maestro, se concluyeron aspectos como los siguientes:

- *El radián es la amplitud del ángulo central que subtiende un arco de longitud igual al radio de la circunferencia.*
- *Que el ángulo de giro (360 grados), es decir la circunferencia completa, era equivalente a 2π radianes (aprox. 6.28).*
- *Que la para hallar la medida en radianes de cualquier ángulo central, se obtiene dividiendo la longitud del arco(s), entre la longitud del radio de la circunferencia (r), es decir (s/r).*
- *Se hicieron ejercicios de conversiones de grados a radianes y viceversa utilizando la equivalencia 2π radianes = 360 grados, luego π radianes =180 grados.*

Posteriormente se les entregó a los/las estudiantes la hoja de trabajo No. 4 y se les solicitó que adicionaran otra fila en la tabla e hicieran la conversión de grados a radianes.

Fue muy interesante ver que a todos les salió perfectamente la función seno, sin que ellos realmente lo supieran con anterioridad. Una vez que los/las estudiantes tenían la gráfica la maestra hizo diversas preguntas de tal forma que conllevaran al análisis de la gráfica y = sen(x), en cuanto a:

- continuidad
- intervalos de crecimiento- decrecimiento
- punto máximo - mínimo
- puntos de corte con el eje x
- dominio y rango
- amplitud
- periodo
- frecuencia



"Análisis gráfico
Sí es continua porque en ningún punto de la gráfica se corta.
Intervalos de crecimiento: de $(0^\circ, 0)$ a $(90^\circ, 1)$ y de $(210^\circ, -1)$ a $(360^\circ, 0)$.
Intervalos de decrecimiento: de $(90^\circ, 1)$ a $(270^\circ, -1)$
Punto máximo $(90^\circ, 1)$
Punto mínimo $(270^\circ, -1)$
Periodo: es de 360°, porque es el intervalo donde se repite. Es decir 2π.
Amplitud: 1
Frecuencia: $\frac{1}{2}$ ciclo hay de 0 a π radianes.
Dominio: Todos los Reales
Rango: $[-1,1]$"

Luego de haber analizado los anteriores aspectos se les pidió que hicieran en la calculadora la gráfica de la función seno. Fue necesario hacerles ver a los estudiantes la importancia de definir en qué unidad de medida se iba a trabajar, si en grados o en radianes, para definir el modo en la calculadora y cómo esto afectaba de manera directa los valores en la ventana de Window para que fuera posible ver bien la gráfica. Se les pidió que verificaran los datos de la tabla en la calculadora con los datos obtenidos en las mediciones que ellos habían realizado.

Después se les pidió que graficaran diversas funciones de la forma $y = \boldsymbol{A}.\ Sen(x)$, con el fin de que visualizaran una vez más el concepto de amplitud. De la dio valores al parámetro ***A*** tanto positivos como negativos y que se observó que la amplitud de la gráfica correspondía al valor absoluto de A.

Posteriormente graficaron funciones de la forma: *y* = **A**. *Sen.**n**(x)*, utilizando como unidad de medida el radián, por ejemplo:

1. y = **2**. Sen.(x)
2. y = **2**. Sen.**4**(x)

Con el fin de que observaran que la amplitud seguía siendo la misma, mientras que el periodo y la frecuencia si cambiaban, ya que se afectaban de acuerdo al valor del parámetro ***n***. Se les pidió que leyeran gráficamente el periodo y la frecuencia de las dos funciones. Fácilmente identificaron que el periodo de la primera función era 6.28, es decir 2π. Para la segunda dijeron que el periodo era 1.57 radianes porque era el valor que leían de la calculadora. Cuando se les solicitó que expresaran ese valor en términos de π, muchos estudiantes tuvieron dificultad para hacer la conversión, pero cuando se les insinúo si necesitaban la equivalencia numérica del valor de π, entonces la gran mayoría hizo uso de la regla de tres y establecieron que el periodo era 0.5π.

Para establecer la frecuencia dijeron que hasta 3.14 (es decir π) la primera gráfica tenía solamente medio ciclo, mientras que la segunda tenía dos ciclos completos. Entonces se hizo una tabla en el tablero, donde se fueron registrando los valores del periodo y la frecuencia que los estudiantes iban leyendo de la calculadora de otras funciones que se dieron, con el fin de llevarlos a que encontraran un método matemático. Se obtuvo una tabla como la siguiente:

Función	Ampli.	Peri.	Frecu.
y = **2**. Sen.(x)	2	6.28 = 2π	1/2 ciclo
y = **2**. Sen.**4**(x)	2	1.57= 0.5π	2 ciclos
y = Sen.(x)	1	6.28 = 2π	1/2 ciclo

y = Sen.**3**(x)	1	2.107= 0.67π	1.5 ciclos
y = 3Sen.(**1/2**)x	3	12.56= 4π	1/4 ciclo

A partir de los datos que se fueron registrando en la tabla, los estudiantes llegaron a concluir que el valor del parámetro ***n***, era el que influía definitivamente en el periodo y la frecuencia, y con la orientación del maestro se llegaran a establecer las fórmulas:

Periodo = $2\pi/\boldsymbol{n}$
Frecuencia = $\boldsymbol{n}/2$

Finalmente los estudiantes graficaron en la calculadora funciones de la forma :
y = ***A***. *Sen.(**n**x- **k**)* y *y* = ***A***. *Sen.(**n**x + **k**)*, tanto en grados como en radianes, con el fin que visualizaran las traslaciones a la izquierda y derecha respectivamente(desfase) de estas gráficas con respecto a la gráfica *y = Sen(x)*. Al principio a algunos estudiantes se les hizo un poco difícil establecer el ángulo de desfase, pero después de realizar y observar varios ejercicios en la calculadora pudieron comprender lo que sucedía.

Se dejó como tarea para la casa 5 funciones de la forma *y* = ***A***. *Sen.(**n**x- **k**)* , para que ellos sacaran matemáticamente la amplitud, periodo, frecuencia, y desfase. En la clase siguiente graficaron las funciones en la calculadora y verificaron si lo que habían hallado correspondía efectivamente al comportamiento gráfico. Algunos estudiantes que tuvieron fallas en los cálculos matemáticos lograron corregirlas.

Como no se había llegado a establecer la expresión simbólica (función) para las gráficas de los 4 primeros relojes, porque consideramos que los estudiantes deberían tener más elementos que les permitieran acercarse a la expresión simbólica, se les hizo que graficaran en la calculadora las funciones:

1. *Y= 2. sen(x)*

2. *Y= 2 + 2 sen(x)*
3. *Y= 4 + 3 sen(x)*

Con el fin que identificaran una vez más que la amplitud de cada una de las funciones correspondía efectivamente al coeficiente de la función sen(x) y que el valor constante que se adicionaba, indicaba la traslación de la gráfica sobre el eje y.

Se les pidió que utilizaran la opción de listas y que buscaran por regresión trigonométrica, la expresión simbólica de cada gráfica para el reloj1, 2 ,3 y 4 respectivamente. Esto les tomó un buen tiempo, pues algunos hacían este manejo por primera vez por lo que tuvieron que recurrir a la ayuda del maestro a de otros compañeros, así como a los procesos seguidos a través del VIEW SCREEN, se llegó finalmente a obtener la aproximación de las expresiones simbólicas. Por ejemplo para el reloj 1 se llegó a una expresión simbólica aproximada a la función: $d = 3.5 + 3.\text{sen}(30(t - 3))$ ó . $d = 3.5 + 3.\text{sen}(30t - 90)$ Al pedirles que relacionaran cada uno de los parámetros de la función obtenida con la situación del reloj, identificaron que 3.5 correspondía a la distancia del techo al centro del reloj, 3 correspondía al radio del reloj, es decir la amplitud, 30 era el ángulo barrido en grados por cada hora. Sin embargo hubo gran dificultad incluso para los maestros entender con claridad el por qué de la traslación con respecto a la situación planteada, solo se llegó a explicar que como se había tomado la hora 12 como $t = 0$, en los tres primeros relojes, entonces para la hora $t = 3$, se había barrido un ángulo de 90 grados y al comparar la gráfica del reloj 1 con la del reloj 4, como se había observado con la hoja calcante, se había visto que el reloj 4 tenía una traslación de tres unidades hacia la izquierda con respecto alreloj1. Sin embargo consideramos que aún este aspecto no está lo suficientemente explicado desde el punto de vista físico. Por tal razón se les sugirió a los estudiantes que lo discutieran con su profesor de física pues tal vez el podría aportarles más elementos para el análisis.

Por último se les preguntó que si se hubiese realizado el taller no tomando el segmento horizontal sobre el reloj, sino uno vertical, por ejemplo a una pared, entonces nos hubiera dado una función similar? También sería periódica? . Contestaron que tendría que ser parecida y sería periódica. Se les dijo que si esto se hiciera tendríamos la función coseno, pero desafortunadamente por falta de tiempo no la alcanzábamos a hacer.

Conclusiones finales del taller realizado.

Definitivamente este fue un taller muy agradable tanto para alumnos como para los maestros participantes del proyecto. Debemos admitir que los maestros especialmente los que somos especializados exclusivamente en matemáticas, tuvimos que estudiar e interpretar bien el taller con anterioridad, pues nos dimos cuenta que nos faltaba comprender ciertos fenómenos físicos como este. Notamos que avanzamos en nuestro conocimiento y sobre todo que pudimos ofrecerles a nuestros estudiantes una alternativa diferente de la que habíamos venido desarrollando en años anteriores, más significativa y de mayor comprensión sobre las funciones circulares.

Por otra parte la gran mayoría de los estudiantes se sintieron muy a gusto durante el desarrollo del taller y trabajaron en general muy juiciosos, lo cual redundó directamente en su desempeño académico. Casi todos pasaron los desempeños sobre el tema, los cuales se habían definido para el tercer trimestre así:

- Identifica las características de las funciones trigonométricas a partir de sus gráficas.
- Determina en una función trigonométrica el dominio, rango, periodo amplitud y ángulo de fase.
- Analiza las variaciones de las funciones trigonométricas apoyado en la calculadora graficadora.
- Reconoce la importancia de las matemáticas en la formación como ciudadano

Los anteriores testimonios de los/las estudiantes, hacen ver el impacto que ha tenido en ellos la utilización de la calculadora graficadora, para ellos/ellas es un instrumento "amigo" que les sirve de apoyo en su aprendizaje.

Los estudiantes siempre se sintieron motivados al tener la oportunidad de socializar sus experiencias, exponían con claridad los logros obtenidos con la innovación, la participación de ellos/ellas fue una oportunidad para reconocer que lo que ellos hacían era muy valioso, aprendieron a dirigirse con naturalidad al auditorio.

Es de anotar que los /las estudiantes estuvieron siempre listos a colaborar, se destacaron por el buen trato con las calculadoras, actuaron siempre en forma responsable, al final de cada una de las clases 2 o 3 estudiantes se encargaban de observar que las calculadoras fueran reseteadas y apagadas de manera correcta además de ver que estuvieran completas. Del curso 1102 un estudiante siempre que se programaba alguna filmación, se responsabilizaba para hacerla, así fuera sacrificando su tiempo libre.

2.4.2. En la institución

Con la financiación del proyecto conseguimos para la institución elementos importantes que apoyan y permiten mejorar los ambientes y prácticas de enseñanza y aprendizaje . Contamos con 10 calculadoras TI83, una filmadora, una grabadora tipo periodista y un retroproyector, en comodato hay 19 calculadoras TI83, un Viewscreen. Con estos materiales y el compromiso de los maestros y directivos es posible seguir implementando la experiencia.

La institución estuvo bien representada en los diferentes eventos que fueron programados a nivel de: localidad, distrito y país.

2.5. PROYECCIÓN DE LA EXPERIENCIA EN TÉRMINOS DE SOSTENIBILIDAD, COBERTURA Y EXPANSIÓN

Conociendo las bondades de la innovación pensamos que es conveniente iniciar es proceso en el grado noveno y también en octavo. Se pueden desarrollar algunos de los talleres diseñados, haciéndoles los reajustes pertinentes, esto implica hacer cambios en el plan de estudios de estos grados. Este proceso tenemos que comenzarlo desde ya y continuarlo en los primeros días de iniciación del año lectivo (año 2002).

Hay gran interés y disposición de otros profesores del área y de otras áreas, de iniciar el proceso de aprendizaje para el uso de las calculadoras y luego poder trabajar con ellas en el aula de clase.

Para los maestros innovadores es necesario e importante conseguir financiación para mantener los equipos y para desarrollar actividades de socialización, estudio e implementación de la experiencia en los grados señalados anteriormente.

Algunos maestros de la jornada de la tarde desean conocer la experiencia para poderla implementar con sus estudiantes, esto implica el desarrollo de unos talleres para el manejo de la calculadora graficadora. Todo depende de la organización y apoyo por parte de las directivas de esa jornada.

La experiencia ha sido tan valiosa los maestros del grupo innovador, pensamos seguir diseñando talleres para implementarlos ojalá en todos los demás grados de sexto a noveno y continuar con los grados décimo y undécimo.

Hemos insistido en tener un laboratorio de matemáticas y contamos ya con la infraestructura. Nuestro propósito es no dejar de lado lo que con tanta dedicación hemos avanzado.

2.6. BIBLIOGRAFÍA

Andrade, L. Meza, M. Evaluación en Educación Matemática. Documento de trabajo. Una Empresa Docente. U. de los Andes. 1998.

Bogoya, D. Torrado, M. Hacia una cultura de la evaluación para el siglo XXI. Evaluación de competencias básicas. Editor Daniel Bogoya. Universidad Nacional. 1999. Pág. 92-104.

Casanova, A. El problema de la evaluación en el área de matemáticas. Artículo. Ministerio de Educación y Cultura, Madrid, España.

Gómez, P. Tecnología y educación matemática. Uniandes LIDIE, Colombia, Vol. 10, No. 1, 1997.

Gómez, P. y otros. Papel de las calculadoras en el salón de clase. Uniandes. Bogotá 2000

Gómez, P., Meza, V. Situaciones Problemáticas de precálculo. Una Empresa Docente. U. Andes. Bogotá.1998.

Gómez, P., Valero, P. La Potenciación del Sistema de Educación. Artículo. Una Empresa Docente U. Andes 1995. Bogotá. Colombia.

Matemáticas Fractal. Educación Secundaria, tomos 1 , 2 ,3 y 4. Editorial Vicens Vives, Segunda edición, Barcelona España 1998.

NTC, L.B. Estándares curriculares y evaluación para la educación Matemática. Sevilla: NCTM. 1998.

REVISTA EMA, investigación e innovación en educación matemática. Una Empresa Docente. Universidad de los Andes.

Rico, L. Diseño curricular en Educación matemática, elementos y evaluación. Sevilla. España. Ediciones Ayar.

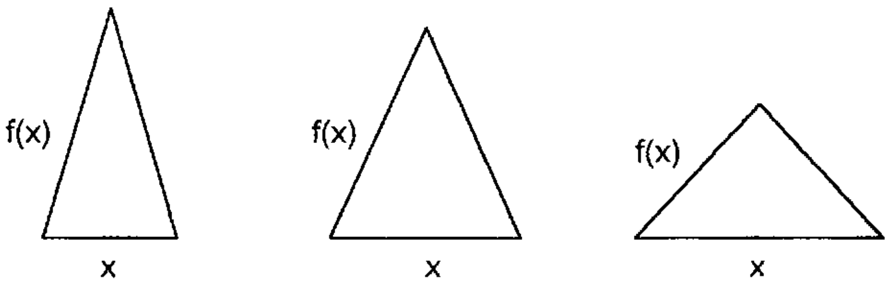
Skovmose, O. Hacia filosofía de la educación matemática crítica. Traducción Paola Valero, Una empresa Docente, Universidad de los Andes. Bogotá 1999.

ANEXOS

1. Taller: Variación de triángulos isósceles con igual perímetro

Enunciado

Con un ***hilo de 10 cm.*** Podemos formar una infinidad de triángulos isósceles. En esta actividad denominaremos con ***x*** la longitud de la base y con **f(x)** la longitud de uno de los lados congruentes (ver los siguientes gráficos).



En una hoja donde aparezcan los nombres de los integrantes del grupo, realicen las siguientes actividades registrando todos los procesos.

1. Para tres triángulos isósceles de 10 cm. de perímetro y de base 2 cm, 3 cm, y 4cm., respectivamente, determinen la longitud de cada lado congruente, y registre los valores encontrados en la siguiente tabla.

X	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	...
f(x)								

2. Determinen los valores que hacen falta en la tabla y describan los procedimientos, operaciones, etc, que utilizaron para encontrar estos valores..

3. Observen los datos de la tabla y describan las regularidades de los datos de cada fila. Si encuentran alguna regularidad entre los datos de las dos filas, descríbanla de manera escrita.

4. Encuentren una fórmula que les permita calcular **f(x)** a partir de **x.** Describan el proceso que utilizaron para encontrarla, verifique que al aplicar la fórmula a los datos de la primera fila de la tabla efectivamente se obtienen los respectivos datos de la segunda fila.

5. Grafiquen en la calculadora la función encontrada en el punto 4. verifiquen si los valores de su tabla, corresponden con los valores de la tabla dada por la calculadora. **Copien un esbozo de la gráfica que obtuvieron**, y escriban la **magnitud** que representa cada uno de los ejes.

6. Con la opción Tblset, pueden dar incrementos muy pequeños, por ejemplo 0.5, 0.1, 0.01, etc. Pueden explorar todo lo que deseen con la calculadora, de tal forma que les ayude a contestar las siguientes preguntas.

a) La función es creciente?. Justifiquen su respuesta valiéndose de la gráfica y de las tablas de valores reportadas.

b) Teniendo presente que el hilo es de 10 cm., qué valores numéricos no podrían considerarse como medidas posibles de la base del triángulo?. Justifiquen sus respuestas.. De acuerdo a estas respuestas, cuál es el **intervalo** que representa el **dominio** de variación de la función?. Represéntelo en la gráfica.

c) Según el intervalo encontrado anteriormente (variaciones de la base), entre qué valores varía la medida de la longitud del lado congruente f(x)?. Justifiquen su respuesta. Cuál es entonces, el **rango** de la función?. Represéntelo en la gráfica.

7. Qué cosas de las que realizó con la calculadora, le apoyaron para contestar las preguntas anteriores?. Descríbalas lo más detalladamente posible.

Análisis didáctico para el taller: función afín, en una construcción geométrica

Intencionalidad:

Con la parte inicial del taller, punto 1 y 2, se pretende que los estudiantes en primer lugar interpreten la situación propuesta, Analicen cuáles son las magnitudes que se relacionan y cuál es la variable independiente y dependiente. Además comiencen a hacer un análisis sobre las variaciones de las magnitudes implicadas. Creemos que por lo menos al momento de llenar la tabla, los estudiantes puedan identificar alguna regularidad que se mantiene entre los datos de la tabla.

Con el punto 3, se quiere que los estudiantes utilicen varias formas o métodos para encontrar una ecuación que relacione el lado igual del triángulo isósceles en función de la base(lado desigual).

Luego se pretende que los estudiantes en primer lugar pongan a prueba la ecuación (Función) que encontraron en el punto 3. Es probable que algunos descubran que lo que hicieron está mal, y tengan que volver a revisar sus procedimientos. Una vez que los estudiantes han comprobado su ecuación, se quiere que ellos observen mediante incrementos cada vez más pequeños, las variaciones que ocurren entre las magnitudes. Además van a poder tener muchísimos valores en la tabla, lo que les va a dar una idea más cercana a lo que significa la continuidad en los reales, la cual no es tan evidente en la tabla. Consideramos que las exploraciones que ellos hagan con la calculadora les ayude a contestar las preguntas de análisis que se hacen del a) al e).

Por último se quiere conocer algunos de los procedimientos que utilizaron los estudiantes con la calculadora y que les ayudó realmente a contestar las preguntas. Consideramos que esta información nos ayudará a determinar la utilidad o la poca utilidad de la calculadora en la actividad.

Reflexiones sobre el conocimiento temático implicado en el taller:

- En primer lugar consideramos que el estudiante debe saber identificar las variables o magnitudes que intervienen en una situación. Es decir, debe saber lo que significa que "f(x) depende del valor de x" y describir de alguna forma, las características de x y de f(x).

- La pregunta 2, invita a los estudiantes a que hagan un análisis acerca del comportamiento de los datos que hay en la tabla. Al momento de hallar los valores en la tabla o al observarlos posteriormente, es posible que los estudiantes se den cuenta que cuando se avanza una unidad en las x, se disminuye en 0,5cm las f(x), lo cual estarían encontrando implícitamente el valor de la pendiente. Es probable que los estudiantes no sean conscientes de ello. Otros, tal vez se valgan de la fórmula (Calculando la pendiente de la recta dados dos puntos). Consideramos muy importante que al momento de socializar el trabajo realizado por los grupos, el maestro les haga ver las diferentes formas de hallar y "ver" la pendiente.

- Para contestar el punto 3, tal vez el que consideramos el de mayor dificultad (Dada la poca habilidad que demuestran la mayoría de estudiantes al momento de hacer una generalización, porque por lo general se les dificulta relacionar de manera coherente las magnitudes o porque comenten muchos errores de tipo algebraico), esperamos que algún grupo se valga de la siguiente relación: "perímetro de un triángulo isósceles, es igual a dos veces el lado igual más el lado desigual (base)" 10 cm = 2f(x) + x, de donde al despejar f(x) =(10 -x)/2 ó lo que es lo mismo: f(x) = -0.5 X + 5. Otros, posiblemente calculen la pendiente y luego apliquen el proceso de punto-pendiente para hallar la ecuación de la recta. Aunque muchos quizá una vez hallada la pendiente no sepan qué hacer para establecer la ecuación. Otros quizá se atrevan a darle valor de cero a x en la tabla (aunque este no esté en el dominio, ya que no puede haber bases cero, y se den cuenta que entonces el lado (igual) del triángulo valdría 5 cm, y que por lo tanto éste sería el punto de corte de la recta con el eje Y, y de esta forma hallar la ecuación de la recta. Pensamos que el maestro debe estar muy atento a éstos posibles procedimientos utilizados por los alumnos ,o a otros que no estén contemplados en estos supuestos y que pueden tener sentido, para orientarlos adecuadamente.

- Con respecto a los puntos a) al e), el maestro debe observar (interviniendo solo en el caso que los alumnos lo soliciten), QUÉ COSAS hacen los alumnos con la calculadora para contestar las preguntas que se propusieron y registre lo observado (Es conveniente que haya un profesor acompañante para ayudar en el proceso de observación). Estos datos se pueden confrontar con lo que van a describir los alumnos en el punto 4.

2. Taller: Funciones afines, en una situación cotidiana

Enunciado

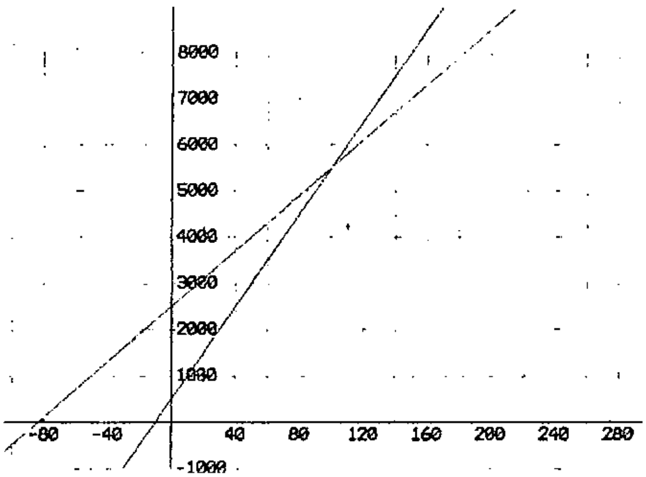
Raúl desea fotocopiar un libro que se le perdió. Preguntó en dos sitios, cuánto valía cada fotocopia y cuánto valía empastarlo. Estas fueron las respuestas:

a) XEROXCOPIAS: fotocopia a \$50 y empastada \$500

b) MINOLTA: fotocopia a \$30 y empastada \$2.500

A continuación se presenta en un plano cartesiano, las gráficas que representan el **dinero total pagado,** en función del número de fotocopias.

1. Identifica las magnitudes(variables) que intervienen en el problema. Escribe



   cuál magnitud representa el eje **X** y cuál el eje **Y.**
2. Identifica la gráfica correspondiente a cada fotocopiadora. Explica y justifica su respuesta.
3. Si el libro tiene **menos** de 100 hojas, ¿Cuál es la mejor opción?. Expliquen.
4. Si el libro tiene 150 hojas, ¿a qué fotocopiadora se debe llevar?. ¿Por qué?
5. Escribe para cada fotocopiadora **una ecuación** que relacione el dinero gastado (fotocopias más empastada) en función del número de fotocopias.
6. Si tengo \$7.000. ¿Cuántas fotocopias puedo sacar en cada opción, de tal forma que pueda pagar la empastada?. Podrían utilizar las ecuaciones

halladas en el punto 5, para contestar ésta pregunta. ¿Cómo lo harían?. Expliquen.

7. ¿En qué punto se cruzan (encuentran) las dos rectas?. ¿Qué significado tiene este punto en relación con el problema?. Utilice un proceso algebraico para calcular las coordenadas del punto, describan cómo lo hicieron.

8. Qué pueden decir acerca de la continuidad de las funciones representadas?. Justifiquen.

3. Taller sobre la "reproducción de células"

Enunciado

Una forma típica de reproducción de las bacterias es la mitosis: una célula "madre", al cabo de un tiempo – por ejemplo una hora- se divide en dos. Pasada otra hora cada bacteria hija se divide de nuevo en dos, y así sucesivamente.

1.

a) Elabore (al respaldo de la hoja) un diagrama de árbol que ilustre el número de bacterias que hay al cabo de 1 hora, 2 horas, 3 horas, etc. Luego registre en una tabla la relación entre el número de bacterias y el tiempo transcurrido.

b) Suponga que ahora parte de **dos** células "madre", luego de **tres** células "madre" y por último de **cuatro** células "madre". Elabore (al respaldo de la hoja) los diagramas de árbol para cada caso y registre los datos obtenidos en la siguiente tabla, Tenga en cuenta que:

x, es el No. de horas

y_1, es el No. de bacterias partiendo de **una** célula "madre"

y_2, es el No. de bacterias partiendo de **dos** células "madre"

y_3, es el No. de bacterias partiendo de **tres** células "madre"

y_4, es el No. de bacterias partiendo de **cuatro** células "madre"

x	y_1	y_2	y_3	y_4
0				
1				
2				
3				

Nota: Intente analizar los ítems del punto 2) sin utilizar la calculadora graficadora, pero si usted ve que tiene muchas dificultades para desarrollarlos, puede utilizarla trabajando con la opción de listas.

2.

a) Observe los datos obtenidos en cada columna. Ahora intente calcular (sin utilizar el diagrama de árbol) cuántas bacterias habría al cabo de 5 horas y 8 horas para y_1, y_2, y_3 y y_4. Registre los valores encontrados en las dos últimas filas de la tabla y describa los procedimientos que utilizó para encontrarlos.

b) Observe en la tabla los datos obtenidos para y_1 de acuerdo al tiempo transcurrido. Encuentre una ecuación (expresión simbólica) que le permita calcular y_1, a partir del tiempo **x**.

y_1 = ___________

c) Compare los datos de la columna y_2 con respecto a la columna y_1. Qué regularidad encuentra?

____

____

d) Escriba una ecuación que le permita calcular y_2, a partir del tiempo **x**.

y_2 = _____________

e) Ahora compare los datos de la columna y_3, y la columna y_4 con respecto a y_1. Qué regularidad encuentra? ,

____

f) Escriba la ecuación que le permita calcular y_3 y y_4 , a partir del tiempo **x**.

y_3 = ________________

y_4 = ________________

g) Al comparar los datos obtenidos en y_4 con respecto a y_2, se puede decir que:

$$y_4 = 2.\ y_2$$

$$y_4 = 2.\ 2\ (2)^x$$

$$y_4 = 2^{(x+2)}$$

Compare esta expresión con la obtenida para y_4 en el **punto 2 literal f),** Qué puede concluir?, Justifique.

____

____

____

____

h) Digite las expresiones obtenidas para y_1, y_2, y_3, y y_4, Verifique si los datos registrados por usted en la tabla del punto **1 literal b**), están de acuerdo a los datos de la tabla en la calculadora. Observe el intercepto con el eje **y**, de cada una de las funciones, e identifique la relación que tiene con la situación planteada (escriba sus apreciaciones).

____

____

____

____

____

3.

a) Grafique las siguientes funciones e identifique el punto de corte de cada una de las gráficas con el eje **y**. Escríbalo al frente de la expresión.

$$y_1 = 3^{(x+2)}$$

$$y_2 = 2^{(x+3)}$$

$$y_3 = (\frac{1}{2})^{(x+3)}$$

b) Las anteriores funciones tienen la forma: $y = b^{(x+k)}$. De acuerdo a lo observado en el punto anterior, cómo identifica en esta función el punto de corte con el eje **y**?

c) Si una reproducción está dada por la ecuación: $y = 2^{(x+5)}$, entonces cuántas células "madre" había inicialmente, verifique en la calculadora y describa cómo lo hizo.

4. Suponga que una clase de bacteria se reproduce por mitosis cada 25 minutos. Si se inicia con una bacteria, cuántas bacterias habrá aproximadamente al cabo de tres horas y media? Describa el proceso que utilizó para calcularlas.

Análisis didáctico para el taller construcción de un modelo exponencial haciendo uso de la tecnología manual

¿Qué es un modelo exponencial?

Un modelo exponencial es aquella situación que, después de haber sido examinada matemáticamente, se representa por medio de una función exponencial.

Un modelo exponencial se puede determinar a través de una ecuación (representación simbólica) por medio de una gráfica (representación gráfica) que mejor aproxime los datos del problema.

Los modelos exponenciales son muy frecuentes en el estudio de crecimientos o decrecimientos poblacionales, en el cálculo de intereses bancarios, así como en los diversos fenómenos físicos.

Para esta presentación nos valemos de la siguiente situación: "*Reproducción de las células*"

Una forma típica de reproducción de las bacterias es la mitosis: una célula, al cabo de un tiempo – por ejemplo una hora- se divide en dos. Pasada otra hora cada bacteria hija se divide de nuevo en dos, y así sucesivamente.

Se propone que los estudiantes analicen 4 casos iniciando con una, dos, tres y cuatro células "madre" y puedan representar estos modelos de diversas formas.

(por ejemplo que el modelo y_4 = 4 (2) x, es equivalente a y_4 = (2)(x+2)

Intencionalidad

El propósito principal del taller es que los estudiantes construyan un modelo exponencial a partir de la situación real como es la reproducción de células y puedan identificar de manera significativa con la situación, el oficio del parámetro k, en una función de la forma: $f(x) = k\ b^{x}$

Para llegar a la construcción del modelo deben identificar las variables que intervienen en la situación, diferenciar la variable independiente de la dependiente, se quiere propiciar para que los estudiantes realicen diagramas de árbol que les puedan dar información para cada caso y luego que esa información la registren en una tabla de datos y que puedan observar y analizar el comportamiento de los mismos para poder llegar a una o varias conclusiones (la construcción de los modelos).

La idea es que esa observación y análisis, invite a los estudiantes a utilizar la calculadora para hacer comparaciones entre lo que han realizado y los datos que aparecen en la calculadora, y generen expectativas de lo que sucederá al construir las gráficas y otras similares

Además los estudiantes podrán poner a prueba los modelos que han construido a partir de la situación real. También tienen la oportunidad de observar, comparar y sacar conclusiones a cerca del comportamiento gráfico de algunas funciones exponenciales dadas y de aplicar los modelos construidos en situaciones similares.

Recursos

Se requiere de, un retroproyector un viewscreen con su respectiva calculadora y de dos calculadoras graficadoras para cada dos estudiantes.

4. Taller: Aplicación de la función exponencial "monto e interés compuesto"

Enunciado

Como aplicación de la función logarítmica y exponencial realizaremos problemas sobre el interés compuesto. Recuerde que en su clase de contabilidad le han explicado que el interés es llamado compuesto cuando los intereses que gana el capital prestado se capitaliza periódicamente, es decir, se suman al capital prestado a intervalos iguales de tiempo, formando un nuevo capital prestado al final de cada unidad de tiempo.

El período de tiempo entre la adición sucesiva de intereses es conocido como el período de capitalización. Así, si el interés es compuesto trimestralmente, el período de capitalización es tres meses; si el interés es compuesto semestralmente, el período de capitalización es seis meses.

En matemáticas financieras, se llama monto de una deuda o de una inversión a la suma que se obtiene después de regresar el capital y los intereses. Luego: MONTO = ____________________

Aplique la expresión anterior a la siguiente situación: Suponga que $100.000 son invertidos durante 3 años, a una tasa del 12% compuesto anualmente .Calcule el monto compuesto y el interés compuesto.

Al final del primer año, el valor de la inversión es el capital más el interés sobre el capital. Calcule el monto al cabo del primer año: ____

Esta es la cantidad sobre la cual el interés es generado para el segundo año. Al finalizar el segundo año el valor de la inversión es el capital del final del primer año más el interés sobre esa cantidad. Calcule el monto al cabo del segundo año: ____

Ahora calcule el monto al cabo del tercer año: ____

EL interés compuesto al cabo de los tres años es: ______________________________

porque____
____
____

Complete la ecuación: INTERES COMPUESTO = ______________________________

De manera más general, si el capital **C** es invertido a una tasa de interés **r**, compuesto anualmente, la cantidad compuesta después de un año es:________________ , factorizando:_____________

Al final del segundo año la cantidad es:_____________________ , factorizando:______________

Al final del tercer año la cantidad es: ______________________ , factorizando: _______________

¿Cuál es la fórmula al final de cinco años después de factorizar?___________________________

Escriba la fórmula para n años:____

Observe la ecuación y suponga que se dan un capital C y una tasa de interés r, luego: $S = C(1 + r)^n$

¿Es **S** una función de **n**?____________ ¿Por qué? ____

¿Qué clase de función es? ____________________ ¿Por qué?______________________________

¿Cuál es la base?_______________

Ahora suponga que en el mismo problema anterior el interés ya no es capitalizable anualmente sino trimestralmente(***), entonces hay cuatro períodos de interés o períodos de capitalización por año y en 3 años son 3(4) = 12 períodos de interés. Así el monto compuesto anual con r = 12%, se convierte en una tasa por período de interés de 12% / 4 es decir el 12% compuesto trimestralmente.

Con base en el ejemplo anterior se tiene:

$\mathbf{S = 100.000(1+0.12/4)^{12}}$

Calcule este valor. ¿Cuál es la diferencia entre el valor anterior y éste?________

¿Cuánto?______

Calcule el monto compuesto capitalizable en un período más corto, el que usted quiera:_________

Escriba una conclusión respecto a porque es más conveniente capitalizar en períodos cortos:

Para analizar la diferencia entre el interés compuesto anual y el interés compuesto anual trimestralmente, utilice la calculadora para notar la diferencia al observar las tablas las tablas y las gráficas. Elabore las gráficas (un bosquejo en papel milimetrado):

Recuerde las propiedades de logaritmación y aplíquelas para el cálculo de la fórmula $S = C(1 + r)^n$

Debe obtener: $\log S = \log C + n \log (1 + r)$. Justifique.

Solucione el siguiente problema:

Una suma de \$ 700.000 que se prestó durante cinco años a un interés compuesto anual se convirtió en \$1.289.704,62. ¿A qué porcentaje anual se prestó?

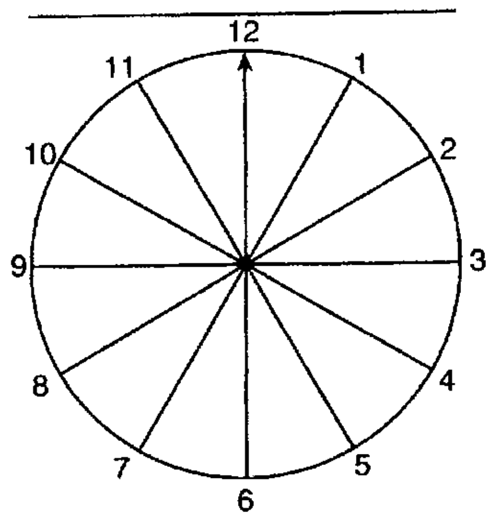
5. Taller sobre los relojes

Enunciado

HOJA DE TRABAJO 1

Primera parte

Reloj 1. El reloj de la figura siguiente tiene un radio que mide 3 cm. y su centro está a 3,5 cm. del segmento que representa el techo. Mida la distancia ***d*** que hay del techo al extremo del horario en cada hora en punto, comenzando desde las 12:00, hora que se asume como $t = 0$.

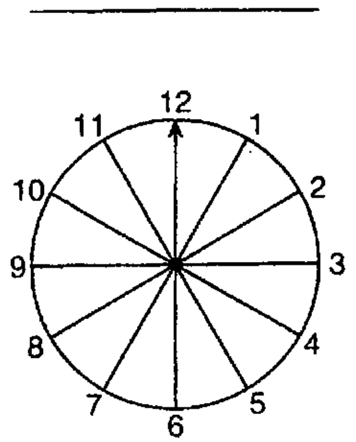


Registre sus mediciones en la tabla siguiente:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d													

¿Qué valores de ***d*** podrían obtenerse para ***t*** = 13, 14, 15, ..., 24?

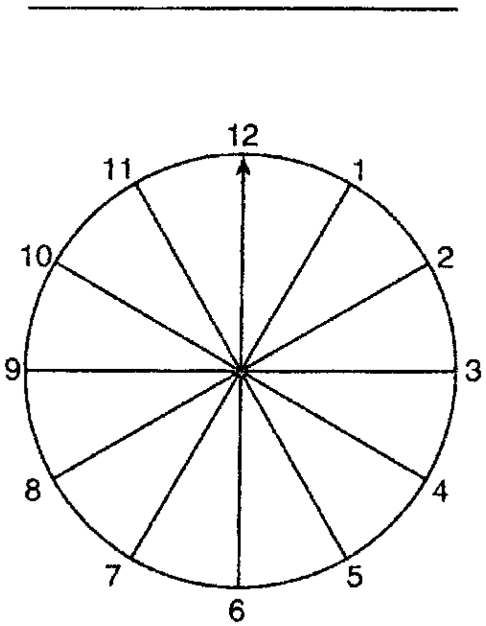
Reloj 2. El reloj de la figura siguiente tiene un radio de 2 cm. y su centro está a 3,5 cm. del segmento que representa el techo. Mida y registre las distancias como lo hizo en *Reloj 1*.



t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d													

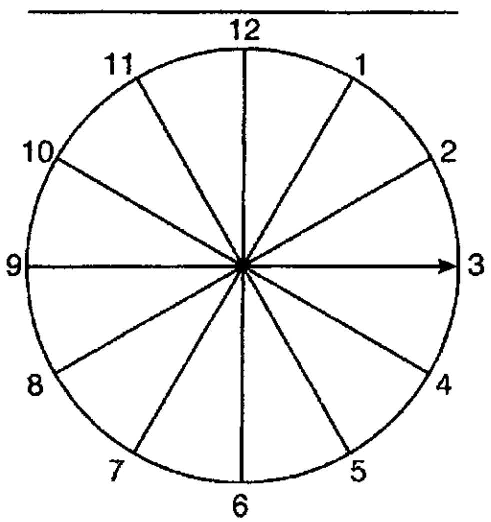
Segunda parte

Reloj 3. El reloj de la figura siguiente tiene un radio de 3 cm. y su centro está a 5 cm. del segmento que representa el techo. Mida y registre las distancias como lo hizo en *Reloj 1* y *Reloj 2.*



t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d													

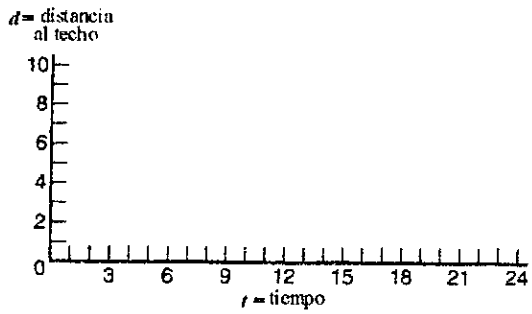
Reloj 4. El reloj de la figura siguiente tiene un radio de 3 cm. y su centro está a 3,5 cm. del segmento que representa el techo. Mida y registre las distancias como lo hizo en *Reloj 1*, *Reloj 2* y *Reloj 3*, pero ahora comience en las 3:00, hora que se asume como $t = 0$.



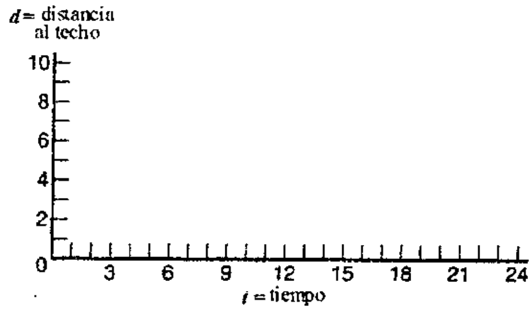
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d													

HOJA DE TRABAJO 2

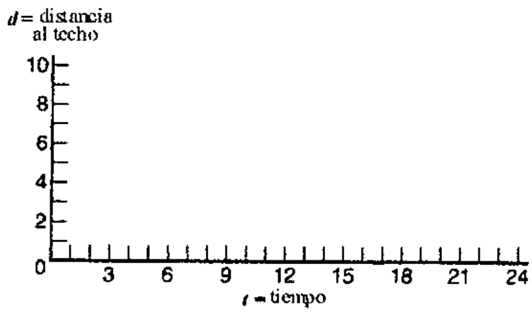
En los respectivos sistemas de coordenadas siguientes, ubique los puntos relativos a los datos recopilados en cada uno de los cuatro relojes de la Hoja de trabajo 1.



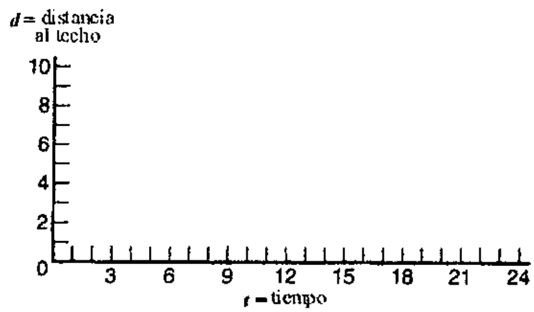
Gráfica para el reloj 1
Medida del radio = 3 cm.
Distancia del techo al centro = 3,5 cm.
Hora inicial = 12:00



Gráfica para el reloj 2
Medida del radio = 2 cm.
Distancia del techo al centro = 3,5 cm.
Hora inicial = 12:00



Gráfica para el reloj 3
Medida del radio = 3 cm.
Distancia del techo al centro = 5 cm.
Hora inicial = 12:00

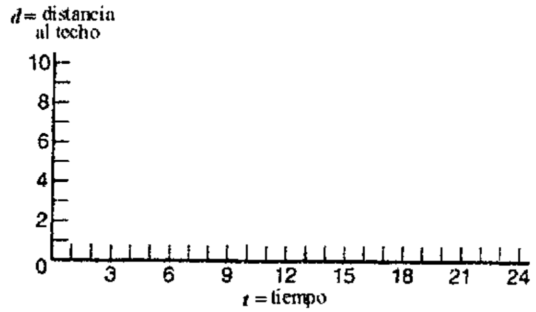


Gráfica para el reloj 4
Medida del radio = 3 cm.
Distancia del techo al centro = 3,5 cm.
Hora inicial = 3:00

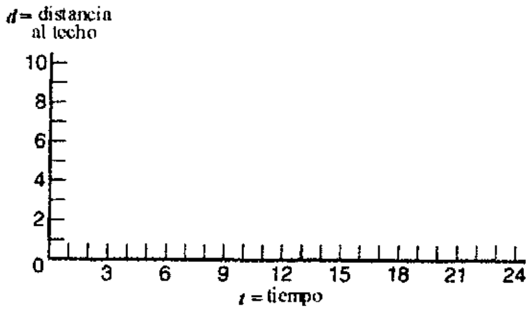
Identifique y describa las semejanzas y las diferencias existentes entre las cuatro gráficas.

HOJA DE TRABAJO 3

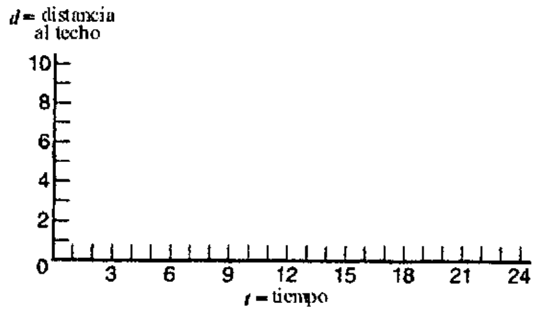
Bosqueje la gráfica de la distancia del extremo del horario del reloj al techo, como una función del tiempo para cada uno de los relojes citados a continuación.



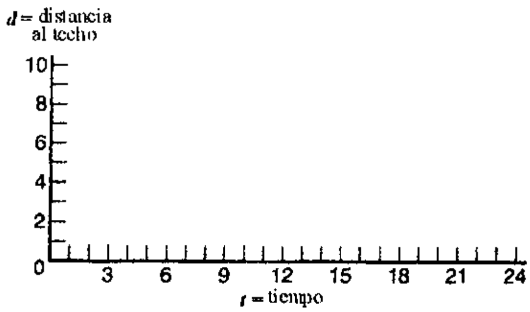
Gráfica para el reloj 5
Medida del radio = 4 cm.
Distancia del techo al centro = 6 cm.
Hora inicial = 12:00



Gráfica para el reloj 6
Medida del radio = 5 cm.
Distancia del techo al centro = 5 cm.
Hora inicial = 12:00



Gráfica para el reloj 7
Medida del radio = 4 cm.
Distancia del techo al centro = 6 cm.
Hora inicial = 6:00

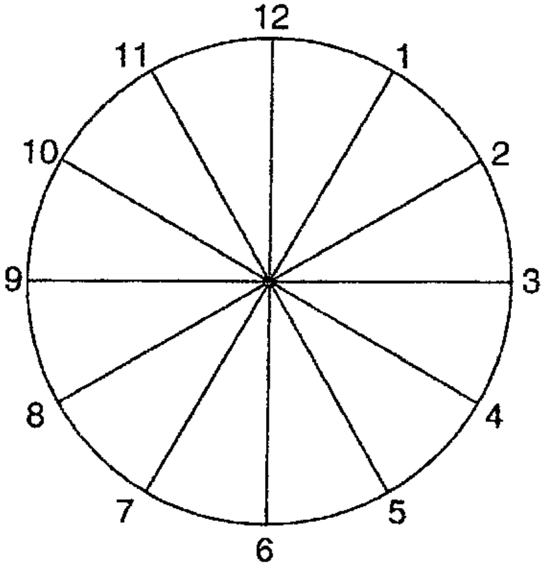


Gráfica para el reloj 8
Medida del radio = 3 cm.
Distancia del techo al centro = 6 cm.
Hora inicial = 9:00

Explique cómo hizo las predicciones.

HOJA DE TRABAJO 4

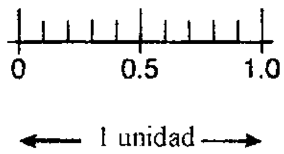
El reloj de la siguiente figura tiene un radio de una unidad. Sea ***X***, una nueva variable, que hace referencia al ángulo generado por el horario al girar a partir de las 12:00, hora tomada como ***t*** = 0.



Complete los datos de la segunda fila de la siguiente tabla.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	0°	30°		90°				210 °					
d	0,0			1,0				-0,5					

Corte o calque la regla que aparece enseguida. Use la unidad de esta regla para verificar que el radio del reloj es una unidad. Use la regla para medir la distancia ***d*** comprendida entre el segmento vertical que pasa por el centro del reloj y el extremo del horario del mismo. Considere que ***d*** es positiva cuando el horario esté a la derecha del segmento horizontal y negativa cuando esté a la izquierda. Comience la medición para las 12:00, hora considerada para ***t*** = 0. Registre sus resultados en la tercer fila de la tabla.



HOJA DE TRABAJO 5

En la Hoja de trabajo 4, la función que expresa ***d*** en términos de ***X***, se llama la función seno. Así, si ***X*** es el ángulo generado por el horario al girar a partir de las 12:00, entonces el seno de ***X*** es la distancia perpendicular del segmento vertical que pasa por el centro del reloj al extremo del horario. Esta ecuación se escribe como ***d*** = sen***X***.

1. Use una calculadora, configurada en modo de grados (MODE DEGREE), para calcular sen 0°, sen 30°, sen 60°, etc. Compare cada valor con el valor de *d* registrado en su tabla de la Hoja de trabajo 4. ¿Qué encuentra?
2. En la calculadora graficadora, digite la expresión 3,5+3 sen(30(***X***-3)) para Y_1. Construya una tabla con 0 como valor inicial de ***X***, e incrementos en ***X*** de 1. Compare la tabla resultante con la que obtuvo para el reloj 1 en la primera parte de la Hoja de trabajo 1; asegúrese de que la calculadora está configurada en modo de grados. ¿Qué encuentra?
3. Repita el anterior procedimiento usando 3,5+2 sen (30(***X***-3)) para Y_2, y compare la tabla resultante con la que obtuvo para el reloj 2 en la primera parte de la Hoja de trabajo 1. ¿Qué encuentra?
4. Qué fórmulas para Y_3 y Y_4, podrían generar las tablas de los relojes 3 y 4 obtenidas en la segunda parte de la Hoja de trabajo 1.

6. Taller 1 - cajas

Enunciado

Consiga una hoja cuadriculada de 20cm. y 24cm. de dimensiones, colbón y tijeras. Trabaje ordenadamente en cada uno de sus cuadernos, sin tachones.

Para la actividad siguiente se van a organizar en grupos e 4 estudiantes. Inicialmente habrá un trabajo individual, luego un trabajo en el grupo de 4 y para terminar habrá una puesta en común en la que cada grupo expondrá un resumen del trabajo que realizó.

Trabajo Individual
Con la hoja de papel cuadriculado, de 20 cm. por 24 cm. que cada uno de ustedes trajo y siguiendo la misma estrategia que les mostré para hacer una caja sin tapa, cada uno de ustedes va a construir su propia caja. Queremos que entre todos los alumnos de este curso haya mucha variedad en los tamaños de las cajas construidas; para ello asegúrese de que su caja sea de diferente tamaño a las construidas por sus compañeros de grupo.

¿Qué medida tiene el lado del cuadrado que recortó?

Con el dato anterior, calcule las medidas de la caja construida Escriba una descripción de lo que hizo.

Mida el largo, el ancho y la altura de la caja. ¿Coinciden dichas medidas con los datos calculados en el punto anterior?

¿Qué cantidad (área) de papel se desperdicio al construir la caja de la manera como se hizo?. Describa por escrito como se llegó a su respuesta.

¿Qué cantidad (área) de papel tiene la caja? Explique como llegó a su respuesta.

Trabajo en grupos de 4
En la siguiente tabla registren los datos correspondientes a la caja de cada uno de los 4 integrantes del grupo.

Nombre del estudiante	Altura de la caja	Largo de la caja	Ancho de la caja	Área del papel desperdiciado	Área del papel de la caja

Cada uno de los integrantes del grupo debe explicar oralmente a sus compañeros como calculó las medidas de su caja registradas en las últimas 4 columnas de la tabla. Para cada una de las medidas incluidas en la tabla, escriban que similitudes y diferencias encontraron en los procedimientos expuestos.

Describan como podrán calcular los datos correspondientes a las últimas 4 columnas de la tabla para cualquiera de los alumnos de otro grupo.

Si x representa la medida del lado de cualquier cuadrado en cualquiera de las cajas construidas y l representa la medida del largo de la caja, escriban una ecuación que les permitan construir l a partir de x.

Si x representa el lado de cualquier cuadrado recortado en cualquiera de las cajas construidas y a representa la medida del ancho de la caja, escriban una ecuación que les permita calcular a a partir de x.

Si x representa la medida del lado de cualquier cuadrado recortado en cualquiera de las cajas construidas y d representa el área del papel desperdiciado, escriban una ecuación que les permita calcular d a partir de x.

Si x representa la medida del lado de cualquier cuadrado recortado en cualquiera de las cajas construidas y u representa el área del papel desperdiciado, escriban una ecuación que les permita calcular u a partir de x.

Pidan a otro grupo la tabla que registra los datos de sus cajas. Con estos datos pongan a prueba las cuatro ecuaciones que establecieron anteriormente. Es decir usen las medida de los cuadrados recortados para calcular *l*, a. *d*. u y comparen l os resultados obtenidos con los datos de la tabla. Reporten por escrito el resultado de la prueba, ilustrando algunos de los cálculos realizados.

Determinen si el siguiente enunciado es falso o verdadero y expliquen su respuesta. Entre las cuatro ecuaciones que quedaron determinadas en los puntos 4 a 7, hay algunas que representan funciones afines y otras no.

Con base en sus respuestas a los puntos 6 y 7, describan las ecuaciones que representan el área del papel desperdiciado y el área del papel que tiene la caja.

Preparen una breve exposición del trabajo realizado por el grupo en la que destaquen la manera como llegaron a las ecuaciones mismas, incluso si éstas no funcionan al ponerlas a prueba en el punto anterior.

7. Taller 2: Funciones afín y cuadrática

Enunciado

Para trabajar en la situación que se plantea a continuación van a seguir organizados en los mismos grupos que para el primer taller. También ahora se quiere lograr una gran variedad de tamaño de cajas, así que asegúrese que el tamaño de sus cajas sea diferente al tamaño de las cajas de sus compañeros de grupo.

Trabajo Individual
Acerca de las cajas muy altas
En las filas 3 a 6 de la siguiente tabla registren los datos correspondientes a las cajas muy altas que cada uno de los 4 integrantes del grupo construyó (organicen ascendentemente los datos correspondientes a la altura de la caja).

Con la misma estrategia usada en el primer taller y usando el mismo tamaño de papel 24cm.por 20 cm.), construya una caja muy alta. Determine las tres medidas de la caja y calcule el área de tal caja y el área del papel desperdiciado.

Trabajo en grupos de a cuatro
Con la misma estrategia usada en el primer taller y usando el mismo tamaño de papel (24cm. por 20 cm.), construya una caja muy baja. Determine las tres

medidas de la caja y calcule el área del papel de la caja y el área del papel desperdiciado.

1	Nombre del estudiante	Medidas de la caja construida			Área del papel de la caja	Area del papel desperdiciado
2		altura	largo	Ancho		
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

1)Juan y Mercedes, alumnos que están realizando este taller, hacen respectivamente las siguientes afirmaciones:
"en el contexto en el que estamos trabajando, la caja de mayor altura que se puede construir, así sea en la imaginación, es la que tiene altura 11.999 cm."

2)"en el contexto en el que estamos trabajando, la caja de mayor altura que se puede construir, así sea en la imaginación, es la que tiene altura 9.999 cm."
¿Cuál de los dos alumnos tiene razón?. Explique su respuesta.

3)¿En el grupo de ustedes se ha construido la caja de mayor altura posible?. Explique su respuesta,

4)En las filas 7 a 10 de la tabla anterior, registren en forma ascendente la medida de la altura de cuatro cajas (de tamaños diferentes) que se pueden construir, por lo menos en la imaginación, en el contexto dado y que tengan altura mayor que las ya construidas. Calculen también el resto de medidas que están implicadas en la tabla.

5) Examinen la tabla que han elaborado y describan, en términos generales, como varían las medidas del largo, del ancho, el área del papel de la caja y el área del papel desperdiciado cuando la medida de la altura se hace cada vez más grande, en el contexto dado.

Acerca de las cajas muy bajas

6)En las filas 3 a 6 de la siguiente tabla registren los datos correspondientes a las cajas muy bajas que cada uno de los cuatro integrantes del grupo construyó(organicen descendentemente los datos correspondientes a la altura de la caja). (Segundo taller)

1	Nombre del estudiante	Medidas de la caja construida			Área del papel de la caja	Area del papel desperdiciado
2		altura	largo	Ancho		
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

Un estudiante de un grupo dice haber construido en su imaginación una caja de altura 0.001 cm. y afirma que esa es la caja de menor altura en el contexto en el que se está trabajando. Si consideran que el estudiante tiene la razón, expliquen por qué; y si consideran que el estudiante no tiene la razón, construyan un argumento para convencerlo de que no tiene la razón.

¿En el grupo de ustedes se ha construido la caja de menor altura posible? Expliquen su respuesta.

En las filas 7 a 10 de la tabla anterior, registren en forma descendente la medida de la altura de cuatro cajas (de tamaños diferentes) que se puedan construir, por lo menos en la imaginación, en el contexto dado y que tengan altura menor que las ya construidas. Calculen también las otras medidas que están implicadas en el resto de la tabla.

Examinen la tabla que han elaborado y describan, en términos generales, como varían las medidas del largo, el ancho, el área del papel, el área del papel desperdiciado cuando la medida de la altura se hace cada vez más pequeña, en el contexto dado.

Acerca de cualquier caja

Den dos valores (los llamaremos e y q) muy próximos entre sí, que sean la medida de la altura de dos cajas en el contexto en el que se está trabajando. Para las dos cajas que quedan así determinadas, calculen las medidas del largo, el ancho , el área del papel y el área del papel desperdiciado. ¿Se podría construir una caja que tuviera altura w entre e y q? Den un valor para w. Hagan algún tipo de estimativo(no se les pide que hagan cálculos) para la medida del largo y el ancho de la caja de altura w , para el área del papel y el área del papel desperdiciado de tal caja.

Con respecto al punto anterior, ¿el valor que dieron a w es el único posible? Expliquen su respuesta.

En el contexto en el que estamos trabajando, ¿habría dos cajas de alturas diferentes entre las cuales no se podría encontrar una tercera caja de altura intermedia? Explique su respuesta.

Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del lado del cuadrado recortado para construir cualquier caja en este contexto.

Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del largo de cualquier caja construida en este contexto.

Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del ancho de cualquier caja construida en este contexto.

Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del papel de la caja y del papel desperdiciado de cualquier caja construida en este contexto.

Preparen una breve exposición del trabajo realizado por el grupo en la que destaquen la manera como llegaron a determinar los conjuntos de valores en las preguntas 14 a 18 y los conjuntos mismos.

8.Taller 3: Funciones polinómicas

Enunciado

En el contexto en el que estamos trabajando hay otras dos funciones que queremos estudiar en este taller, ellas son función área de la base de *la caja* y la función capacidad de la caja.

Trabajo Individual
Para las tres cajas que construyó en los dos talleres anteriores, calcule la medida del área de la base y la medida de la capacidad. Explique como calculó cada uno de los valores. En la tabla escriba, en cada caso, los procedimientos aritméticos realizados y su resultado.

altura	Área de la base de la caja	Capacidad de la caja

Trabajo en grupos de 4
Reúnan los datos de las tablas individuales en la siguiente tabla. Atendiendo la altura ordénelos ascendentemente. Describan algunas características de los datos registrados en cada una de las columnas de la tabla, para ello consideren por ejemplo, si los datos están ordenados, el tipo de orden de los datos, en que lugar de la columna se ubica el menor o el mayor de los datos y hacia que valores se tiende en los extremos de las columnas.

altura	Área de la base de la caja	Capacidad de la caja

Teniendo en cuenta el(los) procedimiento(s) usado(s) para calcular la medida del área de la base y la medida de la capacidad de la caja en los casos particulares, escriban expresiones simbólicas que sirvan para calcular las medidas del área de la base y de la capacidad de cualquier caja en términos de la medida de la altura de la caja. Representen con x la altura de la caja, con b la medida del área de la base de la caja, y con c, la medida de la capacidad de la caja.

Para una caja cuya altura es 3.63 cm., la medida del área de la base es 213,27cm^2 y la capacidad es 774.16cm^3. ¿Las expresiones simbólicas que ustedes dieron en el item anterior corroboran estos valores?

Examinen la tabla elaborada en el punto 2 y la de otros grupos para hacer una conjetura acerca de cuáles son los valores que puede tomar la medida del área de la base,

Usen la calculadora para verificar si su conjetura parece ser razonable. Describan por escrito los procesos utilizados. Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del área de la base de cualquier caja construida en este contexto.

Examinen las tablas de sus compañeros de grupo y de otros grupos para hacer una conjetura acerca de cuáles son todos los valores que puede tomar la medida de la capacidad de la caja. Usen la calculadora para verificar si su conjetura parece ser razonable. Describan por escrito los procesos utilizados (seguramente será necesario modificar las opciones Tblstar y ∇Tbl de TBLSET de manera que pueda tomar valores de x cada vez más juntos entre sí y más cercanos al valor que corresponde a la de mayor capacidad). Exprese el conjunto que representa todos los valores que podría tomar tomar la medida de la capacidad de cualquier caja construida en este contexto.

Con base en los resultados encontrados en los talleres anteriores y en éste completen la siguiente tabla. En la columna titulada Expresión simbólica"utilicen la notación que se emplea para las funciones, en la que se expresa el hecho de que hay una variable de la que depende la función.

Nombre de la función	Expresión Simbólica	Posibles valores de la función (todos)
Largo de la caja		
Ancho de la caja	$F_2(x)$ =a=-2x+20	
Área del papel desperdiciado		(0,400)
Área del papel de la caja		
Área de la base		
Capacidad de la caja		

7) Preparen una breve exposición del trabajo realizado por el grupo en la que destaquen las expresiones simbólicas encontradas para calcular la medida del área de la base y de la capacidad de cualquier caja construida en el contexto, y la forma como llegaron a ellas. También deben hablar de la forma como llegaron a determinar los conjuntos de valores que pueden tomar la medida del área de la base y la medida de la capacidad de cualquier caja y expresar cuáles son esos conjuntos .

9. Formato de co - evaluación de los docente innovadores *(ver páginas siguientes)*

Formato de co–evaluación de los docentes innovadores

Proyecto ICEP – Fase 2

Nombre del profesor: VERÓNICA TOCASUCHE M.
Institución: CED MIGUEL ANTONIO CARO
Fecha (primera aplicación): 20/4/aa Fecha (segunda aplicación):
Fecha (tercera aplicación): Fecha (cuarta aplicación):

Objetivos e indicadores referidos a cuestiones didácticas		
Objetivo	**Indicadores**	**Valoración**
D1: Diferenciar actividades diseñadas para el aprendizaje del precálculo en las cuales la tecnología es pertinente, de las actividades en donde no lo es.	• De las partes del proceso de solución de una actividad matemática propuesta (tarea, ejercicio, problema, etc.) identifica las fundamentales y determina si éstas pueden o no ser desarrolladas con la calculadora. • Identifica cómo el uso de la calculadora en el desarrollo de la actividad favorece la intencionalidad de aprendizaje prevista con la actividad matemática propuesta.	• Siempre, pues cuando hay alguna actividad prevista haciendo uso de las calculadoras, se llevan desde el inicio de la clase. • • La mayoría de las veces la calculadora se usa para comparar gráficas, tablas, expresiones simbólicas que los estudiantes han construido. •
D2: Descubrir el rol de la tecnología en el proceso de enseñanza y aprendizaje del precálculo.	• Observa y registra sus observaciones frente al uso que dan los estudiantes a la calculadora cuando enfrentan situaciones matemáticas. • Con base en las observaciones registradas genera hipótesis que somete a verificación a través de nuevas observaciones. • Identifica y registra los momentos de docencia en los que ha utilizado eficientemente las calculadoras para expresar una idea matemática. • Estudia documentos que proponen actividades en los que se exige el uso de calculadoras y logra reconocer y explicitar el posible papel de ésta. • Verifica en la práctica sus supuestos frente al uso posible de las calculadoras en las actividades matemáticas.	• Siempre se hace la observación, pero hay dificultad para hacer el registro de la observación, casi siempre por falta de tiempo. • No lo hago con base en los registro de observación, pero sí con lo que se ha visto, se establece comparación entre los grupos. • El estudio de los documentos me ha permitido realizar activididades en las cuales mediante el empleo de la calculadora los estudiantes descubren cómo son las gráficas según el parámetro (la base) en la fucnión exponencial, estableciendo conexiones entre la representación tabular, la representación gráfica y la representación gráfica. Además se verifican aspectos que se han supuesto. •
D3: Vivir experiencias de aprendizaje del precálculo por medio de la tecnología.	• Observa y registra sus experiencias de aprendizaje de las matemáticas, logradas a través del uso de la calculadora. • Da cuenta de nuevos conocimientos matemáticos que ha	• El empleo de la calculadora me ha permitido adquirir nuevos conocimientos matemáticos, la experiencia vivida en este proyecto ha sido muy valiosa, las asesorías, el estudio de documentos , el hecho de

	construido durante el proceso de formación y de asesoría, que pueden atribuirse al uso de las calculadoras.	escudrinar, preparar el trabajo para los estudiantes ha sido todo un proceso de formación que me ha permitido aprender a través de la calculadora. • • •
D4: Vivir experiencias de diseño de talleres pertinentes para el aprendizaje de conceptos del precálculo con el uso de la tecnología informática portátil.	• Estudia juiciosamente actividades matemáticas propuestas (en textos, sitios web, artículos, etc.) y explora la posibilidad de usar la calculadora para su desarrollo. • Hace permanentes intentos por diseñar actividades matemáticas novedosas en las que el uso de la calculadora sea posible y necesario. • Realiza un "análisis didáctico a priori" de los talleres diseñados y se convence de la pertinencia del uso de la calculadora.	• He consultado en sitios web actividades y evaluaciones propuestas, pero hay circunstancias que no me han permitido profundizar. • He mirado con Jaqueline algunos talleres que ha disenado y con ella hemos dedicado bastante tiempo en hacer ajustes en diferentes talleres, especialmente con motivo de la presentación para RACE 6. • Miramos y analizamos si en los talleres propuestos es indispensable el uso de la calculadora, por qué si y por qué no. • •
D5: Vivir experiencias de implementación y observación sistemáticas de talleres diseñados especialmente para el uso de tecnología informática portátil.	• Planea con sumo cuidado la implementación del taller y registra su plan. • Elabora un "diseño de observación" en el que identifica claramente el objeto y metodología de la observación. • Genera las condiciones para que un colega pueda acompañarlo en la implementación del taller y participe de la observación. • Luego de implementar el taller, propicia un espacio de reflexión individual y con su colega observador, acerca de lo percibido en la implementación.	• Una vez disenado el taller, se mira el momento en que se puede implementar, a pesar de que no sea registrado por escrito. • No he hecho el diseno de observación, pero sí me he detenido a observar a algún grupo, además les pido a los estudiantes que escriban en qué momento utilizaron la calculadora y para qué la utilizaron o si no tuvieron necesidad de utilizarla. • Es casi imposible que un colega pueda observar, pero si nos hemos reunido para hacer comentarios sobre lo sucedido los estudiantes. De pronto por lo que observo en general siento cierto desconcierto pero ya mirando el trabajo y sistematizando me doy cuenta de que los resultados no son tan deficientes. • Traté de hacerle la grabación a un grupo pero no se pudo captar mucho por la interferencia, además es algo nuevo para los estudiantes y se cohiben en cierto modo. • •

Objetivos e indicadores referidos a cuestiones técnicas		
Objetivo	**Indicadores**	**Valoración**
T1: Desarrollar una actitud favorable frente a la identificación y solución de problemas técnicos de configuración de la calculadora graficadora TI-83.	• Registra problemas que se presentan en el uso de las calculadoras, e identifica cuáles de éstos se pueden atribuir a cuestiones técnicas. • Cuando aparece un problema desconocido es capaz de asumirlo como un reto a su conocimiento y, en consecuencia, busca la manera de solucionarlo (por ejemplo, mirando el manual). • Comunica a los colegas los problemas técnicos identificados y, en caso de haber encontrado la solución a éste, la manera de solucionarlos.	• No siempre registro los problemas técnicos que he tenido con las calculadoras, pero sí comento con los companeros y entre los cuatro buscamos la manera de solucionar este tipo de dificultades. • En la actualidad tenemos problema con algunas calculadoras pero realmente no hemos tenido el espacio para darle la solución. De todas maneras pronto vamos a hacerlo para que esto no sea un tropiezo para seguir con el proyecto. • •
T2: Adquirir pericia en el manejo de la calculadora graficadora.	• Percibe que ha logrado mecanizar algunas secuencias de comandos, es decir que no tiene que pensar o repasar como darle la instrucción a la calculadora para que efectué un procedimiento u operación. • Identifica procesos que posiblemente se pueden realizar con la calculadora pero que no sabe cómo hacerlo, y busca la información para verificar la posibilidad de hacerlo y la estrategia a utilizar. • Reta a sus colegas a realizar con la calculadora procedimientos que pueden ser utilizados con los estudiantes y de los cuales posiblemente desconocen su manejo técnico. • Registra y comparte sus hallazgos de las potencialidades y limitaciones de la calculadora con sus colegas. • Estudia el manual para mejorar su manejo de la calculadora graficadora.	• Sí he logrado mecanizar comandos secuenciales para darle instrucciones a la calculadora para que efectúe procedimientos. • Soy conciente de que aún me hace falta profundizar, los estudiantes descubren cosas y me comunican y con ellos aprendo. • Con los companeros he compartido, les facilité fotocopias con lo básico del manejo de listas para que lo tarbajen con los estudiantes. • •
T3: Aprender a utilizar eficientemente internet.	• Percibe que su relación con el manejo de las posibilidades de comunicación a través del computador han mejorado significativamente con relación a su estado antes de iniciar el programa. • Identifica páginas web que contienen información relevante para el proyecto, recopila esta información y la comparte con los colegas. • Se suscribe y participa de listas de discusión relacionadas con las necesidades e intereses del proyecto de inno-	• Gracias al computador y al trabajo tan exigente del proyecto he tenido la oportunidad de mejorar. • Me comunico frecuentemente con los companeros de las tres instituciones, les he enviado algo de lo que he encontrado en la página web y que nos puede ser útil para el proyecto. • Con Martha no me he podido comunicar por internet, por problemas de teléfono, he tratado de llevarle todo impreso. los artículos y los comunicados que nos llegan

	vación. • Utiliza el correo electrónico para enviar y recibir documentos, que de no existir éste su envío o recepción implicaría desplazamientos y tiempo extra.	impreso, los artículos y los comunicados que nos llegan. • Utilizo casi todos los días el correo electrónico para enviar y recibir información, no sólo a los companeros, a los asesores sino también al interventor del IDEP. • •
Objetivos e indicadores referidos a cuestiones metodológicas		
Objetivo	**Indicadores**	**Valoración**
M1: Buscar fuentes de información acerca de actividades diseñadas para el uso de la tecnología.	• Solicita información de las editoriales que producen libros de texto acerca de sus materiales y la relación de éstos con el uso de las calculadoras. • Realiza consultas bibliográficas para identificar artículos y libros que puedan contener información que permita diseñar actividades matemáticas en las que se use la calculadora. • Realiza consultas en internet para identificar páginas cuya información sea útil al proyecto. • Participa de eventos en los que se trata la relación matemáticas-tecnología y hace contactos con profesores que pueden compartir sus experiencias en el uso de la tecnología para el aprendizaje de las matemáticas.	• He hecho consultas en textos pue traen actividades para hacer uso de la calculadora gráfica, además textos que se refieren esclusivamente al apoyoque brinda el uso de la calculadora gráfica en las clases de matemáticas. • Para algunos reportes he empleado el Derive. • He utilizado internet consultar temas que apoyan diversas actividades que el proyecto conlleva (presentaciones, realización de resúmenes) • En RACE 6 tuve la oportunidad de participar en talleres y presentaciones relacionadas con tecnología y matemáticas. En el IDEP también tuve la oportunidad de ver cómo en diversas instituciones se está trabajando con el apoyo de la calculadora gráfica. • •
M2: Vivir un proceso de intercambio académico a través de internet.	• Accede a la cuenta electrónica por lo menos dos veces por semana. • Mantiene informado al asesor del desarrollo del proyecto; por ejemplo, cuenta sus dificultades relacionadas con la puesta en funcionamiento del proyecto, envía las reflexiones personales y del trabajo en grupo. • Envía todos los documentos e información solicitada por la asesoría vía internet, de manera oportuna. • Recibe los comentarios del asesor vía internet y los tiene en cuenta siempre y cuando vea la pertinencia. Si los comentarios no le parecen pertinentes produce unos argumentos que sustenten su posición y los envía inmediatamente al asesor vía correo electrónico.	• Me mantengo en continua comunicación con el asesor por vá internet, le envío comentarios, lo mantengo al tanto de cómo va el proyecto, logros y dificultades que se han presentado. Le pido apoyo y agradezco su esmerada ayuda y comprensión. • Todos los documentos solicitados hansido enviados por internet, de pronto no tan oportumanete algunos pero la mayoría si. • Muy frecuentemente me comunico con los companeros de las dos instituciones para compartir experiencias y hacer comentarios y estar informados de lo que acontece respecto al proyecto, dificultades, paros,etc.

	• Se comunica con los colegas de las otras instituciones, por medio del correo electrónico, para intercambiar información, inquietudes, experiencia, etc.	• •
M3: Manejar adecuadamente el proyecto frente a la institución financiadora.	• Lleva un cronograma con los diferentes compromisos que tiene con el IDEP. • Asiste a las reuniones programadas con y por el IDEP. • Entrega los informes y demás información solicitada por el IDEP en las fechas preacordadas y con la mejor calidad posible. • Contesta oportuna y diligentemente los correos electrónicos del interventor. • Hace un seguimiento financiero del proyecto dentro de su institución y mantiene informada a la parte administrativa de las fechas en las que debe tener listo los informes financieros y administrativos. • Cuando encuentra un problema para el cumplimiento del contrato, o tiene una inquietud, anuncia inmediatamente vía correo electrónico al interventor del IDEP con copia al asesor de la Universidad de los Andes.	• El manejo del proyecto frente a la institución fianciadora ha sido un buena experiencia, quizá esta gestió me ha ocupado la mayoría de mi tiempo, he tenido que estar a finales de abril y todo el mes de mayo, dos o tres días semanales las tardes hasta las 6, entregando la papelería que exigen para el desembolso del dinero correspondiente a "una empresa docente" y a la compra de los materiales necesarios para el proyecto, recibiendo y revisando los materiales comprados. Esta parte la he trabajado bastante con gran dedicación. • Llevo registrado en un cuadro que especifica en forma minuciosa los materiales y el costo de los mismos. • Tengo fotocopias de cotizaciones, facturas, de cartas pasadas al Interventor del IDEP. Ha sido un trabajo muy juicioso. • He cumplido los compromisos con el IDEP, asisto a reuniones, a citas con el intereventor, me mantengo en continua comunicación con el interventor y con el asesor para manifestarles cualquier inquietud o dificultad yde ellos he recibido el apoyo oportuno. • •
M4: Escribir reportes y comunicaciones académicas con buen nivel de calidad.	• Las ideas que presenta son pertinentes para la tarea que se propone realizar. Además, son concretas, claras, entendibles, no ambiguas, justificadas. • El discurso está organizado mediante una estructura evidente; por ejemplo, tiene un formato claro de edición del documento (se distinguen claramente niveles de títulos, tipos de párrafos, espacios entre los párrafos). • En los documentos no se identifican errores de ortografía ni de construcción gramatical.	• He tenido gran cuidado al escribir los reportes y comunicaciones académicas. Me parece que los formatos que he utilizado han sido claros. • Estoy segura de no cometer errores de ortografía, talvez la redacción no sea de lo mejor, pero la información creo que ha sido bien elaborada, resaltando títulos y apartes importantes del discurso. • Siento que alcanzado avances en la calidad de los informes y diferentes comunicaciones. • • •