

SIS.071

R64e

72

Instituto para la Investigación Educativa
y el Desarrollo Pedagógico - IDEP



000145

**ESTUDIO DEL PRECALCULO MEDIADO POR
LA TECNOLOGÍA PORTÁTIL**

Innovadores:

**Rosa Alicia Rojas de Cobo
Magdalena Oliveros**

**Asesor: Edgar Alberto Guacaneme S.
Interventor I.D.E.P : Aurelio Ussón J.**

**UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
"una empresa docente"**

Bogotá D.C., Diciembre 15 de 2.001

Inv. IDEP
120

37/07/08

862000



INVESTIGACION EDUCATIVA Y DESARROLLO PEDAGOGICO

ALCALDIA MAYOR SANTA FE DE BOGOTA D.C.



una empresa docente ®



**INVESTIGACION EDUCATIVA
Y DESARROLLO PEDAGOGICO**

ALCALDÍA MAYOR SANTA FE DE BOGOTÁ D.C.



INFORME ACADÉMICO FINAL

PROYECTO: *Innovación Curricular en Matemáticas para la educación media: El estudio del precálculo mediado por la tecnología portátil.* (Contrato 98 de 2000)

El presente informe académico, dirigido a docentes e investigadores, da cuenta de todas las fases de desarrollo de la innovación y de los aportes significativos de la misma. La innovación estuvo orientada a mejorar los ambientes de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas —de los estudiantes de décimo y once, y de sus profesores de matemáticas— mediados por el uso de las calculadoras graficadoras.

Equipo Innovador: Rosa Alicia Rojas de Cobo
Magdalena Oliveros
Hna. Carlota Porras

Institución Escolar: Colegio Distrital La Amistad Jornada Tarde

Asesor: Edgar Alberto Guacaneme S.
Institución: Universidad de los Andes – “una empresa docente”

Interventor: Aurelio Usón
Institución: IDEP

Bogotá, noviembre de 2001

TABLA DE CONTENIDOS

1. IDENTIFICACIÓN.....	1
2. CARACTERIZACIÓN	2
2.1. JUSTIFICACIÓN	2
2.1.1. EN LA INSTITUCIÓN	2
2.1.1.1. El PEI.....	2
2.1.1.2. El proyecto ICEP.....	3
2.1.2. LA FORMACIÓN PROFESIONAL.....	4
2.1.3. LA TECNOLOGÍA Y LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES.....	6
2.2. POBLACIÓN ESCOLAR BENEFICIADA	7
2.3. METODOLOGÍA	8
2.3.1. IMPLEMENTACIÓN DE LA EXPERIENCIA	8
2.3.1.1. La actividad central (diseño, implementación y evaluación de talleres).....	8
2.3.1.2. Las actividades que apoyan la actividad central.....	11
2.3.1.2.1. Diagnóstico de la problemática en el aprendizaje de las matemáticas.....	11
2.3.1.2.2. Rediseño del plan de estudios.....	11
2.3.1.2.3. Seminarios de formación y capacitación de los docentes innovadores.....	12
2.3.1.2.4. Reuniones de los docentes innovadores en la institución.....	16
2.3.1.2.5. Socialización del proyecto:.....	16
2.3.1.2.5.1. En la institución	16
2.3.1.2.5.2. Fuera de la institución	17
2.3.1.2.6. Sistematización.....	17
2.3.2. EVALUACIÓN DE LA EXPERIENCIA.....	18
2.4. RESULTADOS LOGRADOS.....	18
2.4.1. INDICADORES GENERALES DE CAMBIO	18
2.4.1.1. En el currículo de matemáticas.....	20
2.4.1.2. En el actuar docente.....	20
2.4.1.3. En el actuar de los estudiantes.....	22
2.4.2. INDICADORES DE LOGRO EN TEMÁTICAS ESPECÍFICAS	27
2.4.5.1. Estudio de la función lineal.....	27
2.4.5.2. Estudio de la función cuadrática.....	29
2.4.5.3. Estudio de la función exponencial con calculadora TI-83.....	31
2.4.5.4. Función logarítmica.....	34
2.4.5.5. Aspectos de la función seno.....	35
2.4.3. ALGUNAS DIFICULTADES ENCONTRADAS	37
2.5. PROYECCIÓN DE LA EXPERIENCIA EN TÉRMINOS DE SOSTENIBILIDAD, COBERTURA Y EXPANSIÓN.....	38
3. BIBLIOGRAFÍA.....	39

4. ANEXOS..... 40

FICHA TÉCNICA.....	40
TALLER 1: IDENTIFICACIÓN DE FUNCIONES AFINES Y CUADRÁTICAS	51
TALLER 2: DOMINIO Y RANGO DE LAS FUNCIONES	53
TALLER 3: IDENTIFICACIÓN DE NUEVAS FUNCIONES CUADRÁTICAS Y CÚBICAS	57
TALLER 4: ESTUDIO DE LA VARIACIÓN DE LAS FUNCIONES	59
TALLER 5: TRANSMISIÓN DE UNA SEÑAL	66
TALLER 6 : ASPECTOS DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL.....	69
TALLER 7: CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO EXPONENCIAL	74
TALLER 8: TIEMPO PARA LA TRIGONOMETRÍA.....	76

1. IDENTIFICACIÓN

Institución: Colegio Distrital La Amistad

Dirección: Carrera 75B No.35-21 Sur

Teléfonos: 2646605

Jornadas: Tarde

Sector: Kennedy

Número de estudiantes: 1300

Localidad: 8ª

Niveles educativos: Educación Básica Secundaria y Media

Nombre de la rectora: Francia Elena Castrillón Cordovez

Responsables de la experiencia: Rosa Alicia Rojas de Cobo y Magdalena Oliveros.

Responsable de la asesoría: Edgar A. Guacaneme.

Responsable de la interventoría: Aurelio Usón Jaeger.

Fecha de realización: 15/01/2001 – 15/12/2001

Página web proyecto:

<http://ued.uniandes.edu.co/servidor/ued/proyectos/icep2/PaginaWebInicial/paginaInicial.htm>

Correo electrónico de contacto con los responsables del proyecto:

Aliciarojas_de_cobo@hotmail.com, rosaroja@uniandes.edu.co

magdalenaoliveros@hotmail.com, molivero@uniandes.edu.co

Palabras claves: Innovación, Precálculo, Funciones, Funciones polinómicas, Función exponencial, Función logarítmica, Funciones trigonométricas, Calculadoras, Tecnología.

2. CARACTERIZACIÓN

2.1. JUSTIFICACIÓN

A continuación se reportan las razones que motivaron la experiencia de innovación curricular en matemáticas en el Colegio Distrital “La Amistad” en el año 2001. Estas razones proceden de diversos ámbitos, a saber: el institucional, teniendo en cuenta el PEI, la implementación del proyecto de innovación en precálculo hecha en el año de 1999 en el colegio; la formación profesional de los docentes innovadores y la tecnología y las matemáticas escolares.

2.1.1. EN LA INSTITUCIÓN

2.1.1.1. EL PEI

El Proyecto Educativo Institucional “Búsqueda de hombres nuevos a través de la formación en valores y la educación en tecnología” establece lineamientos específicos institucionales que ofrecen un ambiente propicio para desarrollar proyectos que promuevan el uso de la tecnología y que a la vez, exige y permite la transformación de los enfoques, programas, contenidos y prácticas en todos los niveles del plan de estudios.

En el PEI se asume la formación axiológica y la educación en tecnología como un proceso permanente de cambio en la adquisición y transformación de valores, conocimientos y destrezas inherentes al diseño y producción de artefactos, procedimientos y sistemas tecnológicos. En éste se propone preparar en la comprensión, uso y aplicación racional de la tecnología para la satisfacción de las necesidades personales y sociales.

Dentro los lineamientos del PEI se reconoce que en la institución la educación media tiene un énfasis en diseño y tecnología, y que a este énfasis deben contribuir todas las áreas de formación, fortaleciendo la utilización de la informática en el nivel básico, a través de la incorporación del componente tecnológico en todos y cada uno de los programas que conforman el plan de estudios. El área de matemáticas, en particular, no se ha marginado de esta intención, y a través de diferentes acciones ha contribuido a ésta. Una de tales acciones es el desarrollo del proyecto de innovación (que en este documento se reporta) el cual implica tanto el uso de instrumentos tecnológicos en la actividad escolar, como la redefinición del plan de estudios de matemáticas para los grados décimo y once.

2.1.1.2. El proyecto ICEP

El Colegio Distrital La Amistad participó desde septiembre de 1999 hasta noviembre de 2000 —a través de las profesoras de matemáticas Rosa Alicia Rojas de Cobo, Magdalena Oliveros y Carlota Porras— en el proyecto “Innovación Curricular en Precálculo” (ICEP), coordinado por “una empresa docente” de la Universidad de los Andes. Este proyecto intentaba promover una perspectiva funcional del precálculo, pues se asumía que éste debía ser algo más que una simple continuación del álgebra simbólica y que las funciones —objeto matemático central del cálculo— podrían estudiarse escolarmente como modelos de fenómenos (v.g., físicos, geométricos).

El proyecto ICEP tuvo tres características descriptivas fundamentales, a saber: el uso dialéctico del análisis didáctico (análisis de contenido, cognitivo y de instrucción), de los mapas conceptuales, y de los sistemas de representación; el análisis e implementación de una propuesta de talleres para el estudio de funciones descritas por polinomios de grado uno, dos y tres; y, el inicio a considerar la posibilidad de promover esta perspectiva funcional a través del uso de calculadoras graficadoras.

La experiencia en este proyecto y algunos de sus resultados hicieron ver la urgencia de continuar promoviendo la perspectiva funcional del precálculo ayudada del uso de calculadoras graficadoras. Esta continuidad implicaba la consolidación de la experiencia en el grado décimo y la ampliación de cobertura de la misma a las matemáticas del grado once.

Además, esta experiencia permitió plantear una hipótesis de trabajo, a saber: una innovación curricular que involucre las calculadoras graficadoras introduce cambios en el diseño e implementación de las actividades de aula, cambios en los conocimientos matemáticos y didácticos en los profesores, y cambios en el tipo de pensamiento necesario y a desarrollar en los aprendices.

Para que la perspectiva funcional pudiera tener continuidad y para que ésta pudiera estar mediada por instrumentos tecnológicos (tales como las calculadoras graficadoras) se requería: continuar el estudio colectivo de aspectos didácticos, mantener el estudio individual y colectivo del manejo de las calculadoras, y disponer de estos equipos.

El estudio de aspectos didácticos hacía parte del funcionamiento docente habitual de las profesoras de matemáticas de estos grados, pero requería de espacio y tiempo especial para poderse mantener; en tanto que el estudio del manejo de las

calculadoras se había iniciado en el proyecto ICEP y en un taller en el marco del proyecto T³-Colombia, requería ser apoyado académicamente; y, al final del año 2000, el colegio pudo contar —a través de un contrato de comodato con la Universidad de los Andes— con veinte calculadoras graficadoras.

Bajo estas condiciones, participar en la Convocatoria 04 de 2000, hecha por el IDEP, era inminente y surgía como la posibilidad de dar continuidad al proyecto de innovación iniciado en condiciones que le favorecían.

2.1.2. LA FORMACIÓN PROFESIONAL

En los últimos años el Colegio ha involucrado a sus profesores en programas de actualización y capacitación. Particularmente, algunos de sus docentes de matemáticas han participado activamente en varios programas de formación e investigación, a saber:

- Proyecto PRIME I¹ (1995-1996). En este proyecto se desarrollaron simultáneamente, bajo la dirección de “una empresa docente” de la Universidad de los Andes, dos trabajos de investigación-acción: “Representación geométrica de expresiones algebraicas” y “La comunicación didáctica entre profesores de matemáticas: un elemento de cambio”. El primero de los cuales fue desarrollado por Magdalena Oliveros y Priscila Nieto, profesoras de matemáticas, en el marco de los proyectos de investigación en el aula. El segundo, desarrollado por Francia Elena Castrillón y Rosa Alicia Rojas de Cobo, rectora de la institución y jefe de área de matemáticas, respectivamente, como proyecto de investigación de los directivos docentes.
- Curso “Evaluación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas” (1997). Dictado por los investigadores de “una empresa docente” de la Universidad de los Andes. A éste asistieron las profesoras Magdalena Oliveros y Rosa Alicia Rojas de Cobo.
- PFPD: “Desarrollo y formación profesional de docentes en informática educativa” (1998). Este programa estuvo a cargo de los investigadores de “una empresa docente” de la Universidad de los Andes. En este programa, participaron del Colegio las profesoras Olga González de Hurtado, Magdalena Oliveros y Rosa Alicia Rojas de Cobo, obteniendo el máximo puntaje entre los participantes, y en consecuencia el mayor número de créditos (6) válido para el escalafón.
- Taller “Metodología novedosa para enseñar geometría con calculadora graficadora” (1998). Este taller se realizó en la Universidad Nacional, en el marco de RELME 12². A éste asistieron del Colegio las profesoras Magdalena Oliveros y Rosa Alicia Rojas de Cobo.

¹ Potenciación de las Matemáticas Escolares a través de Red de Instituciones Escolares.

² Décima Segunda Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa.

- Proyecto de investigación “El análisis de contenido matemático como herramienta para la construcción de modelos pedagógicos: El caso de la función cuadrática”. (1999). Este proyecto estuvo a cargo de “una empresa docente” de la Universidad de los Andes, y en éste las profesoras Magdalena Oliveros y Rosa Alicia Rojas de Cobo participaron como auxiliares de la investigación.
- Proyecto de transferencia de innovación “Innovación curricular en precálculo para el grado décimo” (1999–2000). Este proyecto estuvo a cargo de “una empresa docente” de la Universidad de los Andes. En él participaron las profesoras Magdalena Oliveros, Rosa Alicia Rojas de Cobo y la Hna. Carlota Porras, quienes tenían a cargo los cursos de matemáticas para grado décimo. A través del mismo se generó un proceso inicial de cambio curricular en las matemáticas del grado décimo; este proceso implicó un redimensionamiento del programa, el uso de nuevas estrategias metodológicas que conllevaron transformaciones en los papeles de los actores escolares, la iniciación en la utilización de calculadoras graficadoras en la exploración de situaciones problémicas de matemáticas, etc. Al final del proceso, las profesoras generaron una estrategia de socialización de su experiencia a los profesores de matemáticas de la Zona 8ª (Kennedy), a través de una conferencia y un taller de calculadoras, realizado en las instalaciones de la Institución.
- Seminario–taller “Aprender precálculo con tecnología” y Seminario–taller “Aprender geometría con Cabri”. Estos dos seminarios fueron desarrollados por “una empresa docente” de la Universidad de los Andes, en el marco del proyecto T³–Colombia³. En éstos participaron las profesoras Magdalena Oliveros, Rosa Alicia Rojas de Cobo y la Hna. Carlota Porras.
- Taller: “Polígonos, Triángulos, cuadriláteros y otros”, desarrollado por “una empresa docente” de la Universidad de los Andes, en el marco del proyecto financiado por la SED “Hacia la reconstrucción de elementos del conocimiento didáctico matemático docente”.

La activa participación en todos estos seminarios, talleres, y proyectos ha servido para fortalecer el conocimiento didáctico de las matemáticas de las docentes responsables de la innovación, y en consecuencia, ha transformado su quehacer docente. Particularmente, los talleres relativos a la enseñanza y el aprendizaje del precálculo apoyados por el uso de las calculadoras les han servido para: conocer mejor estos instrumentos; advertir que su manejo eficiente, exige y promueve una mejor conceptualización de las matemáticas; apreciar y valorar los aspectos didácticos de las matemáticas ligados al uso de estos instrumentos; y, reconocer que no es conveniente interrumpir el trabajo institucional realizado en el campo del uso de la tecnología en la educación en matemáticas.

³ Teacher Teaching with Technology – Colombia.

Estas características específicas de la formación de las docentes responsables del proyecto de innovación, les condicionan a estar en constante reflexión sobre los procesos educativos en matemáticas y a promover cambios docentes que redunden en beneficio de la construcción de conocimiento matemático por parte de sus alumnos. Estas son una de las razones que motivaron su decisión de participar de la Convocatoria 04 de 2000 del IDEP.

2.1.3. LA TECNOLOGÍA Y LAS MATEMÁTICAS ESCOLARES

Si bien no es novedoso que los instrumentos tecnológicos que ha producido la humanidad en cada momento de su historia hayan sido introducidos en la actividad educativa, en la actualidad ha habido esfuerzos por desarrollar instrumentos tecnológicos para la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en ambientes escolares. Ejemplo de ello lo constituyen la producción de software educativo (v.g., Cabri–Geometry), y de tecnología portátil (v.g., calculadoras graficadoras).

Esta oportunidad de interactuar escolarmente con la tecnología tiene influencia en los en las relaciones entre las personas y el conocimiento, y en el conocimiento mismo.

El trabajo con la tecnología portátil personaliza el proceso del aprendizaje. Cada estudiante avanza a su ritmo y es entonces factible tomar en cuenta las diferencias individuales. En el caso de las matemáticas la reacción a las acciones del sujeto y la retroalimentación inmediata —incorporadas normalmente en los programas de software— proveen una atención individual que completa la labor del profesor mediante la cual, es posible hacer conjeturas y probarlas fácilmente. Adicionalmente, dado que los instrumentos tecnológicos permiten realizar fácilmente engorrosos procesos algorítmicos, se libera tiempo del estudiante que puede ser utilizado para centrar la atención en la comprensión de ideas y conceptos.

De otra parte, las posibilidades educativas que ofrece hoy la tecnología para las matemáticas, se refieren no sólo a la enseñanza sino a la naturaleza misma de la actividad matemática. La manipulación directa de los objetos y relaciones matemáticas, ligada a la experiencia que ofrecen las calculadoras graficadoras, proveen una vivencia de nuevo realismo matemático que involucra cambiar la experiencia matemática. Particularmente, el aprendizaje de las matemáticas al interactuar con la tecnología implica la utilización dinámica y hasta simultánea de múltiples sistemas de representación, a través de la cual se propicia el desarrollo

de capacidades de comunicación, se permite establecer conexiones entre estos sistemas y posibilita ver los conceptos desde perspectivas distintas.

2.2. POBLACIÓN ESCOLAR BENEFICIADA

El proyecto de innovación curricular en precálculo se implementó en el año 2001 para cuatro cursos de grado undécimo y 5 cursos de grado décimo, implicando aproximadamente a 360 alumnos con edades entre 15 y 18 años.

En el año 2000 el proyecto ICEP se desarrolló con los estudiantes de grado décimo, y en consecuencia estos estudiantes, en el presente año, cursaban undécimo. Para ellos la innovación tuvo un mayor énfasis e impacto, pues la transición de un esquema tradicional de clase a uno diferente se había dado ya un año atrás, y la incorporación de las calculadoras encontró un ambiente propicio.

Por su parte, no todos los estudiantes que cursaron grado décimo en el presente año, habían participado de experiencias no tradicionales en sus clases de matemáticas. Con estos estudiantes fue paulatino el cambio y la innovación no tuvo el mismo nivel de incidencia que para los estudiantes de undécimo.

Todos los cursos de décimo y undécimo tuvieron a su disposición las calculadoras graficadoras lo cual permitió, a quienes las utilizaron: explorar un nuevo mundo de objetos matemáticos; hacer diferentes representaciones del objeto matemático de estudio (funciones lineales, afines, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas); formular hipótesis, comprobarlas o refutarlas; y, manejar diferentes procesos matemáticos (v.g., generalización, particularización) en su aprendizaje.

Las profesoras Rosa Alicia Rojas de Cobo y Magdalena Oliveros, responsables del proyecto, son las docentes directas y prioritariamente beneficiadas de la implementación de la innovación. Este beneficio se logró por: la reflexión sobre su quehacer docente implicada y requerida por la innovación, el diálogo y discusión académica permanente entre ellas, el estudio de documentos que apoyaban el proceso de innovación, el uso intencionado en la mayoría de sus clases de la calculadora graficadora, el ambiente de trabajo en equipo construido desde hace algunos años, y la conciencia de que el trabajo innovador es altamente exigente y requiere un alto compromiso profesional.

Los otros dos docentes, quienes tenían a cargo algunos cursos de grado décimo, no tenían el mismo compromiso con el proyecto que el de las profesoras Rojas y Oliveros, y por tanto, no estaban obligados a realizar todas las actividades por éste implicadas. Con el ánimo de contribuir a la buena marcha del proyecto a ellos

se les invitó seguir ordenadamente los temas del plan de estudios, utilizar algunos talleres que configuraron la innovación, hacer uso de las calculadoras en algunas de sus clases, y realizar comentarios y sugerencias —en las reuniones que realizaba el equipo innovador— de logros alcanzados y dificultades tenidas en el desarrollo de las clases.

Al iniciar el año escolar, se vinculó a la institución uno de estos profesores. Con la intención de hacerlo partícipe del proyecto, las profesoras responsables de la innovación le informaron del mismo, le dieron a conocer sus particularidades académicas y logísticas, discutieron con él el plan de estudios de décimo, y le ofrecieron su apoyo en la labor docente implicada en los talleres de manejo de las calculadoras. Si bien en todo momento el profesor manifestó que el proyecto le parecía interesante y que no se oponía a su realización, no participó efectivamente en el mismo y sólo hizo un exiguo intento por implementar uno de los talleres; por lo tanto, en el curso de grado décimo a su cargo no se desarrolló la innovación, y el profesor no tuvo la oportunidad de beneficiarse de la misma.

Como se muestra en los anteriores párrafos, cada uno de los docentes tuvo una dedicación diferente para implementar, compartir y apropiarse de la innovación, y en consecuencia, obtuvo un nivel diferente de formación y afectación de la innovación. Esto se justifica plenamente en los diferentes niveles de interés, responsabilidad y compromiso como profesional de la educación, con la institución y con sus alumnos.

2.3. METODOLOGÍA

En este apartado se describe la manera como se llevó a cabo la experiencia de innovación en la institución; en términos generales, la innovación se desarrolló a través de una actividad central y de actividades —que giraron en torno a ésta— que le soportan y ayudan.

2.3.1. IMPLEMENTACIÓN DE LA EXPERIENCIA

2.3.1.1. La actividad central (diseño, implementación y evaluación de talleres)

La actividad central de la innovación —durante el año 2001— fue el diseño, elaboración, implementación y evaluación de los talleres de precálculo, los cuales se implementaron en los cursos de la educación media en el colegio. Esta

actividad se llevó a cabo de manera relativamente continua durante todo el año lectivo.

Para los cursos de grado décimo, la etapa de diseño de talleres implicó el análisis y reformulación de los talleres⁴ utilizados en el proyecto ICEP, a la luz de la experiencia anterior con éstos y considerando la posible intervención de la calculadora en su implementación. En tanto que, para el grado undécimo se diseñaron los talleres de precálculo que abordaban temáticas tales como: la introducción a las funciones exponencial, logarítmica, y trigonométrica. Para ambos grados —apoyados en el manual de las calculadoras— se diseñaron e implementaron talleres de manejo de calculadoras, a través de los cuales se pretendía familiarizar a los estudiantes con su manejo y utilidad.

La implementación de los talleres contemplaba diversos tipos de actividades, tales como: trabajo individual o en equipo —en clase y/o por fuera de ella— en el desarrollo de los talleres; consulta bibliográfica de aspectos matemáticos (v.g., notación, propiedades de las operaciones, procedimientos aritméticos); puesta en común, en el curso o en grupos, de las elaboraciones logradas individual o en equipo en torno de los talleres; elaboración colectiva de conclusiones; presentación de percepciones sobre el taller. La implementación de los talleres, ocasionalmente se apoyó en la realización de clases magistrales, algunas de ellas favorecidas con la calculadora y el viewscreen.

La evaluación de los talleres tuvo en cuenta los resultados de la observación de su implementación, el registro escrito en los cuadernos de algunos estudiantes donde consignan sus reflexiones y construcciones mentales, y las discusiones plenarios en torno a los mismos. Además, a través de una evaluación semestral sobre el contenido matemático visto en los talleres y una auto-evaluación, se pretendió reconocer los logros alcanzados en la conceptualización matemática, el nivel de manejo de las calculadoras, el papel de las calculadoras en el proceso de aprendizaje, las dificultades tenidas para el desarrollo de los talleres.

A continuación se reseñan los talleres diseñados, implementados y evaluados en el marco de la innovación:

- **Taller 1: *Identificación de funciones afines y cuadráticas.*** En este taller se presenta el contexto donde surgen algunas funciones polinómicas, es decir,

⁴ Los talleres aplicados en el proyecto ICEP, versan sobre la función lineal, afín y cuadrática. En ellos se trabaja a partir del contexto de la elaboración de una caja sin tapa; se construyen las funciones largo, ancho, área del papel desperdiciado, papel de la caja, área de la base, y capacidad de la caja; y, se estudian los elementos de estas funciones y sus características dentro del contexto de las cajas y fuera de él.

se trabaja con la construcción de una caja sin tapa a partir de un rectángulo al que se le han recortado cuadrados congruentes en cada una de las esquinas. Adicionalmente, se identifican algunas expresiones que representan: el *largo de la caja*, el *ancho de la caja*, el *área del papel desperdiciado*, y el *área del papel utilizado*.

- **Taller 2: Dominio y rango de las funciones.** Con la misma estrategia usada en el primer taller y usando el mismo tamaño del rectángulo, se construyen cajas muy altas y muy bajas; posteriormente se plantea una reflexión sobre la existencia de valores máximos y mínimos para la altura de tales cajas.
- **Taller 3: Identificación de nuevas funciones cuadráticas y cúbicas.** En el mismo contexto de los talleres 1 y 2, definido por la construcción de las cajas, se genera un trabajo de identificación de otras dos funciones y de sus expresiones algebraicas, a saber: *área de la base de la caja* y *capacidad de la caja*.
- **Taller 4: Estudio de la variación de las funciones.** El objeto de este taller es el estudio de la variación definida por las funciones que aparecen en el contexto definido para los talleres 1, 2 y 3. La identificación y caracterización de la variación de funciones afines y cuadráticas, en la representación tabular y en la representación gráfica, son los aspectos que se tratan.
- **Taller 5: Transmisión de una señal.** Este taller implica la realización de un experimento, y consiste en determinar si hay una relación matemática entre el número de estudiantes que forman una cadena y el tiempo que tarda en transmitirse el mensaje del primero al último de la cadena, y cómo puede describirse tal relación. Este taller implica recolectar y analizar datos, introducir a la calculadora los datos recogidos, elaborar gráficas y construir la ecuación que más aproxime al comportamiento de los valores obtenidos.
- **Taller 6 : Aspectos de la función exponencial.** El objetivo de este taller es observar las características de las funciones exponenciales de base mayor que 1 y compararlas con las características de las funciones exponenciales de base comprendida entre 0 y 1. Esto se pretende lograr a partir del análisis de la reproducción de las células y de doblar el papel de manera consecutiva contando los dobles.
- **Taller 7: Crecimiento y decrecimiento exponencial.** En este taller se realiza una experiencia aleatoria donde la actividad consiste en lanzar dados e ir excluyendo continuamente alguno de ellos de acuerdo a una cifra de 1 a 6 seleccionada con anterioridad, se registra los datos: N número de lanzamientos, D datos de los dados excluido el dado con el número seleccionado. El taller tiene que ver con una actividad que los estudiantes usan para modelar el decrecimiento exponencial. Con el uso de la gráfica a partir de los datos recogidos y al sacar el logaritmo a los datos de la muestra en cada lanzamiento se puede calcular la pendiente de la recta y el intercepto con el eje y, además puede conjeturar sobre la expresión

simbólica conveniente y comprobar con la TI-83 aplicando la regresión exponencial.

- Taller 8: *Tiempo para la trigonometría*. El objeto de este taller es trabajar una actividad introductoria al comportamiento periódico, en la cual los estudiantes generan gráficas de funciones circulares al usar un modelo físico familiar. Particularmente, constituye una introducción a la función seno, y a la función coseno, dando una base para estas funciones, ciertamente más “manipulable” que la noción abstracta de un punto que se mueve sobre una circunferencia unitaria.

2.3.1.2. Las actividades que apoyan la actividad central

A continuación se describen brevemente las actividades realizadas para desarrollar el proyecto y que apoyan la actividad central.

2.3.1.2.1. Diagnóstico de la problemática en el aprendizaje de las matemáticas.

En el mes de noviembre de 1999, se realizaron —entre la población de grado noveno, décimo, undécimo— encuestas a través de las cuales se indagó acerca de las posibilidades de ingreso de los alumnos a la universidad y de las carreras que pensaban seguir (por ejemplo, se averiguó si desde la perspectiva del estudiante estas carreras tienen mucho, poco o nada que ver con las matemáticas para determinar qué clase de matemática se les debía dar). También se realizaron algunas entrevistas a alumnos y exalumnos para intentar explorar aspectos sobre las matemáticas que se usaban fuera de la institución y para recopilar información relativa a los dos aspectos citados.

Del análisis de las encuestas y entrevistas se determinó que los estudiantes desearían aprender matemáticas en algunos temas específicos (v.g., porcentajes) y que su aprendizaje debería ser más consciente y significativo; adicionalmente, se estableció que se debía promover un conocimiento en matemáticas que permitiera a los estudiantes competir con los estudiantes del resto del país en la formación profesional y en el empleo que escojan.

2.3.1.2.2. Rediseño del plan de estudios

Durante el mes de enero de 2001, teniendo en cuenta el trabajo realizado en el proyecto ICEP, se organizó —en las reuniones del área de matemáticas— el plan de estudios para la educación media; éste se centraba en el estudio de las funciones y sus diferentes representaciones.

A continuación se enumeran los contenidos que se enseñaban antes del 2000 y los contenidos que se trabajaron durante los años 2000 y 2001 en el desarrollo del proyecto ICEP y en el de éste proyecto.

GRADO DÉCIMO	
ANTES DEL 2000	ACTUAL: 2000 Y 2001
<p>Contenido:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funciones trigonométricas: • Ángulos y medidas de ángulos • Funciones trigonométricas de un ángulo agudo de un triángulo rectángulo. • Valor de las funciones trigonométricas de cualquier ángulo. • Resolución de triángulos rectángulos. • Problemas de aplicación. • Teorema del seno, teorema del coseno. • Aplicaciones. • Relaciones entre las funciones trigonométricas • Identidades trigonométricas. • Ecuaciones trigonométricas. • Fórmulas de adición y reducción de ángulos. • Gráficas de las funciones trigonométricas. • Funciones trigonométricas inversa. 	<p>Contenido:</p> <p>Estudio de las funciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Función lineal o de proporcionalidad. • Función de gráfica lineal o afín. • Función cuadrática. • Función exponencial • Función logarítmica • Función trigonométrica <p>Talleres de implementación de la tecnología portátil para el aprendizaje de las matemáticas.</p>

GRADO ONCE	
ANTES DEL 2000	ACTUAL 1999 y 2000
<p>Contenidos:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Propiedades de los números reales: • Límites y continuidad: • La derivada: • La integral • Máximos y mínimos • Aplicaciones 	<p>Contenidos:</p> <p>Variación de la imagen respecto de la preimagen de</p> <ul style="list-style-type: none"> • Funciones lineales, cuadráticas y cúbicas. • Función exponencial. • Función logarítmica. • Función trigonométrica. <p>Talleres de implementación de la tecnología portátil para el aprendizaje de las matemáticas.</p>

2.3.1.2.3. Seminarios de formación y capacitación de los docentes innovadores.

El Colegio Distrital La Amistad contrató la asesoría virtual y la formación docente presencial con una "empresa docente" de la Universidad de los Andes. La asesoría virtual ha facilitado el diseño, implementación y evaluación de talleres, de interacción entre docentes innovadores y estudiantes, sobre el uso didáctico de la

escriba un documento donde redacta sus comentarios sobre los objetivos tratados.

- Se hizo una nueva asesoría el día 12 de julio, en torno al informe de avance. En esta asesoría además de trabajar sobre el contenido del documento, se trabajó en la estructura del mismo utilizando las herramientas que aporta el procesador de palabras (Word). Esta asesoría se complementó con una nueva reunión el 19 de julio.
- El 26 de julio se realizó una asesoría en la que se hizo una revisión del informe financiero y académico que se presentó el 23 de julio. Resultado de ésta, y teniendo en cuenta la cláusula segunda del contrato, se realizó un informe resumido que se presentó luego al IDEP. En esta misma sesión de asesoría se definieron las actividades a realizar en el segundo semestre (entre ellas, manejo del CBR y CBL, elaboración de la página web y taller sobre trigonometría).
- El 16 de agosto hubo una asesoría presencial sobre el trabajo con calculadora y las funciones trigonométricas; particularmente se trabajaron aspectos relativos al círculo unidad, y la configuración de la calculadora en los modos grados y radianes.
- El 1 de septiembre se realizó la asesoría conjunta con las tres instituciones en la cual se abordó el asunto de las actividades de socialización del proyecto a realizar; en este sentido, se consideró la posibilidad de participación en Expociencia y en el Coloquio de Matemáticas, y se decidió participar en Expociencia. También, se discutió la manera de elaborar el artículo para Aula Urbana; al respecto se decidió que era importante incorporar una descripción del proyecto, una justificación del carácter innovador del mismo, y una descripción de la metodología, avances y limitaciones, entre otros. Además, se establecieron algunos acuerdos sobre el carácter del preinforme, del informe final, de la elaboración de la página web y del CD-ROM. Luego se realizó un taller sobre la elaboración de la página web; en este se analizó el propósito de la página y se definió una estructura de la página. Próximamente, se desarrollará una sesión de elaboración de la página web con los documentos elaborados y se ubicarán en el servidor de “una empresa docente”.
- El 25 de septiembre hubo un taller, en la Universidad de los Andes, sobre el manejo del CBR y CBL para los equipos de innovadores de las tres instituciones. En este taller, con el CBR se recolectó información del movimiento de una pelota y de un péndulo; tales datos se transfirieron a la calculadora y se trazó la gráfica. El manejo de estos equipos tecnológicos y el análisis de los datos tabulados y graficados fueron objeto de estudio del taller. Está pendiente desarrollar una práctica acerca del uso del GraphLink.
- El 27 de octubre se realizó un seminario de capacitación, a cargo de los asesores de “una empresa docente”, en el cual se trabajó un taller de pensamiento variacional utilizando Cabri-Geometry y las calculadoras

tecnología portátil para el aprendizaje de las matemáticas en el desarrollo de todo el proyecto. La formación docente presencial, ha orientado al equipo innovador en tres áreas principales (didáctica, técnica y metodológica), a través del diseño e implementación de talleres, de la observación y del reporte escrito de lo observado, y del intercambio de información con el asesor quién hace los comentarios respectivos.

En el marco del subcontrato se realizaron las siguientes actividades presenciales de asesoría y formación:

- El 19 de enero, se realizó una asesoría presencial sobre gestión y manejo del proyecto. El equipo innovador asistió a la Universidad de los Andes, y en dicha asesoría se hizo una lectura comprensiva del contrato firmado con el IDEP, haciendo énfasis en los compromisos contractuales reportados en la cláusula segunda "Actividades específicas del desarrollo del objeto del contrato". Además, con respecto al aspecto financiero del subcontrato de asesoría se definieron los porcentajes de desembolso (30% del total en el primer desembolso, el 40% del total en el segundo desembolso y el 30% del total en el tercer desembolso) para que el proyecto fuera viable desde el punto de vista económico.
- El equipo innovador participó del primer seminario presencial en "una empresa docente" el 3 de febrero. El seminario tuvo una duración de 8 horas y, su primera parte, versó sobre el uso de la tecnología informática de comunicación (internet y correo electrónico); en éste, a cada uno de los innovadores de las tres instituciones se le proporcionó una cuenta electrónica en el servidor de los Andes y se creó una lista de discusión. En la segunda parte del seminario, se trabajó un taller en torno a la modelización de la velocidad de transmisión de una señal, el cual implica el manejo de algunas funciones de las calculadoras. A partir del seminario se decidió hacer un análisis del aprovechamiento didáctico del taller en las clases de matemáticas.
- Se recibió asesoría presencial en el colegio, el 14 de febrero de 5:30 a 7:00 p.m.; en ésta se inició un análisis acerca de algunas de las diferentes formas para enseñar la trigonometría en la educación media y sus diversas intencionalidades.
- El 22 de mayo el equipo innovador participó de una asesoría en la Universidad de los Andes; en ésta se realizó una descripción de las actividades realizadas en el proyecto, apoyada en reportes escritos y elaboraciones de los alumnos.
- Otra actividad de asesoría y formación se llevó a cabo el 2 de junio de 8 a.m. a 12.30 p.m.; en ella hubo participación de las tres instituciones educativas (Brasilia, Miguel Antonio Caro y La Amistad) y se trabajó sobre los objetivos educativos de la función exponencial, atendiendo a los tres niveles de desempeños (identificación, interpretación y uso) ligados al desarrollo de competencias matemáticas. Al final del seminario se decide que cada docente

graficadoras. En este taller el computador se utilizó para simular la variación de un lado de un triángulo móvil en función de la variación de su ángulo opuesto, y para tomar algunas mediciones. Los datos se ingresaron a las calculadoras y se aproximaron a través de funciones trigonométricas. Este taller será enviado por los asesores para ser implementado con algunos estudiantes.

- Durante las últimas seis semanas de desarrollo del proyecto (noviembre y diciembre) se realizaron dos veces por semana sendas reuniones en las que se brindó asesoría para la elaboración de los informes finales (administrativos y académicos) del proyecto y para la configuración y elaboración de la página web.

Además, en el marco de la asesoría y formación se han desarrollado un sinnúmero de actividades a través de la comunicación permanente vía internet, a saber:

- “una empresa docente” presentó al inicio del proyecto un documento de pautas generales de la asesoría y formación.
- Se desarrollaron talleres de lectura, en torno a documentos traducidos por el equipo asesor (Uso de los logaritmos para explorar funciones de potencia y exponenciales⁵, Razón de cambio de funciones exponenciales: Una perspectiva para el precálculo⁶, y Tiempo para la trigonometría⁷).
- Se remitieron: reportes de las actividades realizadas, los informes de avance, las invitaciones a eventos, las dificultades en la institución, las citaciones a los seminarios–taller, información general sobre trámites administrativos respecto del subcontrato de asesoría, etc.
- En el mes de mayo, “una empresa docente” envió a los innovadores del proyecto un formato de coevaluación, con los objetivos e indicadores referidos a cuestiones didácticas y técnicas. Dicha formato fue diligenciado y enviado al asesor el 2 de junio.
- Se remitió a la lista de discusión un documento que contiene una versión preliminar de una reflexión didáctico–matemática en torno a algunas elaboraciones surgidas en el taller del 2 de junio en el cual se trataron aspectos relativos al estudio de la función exponencial.
- Se intercambió información que permitió tramitar ágilmente el otrosí al contrato de comodato de algunas calculadoras de “una empresa docente” que el Colegio tiene en calidad de préstamo.

⁵ Rahn, J. y Bermdes, B. (1994). Using logarithms to explore power and exponential functions. En: The Mathematics Teacher, Vol.87, No 3 , pp . 161-170.

⁶ Bradie, B (1998).Rate of change of exponential functions: A precalculus perspective. En: The Mathematics Teacher, Vol.91, No 3 , pp . 224-230,237

⁷ Shultz,11.& Bonsague,M.1995. Time For Trigonometry. The Mathematics Teacher Vol.88 No5.pp 393-396, 405-410.

Adicionalmente, el correo electrónico ha servido como medio de comunicación con el interventor del IDEP para , por ejemplo, manifestar la preocupación de la entrega de comunicados necesarios para la elaboración de informes y socializaciones, y con el Museo de Desarrollo Urbano, con el fin de organizar de manera eficiente la socialización en Experiencia del proyecto.

2.3.1.2.4.Reuniones de los docentes innovadores en la institución.

Las docentes responsables del proyecto se reunieron en la institución todas las semanas (el día lunes en la tercera y cuarta hora, y el día viernes en la sexta y séptima hora); en este espacio se socializaba el resultado de la aplicación del proyecto en el aula, se preparaba cada taller que se iba a implementar, se elaboraron los informes solicitados por el IDEP, y —para mejorar y ampliar la visión metodológica— se estudiaban los documentos que versaban sobre los contenidos matemáticos objeto de estudio escolar. Este espacio constituyó más que una descarga, un aumento de la carga académica para los innovadores.

2.3.1.2.5.Socialización del proyecto:

2.3.1.2.5.1. En la institución

En la institución se desarrollaron varias y diversas actividades con los profesores de matemáticas y/o con los directivos; a saber:

- Se presentó la propuesta del proyecto, avances y resultados en el marco de las jornadas pedagógicas y de las reuniones de área, del consejo directivo y del consejo académico.
- El día 15 de febrero del año 2001, a cargo de las profesoras Magdalena Oliveros, Rosa Alicia Rojas de Cobo y Hna. Carlota Porras, se presentó ante el Concejo académico del Colegio La Amistad, la propuesta presentada para concursar en el marco de la convocatoria 04/00.
- En febrero y en abril, ante el área de matemáticas se da a conocer avance del proyecto a nivel general y de aula, y se solicita espacio para continuar con la socialización de los talleres diseñados y avances del proyecto.
- En una sesión de reunión de área se realizó para los profesores un taller de regresión lineal; en éste los profesores manifestaron su agrado para continuar con el manejo de las calculadoras aplicado a las matemáticas.
- Con los profesores se desarrolló un taller con calculadoras acerca de las funciones trigonométricas y la variedad de su estudio con ángulos medidos en grados y en radianes. La comprensión de las opciones MODE DEGREE y MODE RADIAN se exigía y promovía a través de este taller.
- Se llevó a cabo una jornada de socialización al consejo directivo en el mes de agosto sobre el informe financiero, académico y administrativo que se presentó al IDEP. Como resultado de esta socialización se cuenta con algunas sugerencias para mejorar el proyecto (v.g., introducir en el plan de

estudio las funciones trigonométricas desde el grado noveno) y comentarios de respaldo al proyecto (v.g., un padre de familia manifiesta “se debe apoyar las innovaciones buscando un cambio tanto en la actitud del alumno para el aprendizaje de las matemáticas de manera dinámica, con trabajo en equipo y un cambio en la metodología del docente de matemáticas para que su aprendizaje sea más democrático y llegue a todos los alumnos sin excepción”).

- Durante la semana cultural el día 25 de octubre se socializó el proyecto en la institución siendo invitados los docentes de la zona octava; en esta socialización participaron los alumnos del colegio explicando —con la ayuda de las calculadoras, el viewscreen, el videobean y diapositivas elaboradas en powerpoint— aspectos relativos a algunas funciones (lineales, afines, cuadráticas, exponenciales, logarítmicas y trigonométricas). Los asistentes manifestaron valoración positiva del proyecto y dieron sugerencias para que en una próxima exposición prepararan problemas de la vida cotidiana que se modelan por medio de las funciones y que tiene que ver con todas las asignaturas para que haya mayor aceptación de los maestros.

2.3.1.2.5.2. Fuera de la institución

En la Sexta Reunión Anual del Club EMA (RACE 6), jornada realizada el 12 de mayo, y en la Feria Expociencia y Expotecnología, realizada en Corferias del 4 al 13 de octubre, las docentes innovadoras presentaron sendas ponencias donde se dio a conocer brevemente el proyecto y se compartió a los asistentes algunos aspectos de la experiencia sobre el estudio de la función exponencial en grado once. Adicionalmente, en Expociencia y Expotecnología cuatro estudiantes desarrollaron una actividad en torno al manejo de la calculadora.

2.3.1.2.6. Sistematización

El primer preinforme de avance (abril de 2001), el primer informe académico y financiero (julio de 2001), el segundo preinforme académico y administrativo (noviembre de 2001) y el informe académico y final (diciembre de 2001) — informes presentados al IDEP— constituyen documentos que reflejan un nivel de sistematización de la mayor parte de la información generada en el desarrollo del proyecto. Su escritura implicó un inmenso trabajo académico cuyas exigencias excedieron lo previsto en la propuesta.

Adicionalmente, la información de los archivos electrónicos se ha recopilado y organizado en un CD-ROM y en la página web del proyecto⁸.

⁸ <http://ued.uniandes.edu.co/servidor/ued/proyectos/icep2/PaginaWebInicial/paginainicial.htm>

2.3.2. EVALUACIÓN DE LA EXPERIENCIA

Para dar cuenta de la experiencia se evaluaron diferentes agentes implicados, a saber: docentes, estudiantes y talleres.

Los docentes innovadores, diligenciaron en los meses de mayo y noviembre un formato de evaluación (proporcionado por los asesores de “una empresa docente”) a través del cual se pretendía evaluar aspectos de su desempeño docente, del uso de la calculadora graficadora y del mejoramiento del ambiente de aprendizaje. Adicionalmente, en algunas de las reuniones del equipo de innovadores se compartía y discutían la apreciación de los logros y dificultades del trabajo en torno a la innovación.

Los estudiantes de grado décimo desarrollaron dos evaluaciones diseñadas por el equipo de innovadores y por los asesores de “una empresa docente”; una de pregunta abierta sobre las funciones lineales y la otra, en el contexto de las cajas, para el análisis de las funciones de segundo grado

Los estudiantes de grado undécimo contestaron algunas pruebas diseñadas por los profesores innovadores a través de las cuales se pretendía evaluar el proceso realizado, el manejo de los conocimientos matemáticos alcanzados y el uso de la calculadora graficadora. Adicionalmente, sus cuadernos fueron objeto de revisión y las actitudes en clase fueron objeto de observación.

Para conocer la opinión de los estudiantes en general, se les plantearon preguntas orales y, en junio y noviembre, diligenciaron parcialmente un formato escrito sobre objetivos e indicadores de evaluación.

2.4. RESULTADOS LOGRADOS

2.4.1. Indicadores generales de cambio

Como se mencionó en la metodología, antes de iniciar el proyector se aplicaron encuestas a 30 alumnos (5 alumnos de cada curso de los grados noveno, décimo y undécimo) para detectar la problemática de los estudiantes y para conocer entre otras cosas que querían hacer cuando salieran del bachillerato. A través de éstas se pudo ver:

- Acerca de su inclinación futura a ingresar a estudios superiores, que la mayoría deseaba entrar a estudiar a la universidad.
- Sobre como el alumno se ha sentido en el estudio de las Matemáticas en años anteriores, la mayoría de los encuestados afirma que le gustan las

matemáticas, las unidades que se trabajaron sobre el álgebra dejaron conocimientos básicos, son interesantes, los temas aprendidos lo hacen siguiendo las indicaciones de los profesores, que les atrae un poco su contenido, no ha trabajado como objetos matemáticas las funciones. El resto de estudiantes afirma que las dificultades en las matemáticas obedecen a la falta de esfuerzo, dedicación y tiempo.

- Respecto a las capacidades de trabajar con la calculadora en los alumnos de grado undécimo: el 80% afirma que es capaz de producir diferentes tablas de valores para una misma función, en tanto que el 80% es capaz de estudiar las características de una función haciendo exploraciones con la calculadora.

Del análisis de las encuestas se ha concluido que los estudiantes desean salir bien preparados para ingresar a la universidad, manifiestan poco interés, debido a la falta de recursos de los padres para darles los útiles necesarios y asesoría en la preparación diaria de sus asignaturas. Es por eso que la tecnología portátil, el internet y el computador le prestan una gran ayuda para consultar los temas de cada una de las asignaturas especialmente las matemáticas.

El proyecto de innovación curricular en precálculo para la educación media ayudó a mejorar el ambiente de aprendizaje en los estudiantes y el quehacer pedagógico del docente de matemáticas porque capacitó en el manejo de las calculadoras graficadoras, en el estudio de contenidos matemáticos por medio de documentos de lectura enviados por internet y los seminarios de formación. También los maestros participaron en el diseño de los talleres para aplicarlos a los estudiantes de los grados décimo y undécimo. Así se cumplió un objetivo del proyecto educativo institucional capacitar, formar y familiarizar a los docentes con herramientas tecnológicas que faciliten el aprendizaje de las matemáticas de una manera mas interesante amena y menos engorrosa.

Durante el presente año, al participar los profesores en las actividades de capacitación, y de formación que se llevaron a cabo, este conocimiento lo han proyectado a sus alumnos en las aulas de clase, especialmente en el desarrollo del proyecto de innovación curricular en matemáticas para la educación media: Estudio del precálculo mediado por la tecnología portátil (ICEP2). De esta manera se le ha dado también gran importancia al uso de la tecnología portátil y al mejoramiento del ambiente de aprendizaje.

Aunque la tecnología portátil no es la solución a los problemas de la enseñanza aprendizaje de las matemáticas, ella se ha convertido en un agente catalizador en el proceso de cambio en la educación matemática, gracias a la posibilidad que ofrece de manejar dinámicamente los objetos matemáticos en múltiples sistemas

de representación dentro de esquemas interactivos, la tecnología abre espacios para que el estudiante pueda vivir nuevas experiencias matemáticas difíciles de lograr en medios tradicionales con lápiz y el papel en las que el puede manipular directamente los objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración.

2.4.1.1 En el currículo de matemáticas

El grupo de innovadores con la colaboración del área de matemáticas en el mes de enero rediseñó el plan de estudios para grado décimo y undécimo, donde se considera el proceso que los alumnos realizan en el alcance de las competencias, los contenidos, los objetivos, los logros e indicadores de logros; teniendo en cuenta la elaboración realizada en ICEP 1/00 asesorada por los investigadores de "una empresa docente".

Dicho plan de estudios contempla la implementación de los talleres sobre el uso de las calculadoras graficadoras. Se estableció una nueva secuencia de contenidos de precálculo para once en torno a las funciones como eje curricular y se reajustó la secuencia de contenidos de precálculo para décimo. Este estudio se incluyó en la programación general del área.

Como consecuencia de este estudio se unifica los temas y talleres correspondientes y sobre manejo de la calculadora graficadora TI-83 como una herramienta en la conceptualización de las funciones como objetos matemáticos que se realizó en la mayoría de los cursos de grado Décimo y Undécimo.

2.4.1.2 En el actuar docente

El proyecto promueve la investigación en el aula, reflexionando sobre la problemática del aprendizaje de los estudiantes; muestra aspectos relevantes de la práctica de innovación, se armó un archivo impreso y en medio magnético que constituye la memoria sistemática de todo el proceso.

Este proyecto de innovación curricular, produjo en el aprendizaje de la matemática ante todo un cambio de actitud del maestro para trabajar en equipo, propició un acercamiento en su quehacer pedagógico a los docentes de las tres instituciones que trabajaron este proyecto en sus instituciones y sobre todo en el trabajo de los docentes de la misma institución comprometidos en el proyecto, la dificultad más grande fue el poco tiempo para compartir con los docentes de la institución sin embargo en las jornadas pedagógicas se socializó este proyecto.

El docente es un amigo y aprendiz junto a sus alumnos, donde después de su trabajo comparte sus experiencias y mejora sus diseños de actividades y evaluaciones con sus compañeros innovadores y de área, orientan el trabajo de cada grupo aclaran dudas y dificultades.

Los profesores responsables del proyecto realizan un trabajo en equipo, analizan y en forma unificada acuerdan los contenidos y logros sobre la base de competencias liderado por el asesor de “una empresa docente.”

Los docentes son los agentes protagónicos y responsables del diseño, desarrollo, evaluación y socialización de los procesos dentro del desarrollo del proyecto. Particularmente, tuvieron bajo su responsabilidad:

- Participar en la capacitación que ofreció la entidad asesora (“una empresa docente”) y cumplir con las actividades propuestas.
- Aplicar los talleres diseñados por “una empresa docente”, y hacer los cambios necesarios de acuerdo a las condiciones que surjan en su implementación.
- Orientar el trabajo de los estudiantes propiciando un ambiente adecuado que les permita una participación activa.
- Trabajar en grupo para el diseño de estrategias y modificaciones necesarias.
- Diseñar actividades (talleres, evaluaciones, ejercicios, etc.) que pongan en juego los conceptos involucrados en la innovación (funciones, variación, dominio, recorrido, etc.) y la resolución de problemas matemáticos como hilo conductor.
- Hacer un seguimiento escrito detallado de los avances y dificultades de los estudiantes en el transcurso de la innovación.
- Presentar los informes escritos en los que se reporten las observaciones realizadas en el aula en el desarrollo de los talleres.
- Presentar a la comunidad involucrada el proceso y resultados de la innovación, así como también a las entidades que el IDEP así lo exija.
- Utilizar las calculadoras gráficas como una herramienta que permita a los estudiantes usar la tecnología para avanzar en su proceso de formación.
- Propiciar ambientes de clase en los cuales se potencie en los estudiantes la curiosidad por el uso racional de los elementos tecnológicos usados en la innovación.

Una preocupación de las docentes responsables del proyecto en la institución ha sido el mejoramiento del manejo de los programas de computador: el procesador de palabra, power point, navegador a los cuales se les ha dedicado tiempo y se han visto los cambios positivos para la presentación de los informes, elaboración de las presentaciones, enviar y recibir mensajes. También se utilizó el graph link para conectar la calculadora al computador. Las gráficas utilizadas en el presente informe se han elaborado con la calculadora TI-92 que los innovadores tienen conectados a su computador personal, en el colegio se trabajó con la TI-83.

- La activa participación en todos los seminarios, talleres, y proyectos ha servido para fortalecer el conocimiento didáctico de las matemáticas de las docentes responsables de la innovación, y en consecuencia, ha transformado su quehacer docente.
- La formación de las docentes responsables del proyecto de innovación, les condicionan a estar en constante reflexión sobre los procesos educativos en matemáticas y a promover cambios que redunden en beneficio de la construcción de conocimiento matemático por parte de sus alumnos.
- Este proyecto de innovación curricular, produjo en el aprendizaje de la matemática ante todo un cambio de actitud del maestro para trabajar en equipo, propició un acercamiento en su quehacer pedagógico a los docentes de las tres instituciones que trabajaron este proyecto en sus instituciones y sobre todo en el trabajo de los docentes de la misma institución comprometidos en el proyecto, la dificultad más grande fue el poco tiempo para compartir con los docentes de la institución sin embargo en las jornadas pedagógicas se socializó este proyecto.

El proyecto de innovación se fundamentó en un estudio de la función como eje temático, utilizando herramientas como el análisis didáctico, los mapas conceptuales, los sistemas de representación y el uso de la calculadora gráfica.

Los objetivos que se lograron fueron incorporar en el currículo de matemáticas de la institución el uso de la calculadora graficadora como aporte a la educación en tecnología eje que promueve el PEI, además el proyecto integró el diseño, análisis y aplicación de talleres que se trabajaron en equipo, se socializaron, donde se propició la conjeturación y descubrimiento de aspectos específicos de problemas o conceptos matemáticos originando un ambiente de discusión en clase.

La experiencia ha mostrado que la consolidación de innovaciones curriculares es un proceso difícil como consecuencia del cambio que ellas generan con las visiones tradicionales que el profesor, el estudiante y la institución tienen acerca de las matemáticas, de su enseñanza y su aprendizaje.

2.4.1.3 En el actuar de los estudiantes

El estudiante a partir de la explicación del proyecto de precálculo apoyado en tecnología portátil, el cambio de metodología, y la implementación de los talleres logró un cambio en:

- Su actitud frente al trabajo individual y en equipo al respecto un alumno afirma “Gracias a la colaboración de todos hemos aprendido a manejar las calculadoras graficadoras donde se pudieron representar la funciones de manera gráfica, simbólica y numérica”.

<p>Representación simbólica</p>	<p>Representación gráfica</p>																																													
<p>Representación numérica</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x</th> <th>y1</th> <th>y2</th> <th>y3</th> <th>y4</th> </tr> </thead> <tbody> <tr><td>0.</td><td>1.</td><td>1.</td><td>1.</td><td>1.</td></tr> <tr><td>1.</td><td>2.</td><td>2.7183</td><td>3.</td><td>4.</td></tr> <tr><td>2.</td><td>4.</td><td>7.3891</td><td>9.</td><td>16.</td></tr> <tr><td>3.</td><td>8.</td><td>20.0866</td><td>27.</td><td>64.</td></tr> <tr><td>4.</td><td>16.</td><td>54.5988</td><td>81.</td><td>256.</td></tr> <tr><td>5.</td><td>32.</td><td>148.41</td><td>243.</td><td>1024.</td></tr> <tr><td>6.</td><td>64.</td><td>403.43</td><td>729.</td><td>4096.</td></tr> <tr><td>7.</td><td>128.</td><td>1096.6</td><td>2187.</td><td>16384.</td></tr> </tbody> </table>	x	y1	y2	y3	y4	0.	1.	1.	1.	1.	1.	2.	2.7183	3.	4.	2.	4.	7.3891	9.	16.	3.	8.	20.0866	27.	64.	4.	16.	54.5988	81.	256.	5.	32.	148.41	243.	1024.	6.	64.	403.43	729.	4096.	7.	128.	1096.6	2187.	16384.	<p>Variación de la tabla</p> <p>TABLE SETUP</p> <p>tblStart: 0</p> <p>tbl: 1</p> <p>Graph <-> Table: OFF</p> <p>Independent: AUTO</p> <p>Enter=SAVE ESC=CANCEL</p>
x	y1	y2	y3	y4																																										
0.	1.	1.	1.	1.																																										
1.	2.	2.7183	3.	4.																																										
2.	4.	7.3891	9.	16.																																										
3.	8.	20.0866	27.	64.																																										
4.	16.	54.5988	81.	256.																																										
5.	32.	148.41	243.	1024.																																										
6.	64.	403.43	729.	4096.																																										
7.	128.	1096.6	2187.	16384.																																										

- El desempeño en competencias comunicativas y argumentativas debido a la comunicación verbal tanto en el grupo como en la socialización ante el curso realizando en forma oral y escrita sus comentarios donde resalta logros y dificultades “Aprendimos cosas como la función afín, función lineal, funciones cuadráticas, funciones de 1º de 2º grado. También funciones polinómicas etc. Y así en todos los periodos también tuvimos dificultades, como el manejo de la calculadora, la función seno y coseno pero en general muy bueno el proyecto de precálculo”.

PROPIEDADES DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL $y = b^x$

1. a. Para $x=0$, la función toma el valor $1 = f(0) = b^0 = 1$.
2. a. Para $x=1$, la función toma el valor b ; $f(1) = b^1 = b$.
3. a. La función es positiva para cualquier valor de $x = f(x) > 0$.

Esto es debido a que la base de la potencia, b , es positiva, y cualquier potencia de base positiva da como resultado un número positivo.

4. a. Si la base de la potencia es mayor que 1, $b > 1$, la función es creciente.
5. a. Si la base de la potencia es menor que 1, $b < 1$, la función es decreciente.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA FUNCIÓN EXPONENCIAL.

Observando las propiedades que se describen para una función exponencial, se han de distinguir dos casos para hacer la representación de una función $y = b^x$.

A) $b > 1$

En este caso, para $x=0$, $y = b^0 = 1$.

Para $x=1$, $y = b^1 = b$.

Para cualquier x , la función es estrictamente creciente y siempre positiva. Como caso particular se representa la función $y = 3^x$.

B) $0 < b < 1$

Para $x=0$, $y = b^0 = 1$.

Para $x=1$, $y = b^1 = b$.

Para cualquier x , la función es estrictamente decreciente y siempre positiva. Como caso particular se representa la función $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

- mayor dominio de conceptos matemáticos y procedimientos: permitió al alumno construir su propio conocimiento a partir de sus preteorías, de la manipulación de los objetos matemáticos como las funciones.
- Usó la calculadora para modelar problemas: en el caso de los talleres 5 transmisión de la señal, y 7 decrecimiento exponencial (ver anexo)
- Aprendió de sus errores sin sentirse frustrado.
- Mejoró su trabajo individual y en equipo al generar un ambiente de discusión en clase.
- Formula, analiza y resuelve problemas, los corrige, y los verifica con la calculadora graficadora, de esta manera no recurre siempre al maestro para verificar si lo que piensa es adecuado o no lo comprueba directamente en su grupo de trabajo.
- La aparición de las calculadoras en las clases genera para los estudiantes unas responsabilidades particulares, a saber: hacer un uso adecuado de las calculadoras, y entregarlas al profesor una vez que termine la actividad de la clase.

- En la parte personal en la formación de los valores de responsabilidad, respeto, autonomía, seguridad de sí mismo ya que fue responsable en el manejo de los artefactos tecnológicos.
- Participó en las socializaciones dentro del salón de clase y en las jornadas pedagógicas tanto en la institución como fuera de ella.
- Participó activamente en las clases en su gran mayoría, se propició un ambiente de trabajo, creció socialmente compartiendo el conocimiento con sus compañeros.

En la evaluación de talleres se encontró que éstos son un instrumento que permite al alumno trabajar por sí mismo y al maestro asesorar y observar, mientras que sin talleres el maestro no tiene estas posibilidades y lo hace magistralmente, o coloca ejercicios de los libros para repetir procedimientos largos y engorrosos.

Las evaluaciones practicadas a los alumnos (tanto en el primero como en el segundo semestre) consta de preguntas abiertas, reflexivas, y críticas. Esta naturaleza de las preguntas, permitió ver, que fueron resueltas describiendo el proceso que realizaron. Sin embargo las respuestas todas no fueron satisfactorias.

- El manejo por parte de los estudiantes de las calculadoras gráficas les ayudó de manera permanente al iniciarse en el mundo de la tecnología informática y enfrentarse a la lógica de las máquinas, exploraron su funcionamiento, encontraron cualidades de la tecnología, les proporcionó de un conocimiento necesario para el mundo de hoy.

Es una curva de crecimiento logarítmica cuando x aumenta y disminuye x conclusiones

Al trabajar con la calculadora observamos que el trabajo manual era muy parecido y aproximado al que comprobamos con la calculadora.

Se nos presentó un poco de dificultad al sacar las ecuaciones pero al final las obtuvimos y en estas pudimos observar los puntos de corte tanto tanto en la gráfica exponencial tanto en la gráfica logarítmica.

17/11/08
NOU/08
a.c.c.

Faltan las guías del reloj!

- El estudiante fue capaz de utilizar la calculadora gráfica en la resolución de problemas. Esto significa que sin que se le dé una orden específica de uso de la máquina, él puede realizar diferentes operaciones que lo llevan a concluir algo acerca del problema.
- El estudiante es capaz de producir diferentes tipos de gráficas de una misma función en la calculadora.
- El estudiante es capaz de producir con la calculadora diferentes tablas de valores para una misma función.
- El estudiante es capaz de estudiar las características de una función haciendo exploraciones con diferentes funciones de la calculadora (e. g. puntos máximos y mínimos, lugares de crecimiento y decrecimiento).

NOMBRES:
- Maria Bibiana Cetina Doncel
- Marisol Otalora Pinzón
- Aura María Cano
2 de Noviembre del 2001.

LABOR.

Verificamos o comprobamos en la calculadora que los datos q' habíamos obtenido nosotros estuvieran bien y que de acuerdo a estos los pusieramos en las listas de las calculadoras para que obtuviéramos correctamente las gráficas los resultados fueron muy buenos ya que vimos correctamente las gráficas cuales eran sus puntos máximos, cual era la amplitud de esas gráficas.

2.4.2. Indicadores de logro en temáticas específicas

A continuación se especifican objetivos en términos de indicadores de logro y se dan a conocer logros alcanzados por los estudiantes a través de los talleres, se explican algunos logros cognitivos:

2.4.5.1. Estudio de la función lineal

Se inició esta unidad con un taller llamado "Hacia la función de proporcionalidad directa".

La intención fue representar la función de proporcionalidad directa en forma numérica por medio de las tablas de datos, hallando valores desconocidos, estableciendo el patrón de variación de cada una de las variables y calculando la constante de proporcionalidad por medio de cocientes entre la variable dependiente y la variable independiente. Los alumnos observaron que cuando la variable independiente cambia de 1 a 2, es decir, se duplica, la variable dependiente también se duplica.

Esta función se gráfica utilizando los datos de la tabla y su representación en el plano cartesiano, destacando la constante de proporcionalidad por medio del descenso o ascenso y el avance horizontal, realizando el cociente de $(y / x = k)$ y relacionando la variable x con la variable y anotando $(y = k.x)$ para calcular cualquier valor e identificando la variable dependiente e independiente.

Después de realizado el taller por los alumnos se hizo una puesta en común donde explicaron cada punto, mostrando la pendiente en la gráfica realizada, en la cual el maestro los guió por medio de preguntas, ya que solos no pueden determinarla. Se dificultó la construcción de la ecuación de la recta a partir de la gráfica, se hicieron varios intentos de solución por parte de los estudiantes y se les preguntaba si estaban de acuerdo con el alumno que estaba contestando a lo que ellos contestaban que no.

Igualmente, se les dificultó ubicar los puntos de la gráfica y llevarlos a la forma tabular, es decir, reconocer las abscisas como valor de la variable independiente y de la ordenada como valor de la variable dependiente, las confundían. Escribir la generalización, ecuación o fórmula deduciéndola de una tabla de valores y de una gráfica. También se les dificultó establecer que siendo las magnitudes directamente proporcionales, la gráfica parte del origen. Se trabajó la pendiente con más profundidad aplicando la fórmula de la pendiente (elevación / avance = $\Delta y / \Delta x$).

En esta Unidad correspondiente a función lineal, la innovación consiste en conectar los distintos elementos en la proporcionalidad, pasar de una representación a otra, de la verbal a la numérica, a la gráfica y a la simbólica trabajando en problemas de contexto, propuestos primero en los talleres y segundo construidos por los mismos alumnos, donde fue necesario que leyeran nuevamente redactando mejor. Se concluyó entonces, que a partir de un ejercicio muy sencillo construido por los alumnos, sobre temas como un tanto por ciento de rebaja, es posible graficar una función y distinguir la función afín de la lineal; o la realización de ejercicios como el de hallar el lado y la altura de un triángulo y la

relación de proporcionalidad que se establece, en general, los procedimientos algebraicos de localización de puntos en el plano, distancia entre dos puntos, punto medio de un segmento, tangente entre dos puntos.

El instrumento que facilitó la comprobación de las diferentes representaciones de estas funciones lineales y afines fueron las calculadoras graficadoras, después de manipular las funciones con lápiz y papel, ya fue más compartido el sacar conclusiones sobre las características de cada función desde los distintos sistemas de representación.

2.4.5.2. Estudio de la función cuadrática

La función cuadrática no se estudió, como es tradicional a partir de su forma simbólica $y = x^2$, se hizo en el contexto de construcción de cajas, cortando cuadrados de lado x en las esquinas de una hoja de papel de 24 cm. de largo por 20cm. de ancho; se construyeron sucesivamente por medio de talleres las funciones largo de la caja y ancho de la caja, que son funciones afines y la función área del papel desperdiciado, área del papel de la caja, área de la base de la caja, el área determinada por el largo y ancho de la caja, que son funciones cuadráticas, la capacidad de la caja que es función polinómica de grado tres.

Se analizaron primero las tablas numéricas, cómo están ordenadas en forma ascendente, descendente, la variación de cada función $f(x)$ cuando varía x , determina los intervalos de variación los extremos superiores o inferiores y límites, la densidad de los reales positivos, las operaciones y jerarquización de las operaciones, este análisis es más cercano al estudiante, de él se deducen las expresiones a partir del trabajo de operaciones de valores que toma el dominio y el rango, para construir las funciones teniendo en cuenta que todo elemento de dominio tiene su imagen y esta es única y escribe la función simbólica $y = f(x)$ así:

Largo de la caja $f_1 = -2x + 24$ función afín

Ancho de la caja $f_2 = -2x + 20$ función afín

Área del papel desperdiciado $f_3 = 4x^2$ función cuadrática

Área del papel de la caja $f_4 = 480 - 4x^2$ función cuadrática

Área de la cara determinada por el largo $f_5 = 24x - 2x^2$ función cuadrática

Área de la cara determinada por el ancho $f_6 = 20x - 2x^2$ función cuadrática

Área de la base $f_7 = 480 - 88x + 4x^2$ función cuadrática

Capacidad de la caja $f_8 = 4x^3 - 88x^2 + 480x$ función polinómica de grado tres.

Los alumnos identifican que la estructura simbólica de la función cuadrática es diferente a la lineal, a la afín y a la de grado tres y hace un análisis de la expresión

simbólica de cada uno de sus términos para comprender qué hace que una función sea cuadrática.

Se representan gráficamente por medio de calculadoras gráficas dando una visión global de la función en el contexto específico de las cajas y en los reales; después se hace formalmente en papel milimetrado, analizando las características: el dominio como objeto de estudio, en una de sus representaciones como el segmento en el eje x , con extremos no incluidos; el rango como objeto de estudio en una de sus representaciones como un segmento del eje y y sin tomar los extremos, es decir, el intervalo abierto intervalo cerrado ; el intervalo de crecimiento y decrecimiento, punto máximo o punto mínimo.

El objeto matemático es la función cuadrática aunque tenga diferentes representaciones y se establezcan diferentes conexiones entre las representaciones.

Durante el proceso nos permitimos elaborar un cuestionario para cada uno de los alumnos teniendo en cuenta el primero y segundo taller de la función cuadrática porque no lograbamos interpretar lo que los alumnos estaban pensando sobre el trabajo que realizaban. Lo contestaron individualmente.

Por ejemplo, acerca de cualquier caja en donde se preguntaba si se podría construir una caja que tuviera altura w entre e y q . El estimativo teniendo en cuenta esta situación es: un grupo dijo que no porque no se concebía que pudieran construir otras cajas intermedias; otro de los grupos dijo que solamente se obtendrían otras cajas intermedias recortando o cortando el papel de la caja. Dada esta situación y según sus respuestas a este cuestionario se pudo trabajar con más eficiencia, llevándolos a aclarar sus dudas e interpretaciones. Tres grupos mostraban de manera notable su comprensión y habilidad para sacar de estos talleres el mayor provecho posible, dando respuestas un tanto acertadas y haciendo exposiciones congruentes, sabiendo para donde iban, ilustrando su exposición con tablas y gráficos.

En este momento los estudiantes hablan con propiedad y destreza frente a las diferentes situaciones, usando expresiones apropiadas. Como:

- La conjetura que yo hago a esta situación es la siguiente: Construye una tabla o un gráfico y explica lo que esta representa...
- Hablan de variación: A medida que aumenta el dominio de la función aumenta el rango.
- La función llega a un máximo, es decir crece y a partir de este decrece.
- La función es simétrica respecto a...
- La función tiene un máximo y un mínimo

- Toma valores en forma ascendente...
- La gráfica es una parábola de eje vertical.
- El eje de simetría de la parábola con vértice el punto (0,0) es el eje y.
- Con ayuda de las calculadoras graficadoras se aprende más acerca de la función cuadrática y con los talleres de las cajas se identifican las características de las funciones.
- Hay avance en la terminología y vocabulario para comunicarse el estudiante en sus exposiciones y comentarios. La calculadora gráfica ha contribuido como instrumento de innovación, se puede trabajar con ellas tres sistemas de representación del objeto matemático, el gráfico, el simbólico y tabular. Son un medio de trabajo que ofrece un espacio para la experimentación y verificación del trabajo matemático, la tecnología es un catalizador del proceso didáctico pero del éxito de utilización depende del papel que juega el maestro como agente decisor y negociador y el alumno reflexionando y escribiendo lo que hace sin olvidar la conceptualización, luego la tecnología debe ser utilizada como un recurso racional para el aprendizaje de las matemáticas sin olvidar la estructura de estas.

El ambiente es de discusión en clase, hace conjeturas y las comprueba con la calculadora, el aprendizaje se construye socialmente en el salón de clase, el proceso entonces se vuelve más importante que los resultados, los problemas interesantes son aquellos en los que hay que experimentar, conjeturar, intentar y descubrir.

2.4.5.3. Estudio de la función exponencial con calculadora TI-83

A continuación se comentaran algunos aspectos de la experiencia sobre el estudio de la función exponencial con estudiantes utilizando la calculadora TI-83.

Inicialmente, fue necesario hacer un trabajo que pretendía recordar propiedades de las potencias de base real y exponente entero o racional (positivo negativo o cero). Realizaron sin calculadora ejercicios como: $f(-4) = 16$ con calculadora $f(2/3) = \text{raíz cúbica de } 4$ Para la función $f(x) = (1/2)^x$

Luego se propuso realizar gráficas cartesianas con lápiz y papel para lo cual se hallaron sin calculadora algunos valores de $f(x)$ para ciertos valores de x . Es bueno que realice manualmente para repasar escalas, operaciones y punteo.

Posteriormente los estudiantes utilizando la calculadora realizaron gráficas de funciones exponenciales representadas a través de sus expresiones algebraicas y

describieron algunas de las características de la función exponencial y las de sus representaciones gráfica y numérica.

Para poder realizar las gráficas y las tablas fue necesario que los estudiantes conocieran las funciones de la calculadora para lo cual previamente se hicieron talleres previos de manejo de calculadora. Para obtener representaciones gráficas con la calculadora se estudiaron las opciones Graph, Window, Zoom, Trace, que permiten observar diferentes aspectos gráficos de una misma función en tanto que para obtener representaciones tabulares de la función exponencial con la calculadora TI-83, se hizo un trabajo para aprender a usar las opciones 2nd Window, y 2nd Graph

La representación gráfica de una función aporta mucha más información que la simple definición de la función, por cuanto permite visualizar la variación de la variable dependiente y , con respecto a la variable independiente x , es decir cuando la función es creciente o decreciente los alumnos determinaron la variación en x cuando va de uno en uno y cuando va de dos en dos y la respectiva variación en y , hallaron las diferencias en x consecutivos y sus respectivas diferencias en y .

Con respecto a la representación gráfica de las funciones, los estudiantes observaron que la gráfica queda por encima del eje x , y que no lo intercepta en algunos de sus puntos estos hechos se asociaron al carácter positivo de la función y a la no existencia de raíces reales porque para cualquier x no existe un $f(x)$ igual a cero; porque no existe un punto donde $f(x)$ sea igual cero.

Además observaron que la gráfica corta el eje y en el punto $(0, f(0))$ para $x=0$ $y=$ coeficiente de la función.

Al graficar simultáneamente las funciones de $y_1= 3^x$ $y_2= (1/3)^x$ concluyeron que entonces son simétricas con respecto al eje y .

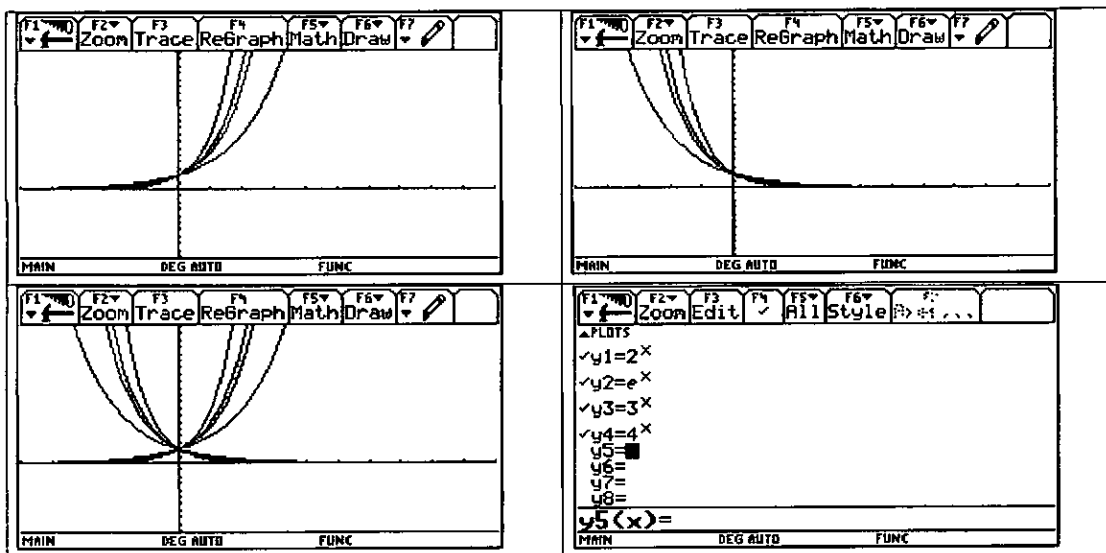
Empleando la calculadora, los estudiantes vieron en la tabla la variación numérica de la variable dependiente, y , con respecto a la independiente, x , a intervalos de x que eligieron previamente, de tal manera que la calculadora permite ver el crecimiento no solo para dos parejas de números reales sino para muchas parejas de números reales.

La función exponencial se caracteriza porque es de la forma $f(x)=k b^x$ donde b es un número real positivo, si $b>1$ la función es siempre creciente, si la base es mayor que uno cuando x tiende a infinito entonces y tiende a infinito y cuando x tiende a menos infinito, y tiende a cero.

Ahora bien si $0 < b < 1$ la función es siempre decreciente, es decir, que cuando x tiende a infinito entonces $f(x)$ tiende a cero y cuando x tiende a menos infinito $f(x)$ tiende a infinito.

El dominio de la función es el conjunto de los reales y el codominio son los reales positivos.

Algunas características que los alumnos pudieron evidenciar en las representaciones:



La curva, o representación gráfica de la función es asintótica respecto al eje x , y en consecuencia no tiene raíces reales.

La curva es abierta, pasa por $(0, k)$ para kb^x , para dos valores diferentes del dominio se cumple que Si $x_1 < x_2$ entonces $f(x_1) < f(x_2)$ la función es creciente y Si $x_1 < x_2$ entonces $f(x_1) > f(x_2)$ es función decreciente.

Para modelar la función exponencial se estudian las aplicaciones como: Crecimiento de una población de personas, crecimiento de bacterias, una cantidad de dinero puesto a interés compuesto, decrecimiento de una sustancia radiactiva como polonio o radio, de carbono 14 en función del tiempo en un fósil o en una configuración geológica etc.

Al aplicar este taller se presentaron errores de lectura y de interpretación de la notación científica por ejemplo: $1.5E-4$ lo interpretaron como 1.5 o como un mensaje de error. El número .00781 como 781,0, .25 como 25, en ocasiones no pudo el estudiante convertir un exponente negativo en uno positivo y

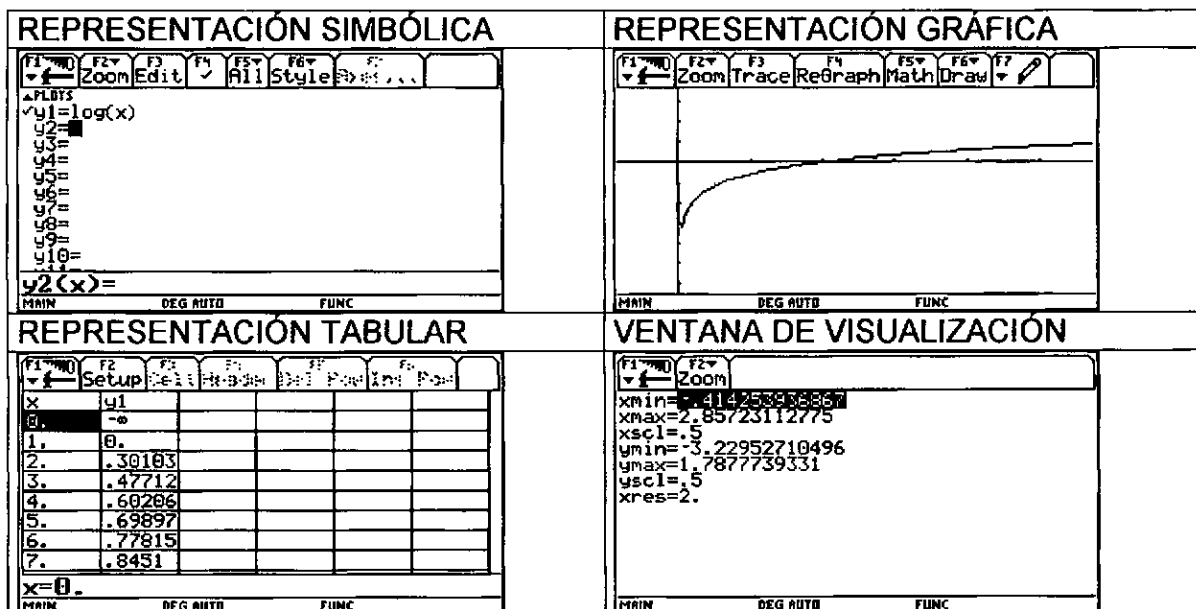
viceversa, se equivocó en las leyes de los exponentes cuando los exponentes son negativos.

La función es uno a uno, y como es siempre creciente o decreciente, tiene función inversa que es la logarítmica.

2.4.5.4. Función logarítmica

Algunas características que los alumnos pudieron evidenciar en las representaciones:

El dominio de la logarítmica es el rango de la exponencial, el conjunto de los reales positivos y el rango de la logarítmica es el dominio de la exponencial el conjunto de todos los reales.



La curva, o representación gráfica de la función es asintótica respecto al eje y, en consecuencia corta el eje x en el punto (1,0).

La base siempre es positiva, puede ser mayor que uno o comprendida entre cero y uno.

2.4.5.5. Aspectos de la función seno

A continuación se comentan algunos aspectos de la experiencia sobre el estudio de la función seno con estudiantes utilizando la calculadora TI-83.

A partir del taller tiempo para la trigonometría (ver anexo) los estudiantes analizarán la expresión $d = b + A \sin(k(t - c))$

d = extremo del horario al techo

b = distancia del centro del reloj al techo traslación vertical

A = radio del reloj es la amplitud

K = las divisiones de la circunferencia

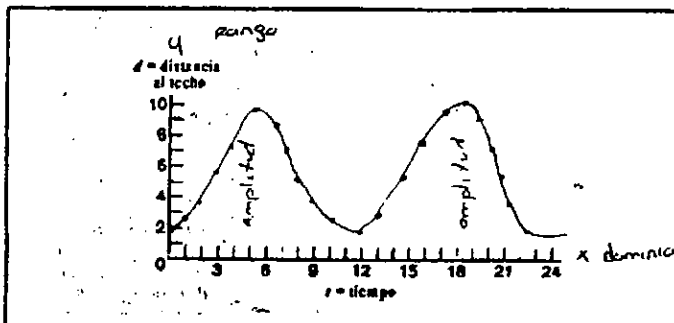
T = tiempo cada hora, variable independiente

C = corrimiento o desfazamiento tiempo inicial.

HOJA DE TRABAJO 3

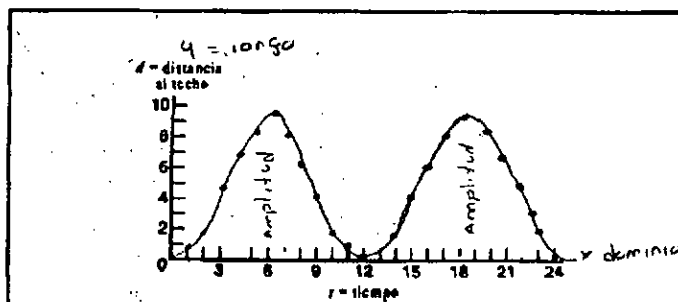
Bosqueje la gráfica de la distancia del extremo del horario del reloj al techo, como una función del tiempo para cada uno de los relojes citados a continuación.

Dominio: tiempo
 Rango: distancia
 Mayor Amplitud:
 $(0,10)$ $(18,10)$
 Menor Amplitud:
 $(0,2)$ $(12,2)$ $(24,2)$
 ES una grafica perio-
 dica.



Gráfica para el reloj 5
 Medida del radio = 4 cm.
 Distancia del techo al centro = 6 cm.
 Hora inicial = 12:00

Dominio: tiempo
 Rango: distancia
 Mayor Amplitud:
 $(6,10)$ $(18,10)$
 Menor Amplitud:
 $(0,0)$ $(12,0)$ $(24,0)$
 ES una grafica
 periodica.



Gráfica para el reloj 6
 Medida del radio = 5 cm.
 Distancia del techo al centro = 5 cm.
 Hora inicial = 12:00

En ambas graficas el dominio es el tiempo y el rango es la distancia; en ambas la mayor Amplitud se da en las horas 6, 18 y 10 menor en 0, 12, 24 esto sucede porque el reloj comienza a las 12:00, en todas las graficas cambia la distancia y tambien el radio.

Luego se estudió la gráfica de la función seno a partir de una tabla, tomada de la calculadora con variación de $\pi/4$ en $\pi/4$ en MODE RADIAN. Los estudiantes dibujaron la gráfica con lápiz y papel y observaron las características. Dominio entre $[0,2\pi]$, rango entre $[-1,1]$; valor máximo 1, valor mínimo -1 , intervalo de crecimiento $(\pi/2,3\pi/2)$, ceros de la función $0,\pi,2\pi$.

Signo de la función: positiva de $(0,\pi)$ y negativo de $(\pi,2\pi)$ después de hacer este análisis en lápiz y papel se hicieron gráficas con la calculadora graficadora variando los parámetros de la función seno. Al final del taller se realizó un estudio

de la función trigonométrica seno, para estudiar la amplitud, período, fase y translación vertical. Con ayuda de la calculadora configurada en el modo grados y utilizaron el zoom trigonométrico dibujaron las gráficas correspondientes a las formas simbólicas $y = \sin(x)$; $y = 2 \sin(x)$; $y = 3 \sin(x)$; $y = 4 \sin(x)$ etc.. También gráficas correspondientes a las formas simbólicas $y = \sin(2x)$; $y = \sin(3x)$; $y = \sin(4x)$ etc.. Y a las formas simbólicas $y = \sin(x-1)$; $y = \sin(x-2)$; $y = \sin(x-3)$; $y = \sin(x-4)$ etc.. Luego translaciones verticales para observar los efectos de sumarle un número positivo a las expresiones simbólicas anteriores.

REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA	REPRESENTACIÓN GRÁFICA
VISUALIZACIÓN	UNIDAD DE MEDIDA

2.4.3 Algunas dificultades encontradas

También, como parte de los resultados se puede dar cuenta de algunas dificultades encontradas en la implementación del proyecto tales como:

- Resistencia al cambio por parte de algunos alumnos y docentes durante la realización del proyecto.
- Resistencia a la presentación didáctica de las actividades del proyecto por parte de algunos alumnos.
- Algunos pocos alumnos presentaron dificultad para interactuar con la tecnología y aprender de ella por que o bien no todo alumno tenía una calculadora disponible o bien no se la podía llevar a la casa.
- Falta de estímulos a los docentes involucrados en la realización del proyecto, tales como una mayor disponibilidad de tiempo, permisos y ayuda económica.

- Entrega de reportes de actividades, resultados y evidencias relativas al trabajo del proyecto, con un poco de retraso con respecto a lo programado.

2.5. PROYECCIÓN DE LA EXPERIENCIA EN TÉRMINOS DE SOSTENIBILIDAD, COBERTURA Y EXPANSIÓN

Se ha conseguido que el colegio deje presupuesto para seguir con este proyecto en el año 2002, para conseguir 3 calculadoras mas , el view screen con su calculadora compatible.

Se busca que esta innovación continúe y no solo que cubra el área de matemáticas sino que se extienda a otras áreas del conocimiento a nivel institucional y, en un futuro a otros centros educativos del Distrito Capital.

Es necesario continuar con el proyecto en grado décimo, undécimo extensivo al grado noveno y octavo, para promover el uso de la tecnología como herramienta básica para construir el conocimiento matemático, buscando en los estudiantes un pensamiento que dé significado a su trabajo, que haga el aprendizaje más consciente y activo de tal forma, que todos los estudiantes puedan aprender haciendo, expresando por escrito los conceptos y el proceso que realizan.

Además la infraestructura facilita ahora mas que antes a continuar en la institución con el proyecto, además de contar con las 20 calculadoras del comodato y el view screen se cuenta con 20 calculadoras más del financiamiento por el IDEP y un presupuesto adicional otorgado por la institución para continuar con el proyecto.

La institución ha fijado la última semana del año lectivo y la primera del siguiente año para elaborar un nuevo plan de estudios que dé más viabilidad al proyecto. En esta reelaboración se deberá atender a los comentarios y reacciones recibidas en las actividades de socialización del proyecto, a los aportes y sugerencias de los colegas y alumnos, y a la experiencia profesional que el proyecto ha dejado en el equipo asesor. Por ejemplo, en la institución a través del proyecto se ha generado una discusión acerca de la enseñanza de la trigonometría, y particularmente de su ubicación curricular, que es necesario retomar en tal reelaboración. Así, teniendo en cuenta el análisis y revisión del plan de estudios en el área de matemáticas – como se hizo el año anterior– y la información producida en su aplicación, se rediseñará nuevamente para aplicarlo en el 2002.

Se ha consultado con los profesores de matemáticas para continuar con el proyecto y han manifestado, interés en participar en él, esto da seguridad para continuar con el proyecto, para utilizar con los estudiantes las calculadoras en las clases de matemáticas donde las utilicen en la graficación de las funciones y demás aplicaciones de la graficadora.

3. BIBLIOGRAFÍA

BRADIE, B (1998). "*Rate of change of exponential functions: A precalculus perspective*". En: *The Mathematics Teacher*, Vol.91, No 3 , pp . 224-230,237

PERRY Patricia Inés, GUACANEME Edgar Alberto. "*Propuesta curricular para la introducción a las funciones representadas por polinomios de grado dos*". Universidad de los Andes.noviembre 2000.

RAHN, J. y BERNDEN, B. (1994). "*Using logarithms to explore power and exponential functions*". En: *The Mathematics Teacher*, Vol.87, No 3 , pp . 161-170.

SHULTZ,11.& BONSAGUE,M.1995. "*Time For Trigonometry*". *The Mathematics Teacher* Vol.88 No5.pp 393-396, 405-410.

SOTO Alonso. "*Proyecto Educativo Institucional*". Documento de trabajo. 1994.

ANEXOS

INSTITUTO PARA LA INVESTIGACIÓN EDUCATIVA Y DESARROLLO
PEDAGÓGICO (IDEP)

FICHA TÉCNICA

PROYECTO: *Innovación Curricular en Matemáticas para la educación media:
El estudio del precálculo mediado por la tecnología portátil.*

INSTITUCIÓN: COLEGIO DISTRITAL LA AMISTAD J.T

CONTRATO: 98 DE 2000

1. IDENTIFICACIÓN

Institución: Colegio Distrital La Amistad

Dirección: Carrera 75B No.35-21Sur

Teléfonos: 2646605

Jornadas: Tarde

Sector: Kennedy

Número de estudiantes: 1300

Localidad: 8ª

Niveles educativos: Educación Básica Secundaria y Media

Nombre de la rectora: Francia Elena Castrillón Cordovez

Responsables de la experiencia: Rosa Alicia Rojas de Cobo y Magdalena Oliveros.

Responsable de la asesoría: Edgar A. Guacaneme.

Responsable de la interventoría: Aurelio Usón Jaeger.

Fecha de realización: 15/01/2001 – 15/12/2001

Página *web* *proyecto:*

<http://ued.uniandes.edu.co/servidor/ued/proyectos/icep2/paginainicial.htm>

Correo electrónico de contacto con los responsables del proyecto:

Aliciarojas_de_cobo@hotmail.com, rosaroja@uniandes.edu.co

magdalenaoliveros@hotmail.com, molivero@uniandes.edu.co

Palabras claves:

Innovación, Precálculo, Funciones, Funciones polinómicas, Función exponencial, Función logarítmica, Funciones trigonométricas, Calculadoras, Tecnología.

2. CARACTERIZACIÓN

Este proyecto fue financiado por el IDEP (Instituto de Investigación Educativa y Desarrollo Pedagógico), ya que fue elegido como uno de los ganadores de la convocatoria 04/2000 “para la selección y financiación de proyectos de innovación pedagógica orientados a fomentar el uso de las tecnologías informática y de telecomunicaciones para mejorar los ambientes y prácticas de enseñanza aprendizaje en las instituciones educativas del Distrito Capital”.

El proyecto fue asesorado por “una empresa docente”, entidad adscrita a la Facultad de Ciencias de la Universidad los Andes, se puede considerar como una continuación natural del proyecto ICEP I (Innovación Curricular en Precálculo fase I) del año 2000, y fue implementado en los grados décimo y undécimo.

2.1. JUSTIFICACIÓN

El colegio participó desde Septiembre de 1999 hasta Noviembre de 2000 —a través de las profesoras Rosa Alicia Rojas de Cobo, Magdalena Oliveros y la Hna. Carlota Porras— en el proyecto de innovación curricular en precálculo (ICEP), coordinado por “una empresa docente”. Este proyecto intentaba promover una perspectiva funcional del precálculo, asumiendo que éste debía ser algo más que una simple continuación del álgebra simbólica y que las funciones —objeto matemático central del cálculo— podrían estudiarse escolarmente como modelos de fenómenos (v.g. físicos o geométricos).

La experiencia vivida en este proyecto y algunos de sus resultados obtenidos hicieron ver la urgencia de continuar promoviendo la perspectiva funcional del precálculo ayudada por el uso de las calculadoras graficadoras. Así pues, continuar el proyecto implicaba, entre otras cosas, lo siguiente: consolidar la experiencia del proyecto en el grado décimo y ampliar la cobertura del mismo a las matemáticas de grado once; profundizar en el estudio de los aspectos técnicos de las calculadoras que se había iniciado en ICEP y en el taller T³ Colombia, y disponer de más equipos; abrir nuevos espacios para poder continuar con la reflexión acerca de diversos aspectos didácticos que hacían parte del quehacer docente habitual de las profesoras de estos grados, pero que requerían de espacio y tiempo adicional para poderse mantener. Bajo estas condiciones participar en la convocatoria 04 de 2000 hecha por el IDEP, era inminente y surgía como posibilidad de dar continuidad al proyecto de innovación iniciado en condiciones que le favorecían.

Por otra parte la convocatoria ofrecida era consonante con los propósitos del PEI (Proyecto Educativo Institucional) de la Institución, “Búsqueda de hombres nuevos a través de la formación en valores y la educación en tecnología”, que ofrece un ambiente propicio para desarrollar proyectos que promuevan la

tecnología y que a la vez permitan la transformación de enfoques, programas, contenidos y prácticas en todos los niveles del plan de estudios. En particular, el área de matemáticas ha participado de esta intención a través de promover el desarrollo de la innovación curricular, la cual implica tanto el uso de instrumentos tecnológicos en la actividad escolar, como la definición del plan de estudios de matemáticas para grado décimo y undécimo.

Finalmente, la experiencia anterior de los docentes en seminarios, talleres y proyectos nos motiva a fortalecer nuestro conocimiento didáctico de las matemáticas, en pro de potenciar la capacidad para innovar en el aula. En particular, los talleres relativos a la enseñanza y el aprendizaje del precálculo apoyados por el uso de las calculadoras graficadoras han servido para conocer mejor la potencialidad de estos instrumentos a la hora de proponer nuevos diseños para el aula. En suma, las características específicas del proyecto promueven la formación de las docentes y nos abren espacios para reflexionar frecuentemente sobre los procesos educativos en matemáticas y promueven cambios docentes que redundan en beneficio de la construcción de conocimiento matemático por parte de los alumnos.

2.2. POBLACIÓN ESCOLAR BENEFICIADA

El proyecto de innovación curricular en precálculo se implementó en el año 2001 en cuatro cursos de grado undécimo y en cinco cursos de grado décimo, implicando aproximadamente a 360 alumnos con edades entre 15 y 18 años.

Las profesoras Rosa Alicia Rojas de Cobo y Magdalena Oliveros, responsables del proyecto, son las docentes directas y prioritariamente beneficiadas de la implementación de la innovación.

Los otros dos docentes, tenían a cargo algunos cursos de grado décimo, no tenían el mismo compromiso con el proyecto que el de las profesoras Rojas y Oliveros, y por tanto, no estaban obligados a realizar todas las actividades implicadas por el proyecto. Cada uno de los docentes tuvo una dedicación diferente para implementar, compartir y apropiarse de la innovación y por tanto, obtuvo un nivel diferente de formación y afectación de la innovación.

2.3. METODOLOGÍA

En este apartado se hace referencia a tres asuntos: en primer lugar, a la manera como se implementó la experiencia en la institución, en segundo lugar, a algunas de las actividades adicionales que apoyaron el desarrollo de la experiencia, y por último a la forma como se evaluó la experiencia.

2.3.1 IMPLEMENTACIÓN DE LA EXPERIENCIA

En cuanto a la implementación se desarrolló una actividad central que consistió en el diseño, elaboración, implementación y evaluación de los talleres de precálculo, los cuales se implementaron en los cursos de educación media en el colegio, esta actividad se realizó de manera relativamente continua durante todo el año lectivo. Para los cursos de grado décimo, la etapa de diseño de talleres implicó el análisis y reformulación de los talleres¹ utilizados en el proyecto ICEP, a la luz de la experiencia anterior con éstos y considerando la intervención de la calculadora en su implementación, en tanto que para el grado undécimo se diseñaron talleres de precálculo que abordaron temáticas tales como la introducción a las funciones exponencial, logarítmica, y trigonométrica. También, para ambos grados —apoyados en el manual de las calculadoras— se diseñaron e implementaron talleres de manejo de calculadoras, a través de los cuales se pretendía familiarizar a los estudiantes con su manejo y utilidad.

A continuación se reseñan los talleres diseñados, implementados y evaluados en el marco de la innovación:

Taller 1: *Identificación de funciones afines y cuadráticas.* En este taller se presenta un contexto donde surgen algunas funciones polinómicas en donde se trabaja con la construcción de una caja sin tapa a partir de un rectángulo al que se le han recortado cuadrados congruentes en cada una de las esquinas.

Taller 2: *Dominio y rango de las funciones.* Con la misma estrategia usada en el primer taller y usando el mismo tamaño del rectángulo, se construyen cajas muy altas y muy bajas; posteriormente se planteó una reflexión sobre la existencia de valores máximos y mínimos para la altura de tales cajas.

Taller 3: *Identificación de nuevas funciones cuadráticas y cúbicas.* En el mismo contexto de los talleres 1 y 2, definido por la construcción de las cajas, se genera un trabajo de identificación de otras dos funciones.

Taller 4: *Estudio de la variación de las funciones.* El objeto de este taller es el estudio de la variación definida por las funciones que aparecen en el contexto definido para los talleres 1, 2 y 3. La identificación y caracterización de la variación de funciones afines y cuadráticas, en la representación tabular y en la representación gráfica, son los aspectos que se tratan.

¹ Los talleres aplicados en el proyecto ICEP, versan sobre la función lineal, afín y cuadrática. En ellos se trabaja a partir del contexto de la elaboración de una caja sin tapa; se construyen las funciones largo, ancho, área del papel desperdiciado, papel de la caja, área de la base, y capacidad de la caja; y, se estudian los elementos de estas funciones y sus características dentro del contexto de las cajas y fuera de él.

Taller 5: *Transmisión de una señal*. Este taller implica la realización de un experimento que consiste en determinar si hay una relación matemática entre el número de estudiantes que forman una cadena y el tiempo que tarda en transmitirse el mensaje del primero al último de la cadena, y cómo puede describirse tal relación.

Taller 6 : *Aspectos de la función exponencial*. En este taller se observan algunas características de funciones exponenciales de base mayor que 1 y se comparan con características de funciones exponenciales de base comprendida entre 0 y 1. Esto se pretende lograr a partir del análisis de la reproducción de las células y de doblar el papel de manera consecutiva contando los dobleces.

Taller 7: *Crecimiento y decrecimiento exponencial*. En este taller se realiza una experiencia aleatoria que consiste en lanzar dados e ir excluyendo continuamente alguno de ellos de acuerdo a una cifra de 1 a 6 seleccionada con anterioridad, se registran los datos.

Taller 8: *Tiempo para la trigonometría*. El objeto de este taller es trabajar una actividad introductoria al comportamiento periódico, en la cual los estudiantes generan gráficas de funciones circulares al usar un modelo físico familiar. Particularmente, constituye una introducción diferente a la función seno, y a la función coseno, que nos parece que es más "manipulable" que la que se basa en la noción abstracta de un punto que se mueve sobre una circunferencia unitaria.

La función del docente durante la implementación de los talleres es el de un amigo y aprendiz junto a sus alumnos, donde después de su trabajo comparte sus experiencias y mejora sus diseños de actividades y evaluaciones con sus compañeros innovadores y de área, orientan el trabajo de cada grupo de alumnos y aclaran dudas y dificultades. Los profesores responsables del proyecto realizaron un trabajo en equipo, analizaron y acordaron en forma unificada los contenidos y logros sobre la base de competencias.

2.3.2 ACTIVIDADES ADICIONALES QUE APOYARON EL DESARROLLO DE LA EXPERIENCIA

Se realizó un diagnóstico exploratorio de la problemática de aprendizaje de las matemáticas que se basó en la aplicación de encuestas y entrevistas a los estudiantes. Este trabajo motiva a hacer más consciente a los estudiantes de la importancia del estudio de las matemáticas tanto para su propio conocimiento matemático, como para que puedan competir en la formación profesional y en el empleo que escojan, al competir con los egresados del resto del país.

Se rediseñó el plan de estudios para la educación media durante el mes de enero en las reuniones del área de matemáticas, teniendo en cuenta el trabajo realizado

en el proyecto de innovación en precálculo fase uno hecho en el año 1999, centrándolo en el estudio de las funciones y sus diferentes representaciones. Para los seminarios de formación y capacitación de los docentes innovadores, el colegio contrató la asesoría virtual y la formación docente presencial con una “empresa docente” de la Universidad de los Andes. La asesoría virtual ha facilitado el diseño, implementación y evaluación de talleres y la interacción entre docentes innovadores y estudiantes. La formación docente presencial, ha orientado al equipo innovador en tres áreas principales —la didáctica, la técnica y la metodológica— a través del diseño e implementación de talleres, de la observación y del reporte escrito de lo observado, y del intercambio de información con el asesor, quién hizo los comentarios respectivos.

2.3.3 EVALUACIÓN DE LA EXPERIENCIA

Para la evaluación de la experiencia se utilizaron varios instrumentos dirigidos tanto a los docentes como a los estudiantes. Para los docentes innovadores se utilizó un formato de coevaluación proporcionado por los asesores de “una empresa docente”. Por otra parte, para los estudiantes de grado décimo se aplicaron dos evaluaciones, una de preguntas abiertas sobre las funciones lineales, y la otra en el mismo contexto (el de las cajas), para el análisis de las funciones de segundo grado; para el grado undécimo se evaluó el proceso realizado, el cuaderno de apuntes, el desarrollo de los talleres y el uso de la calculadora graficadora. Finalmente, para evaluar el proyecto se hizo tanto una indagación por medio de preguntas orales a los alumnos, como la revisión de un formato escrito sobre objetivos e indicadores de evaluación, en los meses de Junio y Noviembre.

2.4. RESULTADOS LOGRADOS

En general, hubo cambios en el programa de matemáticas y en la metodología que rompieron con la forma tradicional de trabajo, porque se implementaron talleres sobre el uso de las calculadoras graficadoras, teniendo en cuenta los diversos contextos en los que se consideraron fenómenos cercanos a la realidad. La aproximación utilizada originó problemas a algunos de los alumnos y a los docentes, sin embargo, se pudieron trabajar los talleres y hacer las evaluaciones respectivas.

Otro de los logros generales que se puede mencionar, es el de la incorporación —al currículo de matemáticas de la institución— del uso de la calculadora graficadora como aporte a la educación en tecnología, eje que promueve el PEI. Además el proyecto integró el diseño, análisis y aplicación de talleres que se trabajaron en equipo, donde se propició la conjeturación y descubrimiento de aspectos específicos de problemas o conceptos matemáticos originando un ambiente de discusión en clase.

2.4.1 CON RESPECTO AL DOCENTE

Las docentes mejoraron su quehacer pedagógico porque se le capacitó no sólo en el manejo de las calculadoras graficadoras, sino también, y de manera más relevante, en el estudio de diferentes contenidos matemáticos por medio de documentos de lectura enviados por internet y en los seminarios presenciales de formación.

En términos del actuar docente, los cambios en los docentes innovadores se reflejan en un cambio de actitud y de disposición reflexiva en torno a la compleja problemática de aprendizaje de la matemática. También se pueden evidenciar estos cambios en aspectos relevantes de la práctica de innovación tales como son los registros frecuentes de las acciones realizadas en el aula que se constituyen en una forma de memoria sistemática de todo el proceso.

Además este proyecto de innovación curricular, propició un acercamiento en su quehacer pedagógico a los docentes de las tres instituciones que lo trabajaron. En particular, cabe destacar, la participación activa que tuvieron en el desarrollo de todas las actividades y tareas que se realizaron para la consecución de objetivos y metas a mediano, corto y largo plazo.

2.4.2 CON RESPECTO A LOS ESTUDIANTES

El proyecto ayudó a mejorar el ambiente de aprendizaje en los estudiantes, en su modo de trabajo, en su comunicación tanto oral como escrita y en la actitud hacia las matemáticas. El estudiante a partir de la explicación del proyecto de precálculo apoyado en tecnología portátil, del cambio de metodología, y de la implementación de los talleres logró un cambio en:

- Su actitud frente al trabajo individual y en equipo.
- El desempeño en competencias comunicativas y argumentativas.
- Un mayor dominio de conceptos matemáticos y procedimientos.
- El uso más frecuente de la calculadora para modelar problemas.
- El aprendizaje de sus errores sin sentirse frustrado.
- La formulación, análisis y resolución de problemas, y en la corrección y la verificación de conjeturas con la calculadora graficadora.

En la parte personal, se promovió la formación de los valores de responsabilidad, respeto, autonomía y seguridad de sí mismo, ya que fue responsable del manejo de los artefactos tecnológicos, de la planeación de exposiciones y de la realización de los talleres, entre otros. Todo lo cual permitió al alumno trabajar por sí mismo y al maestro asesorar y observar.

2.4.3 OBJETIVOS EN TÉRMINOS DE INDICADORES DE LOGRO Y LOGROS ALCANZADOS POR LOS ESTUDIANTES A TRAVÉS DE LOS TALLERES

El estudio de la función lineal se inició con un taller llamado “Hacia la función de proporcionalidad directa”. La intención fue representar la función de proporcionalidad directa en forma numérica por medio de las tablas de datos, hallando valores desconocidos, estableciendo el patrón de variación de cada una de las variables y calculando la constante de proporcionalidad por medio de cocientes entre la variable dependiente y la variable independiente. En esta unidad, la innovación consiste en conectar los distintos elementos en la proporcionalidad, pasar de una representación a otra, trabajando en problemas de contexto.

El estudio de la función cuadrática no se abordó, como es tradicional, a partir de su forma simbólica $y = x^2$, sino que se hizo en el contexto de la construcción de cajas, cortando cuadrados de lado x en las esquinas de una hoja de papel de 24 cm. de largo por 20 cm. de ancho.

En general, en el estudio de los talleres siguientes alusivos a este tema de funciones lineales afines, cuadráticas y polinomiales, los estudiantes construyeron sucesivamente las funciones: largo de la caja y ancho de la caja, que son funciones afines y la función área del papel desperdiciado, área del papel de la caja, área de la base de la caja, el área determinada por el largo y ancho de la caja, que son funciones cuadráticas, la capacidad de la caja que es función polinómica de grado tres.

Buena parte de los alumnos logró identificar que la estructura simbólica de la función cuadrática es diferente a la lineal, a la afín y a la de grado tres, e hicieron un análisis de la expresión simbólica en términos de cada uno de sus parámetros para comprender qué hace que una función sea cuadrática. El ambiente que se logró propiciar fue de discusión en clase, de hacer conjeturas y de comprobarlas con la calculadora.

El Estudio de la función exponencial se apoyó de manera relevante en el uso de la calculadora TI-83; para abordar este tipo de función se realizó un recuento de las propiedades de las potencias de base real y exponente entero o racional (positivo negativo o cero). Luego se realizaron gráficas cartesianas con lápiz y papel, para lo cual se hallaron sin calculadora algunos valores de $f(x)$ para ciertos valores de x . Posteriormente los estudiantes, utilizando la calculadora, realizaron gráficas de funciones exponenciales representadas a través de sus expresiones algebraicas y describieron algunas de las características de la función exponencial y las de sus representaciones gráfica y numérica.

Empleando la calculadora, los estudiantes vieron en la tabla la variación numérica de la variable dependiente con respecto a la independiente de tal manera que la calculadora permite ver el crecimiento no sólo para dos parejas de números reales sino para muchas parejas de números reales.

Para estudiar y modelar la función exponencial se consideraron aplicaciones como: el crecimiento de una población de personas, el crecimiento de bacterias, una cantidad de dinero puesto a interés compuesto, el decrecimiento de una sustancia radiactiva como polonio o radio, de carbono 14 en función del tiempo en un fósil o en una configuración geológica etc. Al aplicar este taller se presentaron errores de lectura y de interpretación de la notación científica.

Con relación a algunos aspectos de la función seno vimos que a partir del taller "tiempo para la trigonometría" los estudiantes analizaron la expresión $d = b + A \sin(k(t - c))$. Luego se estudió la gráfica de la función seno a partir de una tabla tomada de la calculadora. Al final del taller se realizó un estudio de la función trigonométrica seno, para estudiar la amplitud, período, fase y traslación vertical.

En cuanto al uso y manejo de las calculadoras graficadoras, por parte de los estudiantes, fue evidente que les ayudaron de manera permanente a iniciarse en el mundo de la tecnología portátil, a enfrentarse a la lógica de las máquinas y a explorar su funcionamiento, encontrando cualidades de la tecnología que les proporciona a ellos un conocimiento necesario para el mundo de hoy. El estudiante utilizó por iniciativa propia la calculadora gráfica en la resolución de problemas y pudo producir diferentes tipos de gráficas y tablas de una misma función en ésta. Además, el estudiante estudió las características de una función haciendo exploraciones con diferentes funciones de la calculadora.

2.4.4 DIFICULTADES ENCONTRADAS

También podemos dar cuenta de algunas dificultades encontradas en la implementación del proyecto tales como:

- Resistencia al cambio por parte de algunos alumnos y docentes durante la realización del proyecto.
- Resistencia a la presentación didáctica de las actividades del proyecto por parte de algunos alumnos.
- Algunos pocos alumnos presentaron dificultad para interactuar con la tecnología y aprender de ella por que o bien no todo alumno tenía una calculadora disponible o bien no se la podía llevar a la casa.
- Falta de estímulos a los docentes involucrados en la realización del proyecto, tales como una mayor disponibilidad de tiempo, permisos y ayuda económica.
- Entrega de reportes de actividades, resultados y evidencias relativas al trabajo del proyecto, con un poco de retraso con respecto a lo programado.

2.5. PROYECCIÓN DE LA EXPERIENCIA EN TÉRMINOS DE SOSTENIBILIDAD, COBERTURA Y EXPANSIÓN

Al respecto de este asunto podemos mencionar las siguientes proyecciones:

- Se ha conseguido que el colegio deje presupuesto para seguir con este proyecto en el año 2002, para conseguir 3 calculadoras más y un view screen con su calculadora compatible.
- Se planea proyectar esta innovación en otras áreas del conocimiento a nivel institucional y en un futuro proponerla a otros centros educativos del Distrito Capital.
- Es necesario continuar con el proyecto en grado décimo, undécimo extensivo al grado noveno y octavo, para promover el uso de la tecnología como herramienta básica para construir el conocimiento matemático.
- La institución tiene un contrato de comodato con la Universidad Los Andes gracias al cual se puede contar con 20 calculadoras más y un view screen.
- La institución ha fijado la última semana del año lectivo y la primera del siguiente año para elaborar un nuevo plan de estudios que dé más viabilidad al proyecto, en el cual se atenderán los comentarios y reacciones recibidas en las actividades de socialización del proyecto, los aportes y sugerencias de los colegas y alumnos y la experiencia profesional que el proyecto ha dejado en el equipo asesor.

Taller 1 : Título: Estudio de expresiones simbólicas:

TALLER FUNCIONES AFINES Y CUADRÁTICAS

Consiga una hoja cuadriculada de 20cm. y 24cm. de dimensiones, colbón y tijeras. Trabaje ordenadamente en cada uno de sus cuadernos, sin tachones.

Para la actividad siguiente se van a organizar en grupos e 4 estudiantes. Inicialmente habrá un trabajo individual, luego un trabajo en el grupo de 4 y para terminar habrá una puesta en común en la que cada grupo expondrá un resumen del trabajo que realizó.

Trabajo Individual

- 1) Con la hoja de papel cuadriculado, de 20 cm. por 24 cm. que cada uno de ustedes trajo y siguiendo la misma estrategia que les mostré para hacer una caja sin tapa, cada uno de ustedes va a construir su propia caja. Queremos que entre todos los alumnos de este curso haya mucha variedad en los tamaños de las cajas construidas; para ello asegúrese de que su caja sea de diferente tamaño a las construidas por sus compañeros de grupo.
- 2) ¿Qué medida tiene el lado del cuadrado que recortó?
- 3) Con el dato anterior, calcule las medidas de la caja construida. Escriba una descripción de lo que hizo.
- 4) Mida el largo, el ancho y la altura de la caja. ¿Coinciden dichas medidas con los datos calculados en el punto anterior?
- 5) ¿Qué cantidad (área) de papel se desperdició al construir la caja de la manera como se hizo?. Describa por escrito como se llegó a su respuesta.
- 6) ¿Qué cantidad (área) de papel tiene la caja? Explique como llegó a su respuesta.

Trabajo en grupos de 4

- 1) En la siguiente tabla registren los datos correspondientes a la caja de cada uno de los 4 integrantes del grupo.

Nombre del estudiante	Altura de la caja	Largo de la caja	Ancho de la caja	Área del papel desperdiciado	Área del papel de la caja

- 2) Cada uno de los integrantes del grupo debe explicar oralmente a sus compañeros como \quad calculó las medidas de su caja registradas en las últimas 4 columnas de la tabla. Para cada una de las medidas incluidas en la tabla, escriban que similitudes y diferencias encontraron en los procedimientos expuestos.
- 3) Describan como podrán calcular los datos correspondientes a las últimas 4 columnas de la tabla para cualquiera de los alumnos de otro grupo.
- 4) Si x representa la medida del lado de cualquier cuadrado en cualquiera de las cajas construidas y l representa la medida del largo de la caja, escriban una ecuación que les permitan construir l a partir de x .
- 5) Si x representa el lado de cualquier cuadrado recortado en cualquiera de las cajas construidas y a representa la medida del ancho de la caja, escriban una ecuación que les permita calcular a a partir de x .
- 6) Si x representa la medida del lado de cualquier cuadrado recortado en cualquiera de las cajas construidas y d representa el área del papel desperdiciado, escriban una ecuación que les permita calcular d a partir de x .
- 7) Si x representa la medida del lado de cualquier cuadrado recortado en cualquiera de las cajas construidas y u representa el área del papel desperdiciado, escriban una ecuación que les permita calcular u a partir de x .
- 8) Pidan a otro grupo la tabla que registra los datos de sus cajas. Con estos datos pongan a prueba las cuatro ecuaciones que establecieron anteriormente. Es decir usen la medida de los cuadrados recortados para calcular l , a , d , u y comparen los resultados obtenidos con los datos de la tabla. Reporten por escrito el resultado de la prueba, ilustrando algunos de los cálculos realizados.
- 9) Determinen si el siguiente enunciado es falso o verdadero y expliquen su respuesta. Entre las cuatro ecuaciones que quedaron determinadas en los puntos 4 a 7, hay algunas que representan funciones afines y otras no.

- 10) Con base en sus respuestas a los puntos 6 y 7, describan las ecuaciones que representan el área del papel desperdiciado y el área del papel que tiene la caja.
- 11) Preparen una breve exposición del trabajo realizado por el grupo en la que destaquen la manera como llegaron a las ecuaciones mismas, incluso si éstas no funcionan al ponerlas a prueba en el punto anterior.

Taller 2: Título: Identificar el dominio y el rango de las funciones

SEGUNDO TALLER FUNCIÓN AFÍN Y CUADRÁTICA

Para trabajar en la situación que se plantea a continuación van a seguir organizados en los mismos grupos que para el primer taller. También ahora se quiere lograr una gran variedad de tamaño de cajas, así que asegúrese que el tamaño de sus cajas sea diferente al tamaño de las cajas de sus compañeros de grupo.

Trabajo Individual

- 1) Con la misma estrategia usada en el primer taller y usando el mismo tamaño de papel (24cm. por 20 cm.), construya una caja muy alta. Determine las tres medidas de la caja y calcule el área de tal caja y el área del papel desperdiciado.
- 2) Con la misma estrategia usada en el primer taller y usando el mismo tamaño de papel (24cm. por 20 cm.), construya una caja muy baja. Determine las tres medidas de la caja y calcule el área del papel de la caja y el área del papel desperdiciado.

Trabajo en grupo de 4

Acerca de las cajas muy altas

- 1) En las filas 3 a 6 de la siguiente tabla registren los datos correspondientes a las cajas muy altas que cada uno de los 4 integrantes del grupo construyó (organicen ascendentemente los datos correspondientes a la altura de la caja).

1	Nombre del estudiante	Medidas de la caja construida			Área del papel de la caja	Área del papel desperdiciado
		altura	largo	Ancho		
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

2) Juan y Mercedes, alumnos que están realizando este taller, hacen respectivamente las siguientes afirmaciones:

“en el contexto en el que estamos trabajando, la caja de mayor altura que se puede construir, así sea en la imaginación, es la que tiene altura 11.999 cm.”

“en el contexto en el que estamos trabajando, la caja de mayor altura que se puede construir, así sea en la imaginación, es la que tiene altura 9.999 cm.”

¿Cuál de los dos alumnos tiene razón?. Explique su respuesta.

3) ¿En el grupo de ustedes se ha construido la caja de mayor altura posible?. Explique su respuesta,

4) En las filas 7 a 10 de la tabla anterior, registren en forma ascendente la medida de la altura de cuatro cajas (de tamaños diferentes) que se pueden construir, por lo menos en la imaginación, en el contexto dado y que tengan altura mayor que las ya construidas. Calculen también el resto de medidas que están implicadas en la tabla.

5) Examinen la tabla que han elaborado y describan, en términos generales, como varían las medidas del largo, del ancho, el área del papel de la caja y el área del papel desperdiciado cuando la medida de la altura se hace cada vez más grande, en el contexto dado.

Acerca de las cajas muy bajas

6) En las filas 3 a 6 de la siguiente tabla registren los datos correspondientes a las cajas muy bajas que cada uno de los cuatro integrantes del grupo construyó(organicen descendentemente los datos correspondientes a la altura de la caja).

(Segundo taller)

1	Nombre del estudiante	Medidas de la caja construida			Área del papel de la caja	Área del papel desperdiciado
		altura	largo	Ancho		
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

- 7) Un estudiante de un grupo dice haber construido en su imaginación una caja de altura 0.001 cm. y afirma que esa es la caja de menor altura en el contexto en el que se está trabajando. Si consideran que el estudiante tiene la razón, expliquen por qué; y si consideran que el estudiante no tiene la razón, construyan un argumento para convencerlo de que no tiene la razón.
- 8) ¿En el grupo de ustedes se ha construido la caja de menor altura posible? Expliquen su respuesta.
- 9) En las filas 7 a 10 de la tabla anterior, registren en forma descendente la medida de la altura de cuatro cajas (de tamaños diferentes) que se puedan construir, por lo menos en la imaginación, en el contexto dado y que tengan altura menor que las ya construidas. Calculen también las otras medidas que están implicadas en el resto de la tabla.
- 10) Examinen la tabla que han elaborado y describan, en términos generales, como varían las medidas del largo, el ancho, el área del papel, el área del papel desperdiciado cuando la medida de la altura se hace cada vez más pequeña, en el contexto dado.

Acerca de cualquier caja

- 11) Den dos valores (los llamaremos e y q) muy próximos entre sí, que sean la medida de la altura de dos cajas en el contexto en el que se está trabajando. Para las dos cajas que quedan así determinadas, calculen las medidas del largo, el ancho, el área del papel y el área del papel desperdiciado. ¿Se podría construir una caja que tuviera altura w entre e y q ? Den un valor para w . Hagan algún tipo de estimativo (no se les pide que hagan cálculos) para la medida del largo y el ancho de la caja de altura w , para el área del papel y el área del papel desperdiciado de tal caja.
- 12) Con respecto al punto anterior, ¿el valor que dieron a w es el único posible? Expliquen su respuesta.
- 13) En el contexto en el que estamos trabajando, ¿habría dos cajas de alturas diferentes entre las cuales no se podría encontrar una tercera caja de altura intermedia? Explique su respuesta.
- 14) Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del lado del cuadrado recortado para construir cualquier caja en este contexto.
- 15) Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del largo de cualquier caja construida en este contexto.
- 16) Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del ancho de cualquier caja construida en este contexto.
- 17) Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del papel de la caja y del papel desperdiciado de cualquier caja construida en este contexto.

Preparen una breve exposición del trabajo realizado por el grupo en la que destaquen la manera como llegaron a determinar los conjuntos de valores en las preguntas 14 a 18 y los conjuntos mismos.

Taller 3: Título: Funciones polinómicas de grado dos y tres.

TALLER 3: FUNCIONES POLINÓMICAS

En el contexto en el que estamos trabajando hay otras dos funciones que queremos estudiar en este taller, ellas son función *área de la base de la caja* y la función *capacidad de la caja*.

Trabajo Individual

- 1) Para las tres cajas que construyó en los dos talleres anteriores, calcule la medida del área de la base y la medida de la capacidad. Explique como calculó cada uno de los valores. En la tabla escriba, en cada caso, los procedimientos aritméticos realizados y su resultado.

Altura	Área de la base de la caja	Capacidad de la caja

Trabajo en grupos de 4

Reúnan los datos de las tablas individuales en la siguiente tabla. Atendiendo la altura ordénelos ascendentemente. Describan algunas características de los datos registrados en cada una de las columnas de la tabla, para ello consideren por ejemplo, si los datos están ordenados, el tipo de orden de los datos, en que lugar de la columna se ubica el menor o el mayor de los datos y hacia que valores se tiende en los extremos de las columnas.

Altura	Área de la base de la caja	Capacidad de la caja

Teniendo en cuenta el(los) procedimiento(s) usado(s) para calcular la medida del área de la base y la medida de la capacidad de la caja en los casos particulares, escriban expresiones simbólicas que sirvan para calcular las medidas del área de la base y de la capacidad de cualquier caja en términos de la medida de la altura de la caja. Representen con x la altura de la caja, con b la medida del área de la base de la caja, y con c , la medida de la capacidad de la caja.

Para una caja cuya altura es 3.63 cm., la medida del área de la base es $213,27\text{cm}^2$ y la capacidad es 774.16cm^3 . ¿Las expresiones simbólicas que ustedes dieron en el ítem anterior corroboran estos valores?

Examinen la tabla elaborada en el punto 2 y la de otros grupos para hacer una conjetura acerca de cuáles son los valores que puede tomar la medida del área de la base,

Usen la calculadora para verificar si su conjetura parece ser razonable. Describan por escrito los procesos utilizados. Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del área de la base de cualquier caja construida en este contexto.

Examinen las tablas de sus compañeros de grupo y de otros grupos para hacer una conjetura acerca de cuáles son todos los valores que puede tomar la medida de la capacidad de la caja. Usen la calculadora para verificar si su conjetura parece ser razonable. Describan por escrito los procesos utilizados (seguramente será necesario modificar las opciones $Tblstar$ y ∇Tbl de TBLSET de manera que pueda tomar valores de x cada vez más juntos entre sí y más cercanos al valor que corresponde a la de mayor capacidad). Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida de la capacidad de cualquier caja construida en este contexto.

Con base en los resultados encontrados en los talleres anteriores y en éste completen la siguiente tabla. En la columna titulada "Expresión simbólica" utilicen la notación que se emplea para las funciones, en la que se expresa el hecho de que hay una variable de la que depende la función.

Nombre de la función	Expresión Simbólica	Posibles valores de la función (todos)
Largo de la caja		
Ancho de la caja	$F_2(x) = a - 2x + 20$	
Área del papel desperdiciado		(0,400)
Área del papel de la caja		
Área de la base		
Capacidad de la caja		

7) Preparen una breve exposición del trabajo realizado por el grupo en la que destaquen las expresiones simbólicas encontradas para calcular la medida del área de la base y de la capacidad de cualquier caja construida en el contexto, y la forma como llegaron a ellas. También deben hablar de la forma como llegaron a determinar los conjuntos de valores que pueden tomar la medida del área de la base y la medida de la capacidad de cualquier caja y expresar cuáles son esos conjuntos .

Taller 4: Estudio de la variación de las funciones

Parte A: Acerca del área de la base de la caja ($f(X) = 4X^2 - 88X + 480$)

En este taller hay una función que se va a estudiar ella es la función área de la base de la caja (de una caja construida en un papel cuadriculado de 24 cm de largo por 20 cm de ancho; recortando en las esquinas cuadrados de papel que se desperdician y originando una caja sin tapa).

La metodología de trabajo es la misma del año pasado: trabajo en equipo, descripción de los procesos de los trabajos por escrito, explicaciones y exposiciones por parte del profesor y de los estudiantes, reflexión sobre el trabajo que se hace, expresión de logros y dificultades.

TRABAJO INDIVIDUAL.

1) Calcule la medida del área de la base para 3 cajas distintas. Explique cómo calculó cada uno de los valores. Haga una tabla y escriba los procedimientos aritméticos y sus resultados.

TRABAJO EN GRUPO

2) Reúnan los datos de las tablas individuales y formen una nueva tabla con los datos de los 4 compañeros. Atendiendo a la altura, ordénelos ascendentemente. Describan algunas características de los datos registrados para ello consideren, por ejemplo, si los datos están ordenados, el tipo de orden de los datos, en que lugar de la columna se ubica el mayor o menor de los datos y hacia que valores se tiende en los extremos de la columna.

3) Teniendo en cuenta el procedimiento usado para calcular la medida del área de la base en los casos particulares, escriban una ecuación que sirva para calcular las medidas del área de la base de cualquier caja en términos de la medida de la altura de la caja. Representemos con x la altura de la caja, con b la medida del área de la base de la caja.

4) Para una caja cuya altura es 3,63 cm, la medida del área de la base es $213,23\text{cm}^2$, la ecuación que ustedes dieron en el ítem anterior corrobora este valor.

5) Examinen la tabla elaborada en el punto dos y la de otros grupos para hacer unas conjeturas acerca de cuales son todos los valores la medida del área de la base. Describan por escrito los procedimientos utilizados. Expresen el conjunto que representa todos los valores que podría tomar la medida del área de la base de cualquier caja construida en el contexto.

6) Utilicen la notación que se emplea para las funciones, en las que se expresa el hecho de que hay una variable de la que depende la función y escriban la expresión y el conjunto de todos los posibles valores de la función.

7) Elaboren en un papel cuadriculado o milimetrado una gráfica cartesiana de la función área de la base. Describan por escrito las características de esta gráfica.

8) Preparen una exposición del trabajo realizado por el grupo en el que destaquen la ecuación encontrada para calcular el área de la base de cualquier caja construida en el contexto y la forma como llegan a ella. También deben hablar de la forma como determinan los conjuntos de valores que puede tomar la medida del área de la base de cualquier caja, y expresar ese conjunto. Por último deben describir la gráfica y todas las características que observan en ella.

9) En los ejes coordenados de la gráfica marquen con dos colores diferentes los posibles valores de la altura: dominio y los posibles valores de la función área de la base: rango.

10) El punto de coordenadas (3.25, 236.25) pertenece a la gráfica de la función. ¿Qué significa cada una de las dos coordenadas cartesianas del punto?

11) Señalen un punto en el eje x , que represente la altura de una caja posible en el contexto. Sin realizar cálculos, determinen para dicho punto el correspondiente punto en el eje $f(x)$, que representa el área de la base de la caja.

¿Es válido afirmar que "de dos cajas de diferente altura, la que tiene base de menor área es la más alta? Utilicen la gráfica para argumentar su respuesta.

12) Señale un punto en el eje $f(x)$, que represente el área de la base de una caja posible en el contexto. Sin realizar cálculos, determinen para dicho punto el correspondiente en el eje x , que representa la altura de la caja.

13) En la siguiente tabla complete en los espacios la variación de x , para la correspondiente variación de $f(x)$ Considere primero el valor que está a la derecha y luego el que está a la izquierda y calcule la diferencia. Observe que para la tabla los valores consecutivos de x son de 1 en 1.

b.

diferencia en x									
x	3.3	3.8	4.3	4.8	5.3	5.8	6.3	6.8	7.3
$f_2(x)$									
diferencia en $f_2(x)$									

14) En la siguiente tabla complete en los espacios la variación de x , para la correspondiente variación de $f(x)$ Considere primero el valor que está a la derecha y luego el que está a la izquierda y calcule la diferencia. Observe que para la tabla los valores consecutivos de x son de 0.5 en 0.5.

a.

diferencia en x									
x	0.2	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.2	7.2	8.2
$f_2(x)$									
diferencia en $f_2(x)$									

15) En la siguiente tabla complete en los espacios la variación de x , para la correspondiente variación de $f(x)$. Considere primero el valor que está a la derecha y luego el que está a la izquierda y calcule la diferencia. Observe que para la tabla los valores consecutivos de x son de 0.8 en 0.8.

c.

diferencia en x									
x	0.3	1.1	1.9	2.7	3.5	4.3	5.1	5.9	6.7
$f_2(x)$									
diferencia en $f_2(x)$									

Parte B: Acerca de la función ancho de la caja, área del papel desperdiciado, capacidad de la caja

En este taller seguiremos trabajando con las seis funciones establecidas, las cuales dependen de la altura de la caja. En lo que sigue vamos a examinar con algún detalle la variación de estas funciones.

Trabajo individual

En el contexto que estamos trabajando, surgen dos preguntas que queremos tratar de responder con el trabajo de este taller.

Si al comparar varias parejas de cajas se encuentra que su altura difiere en la misma cantidad, ¿será cierto que el ancho de las cajas también difiere en la misma cantidad?

Si al comparar varias parejas de cajas se encuentra que su altura difiere en la misma cantidad, ¿será cierto que el área del papel desperdiciado también difiere en la misma cantidad?

- a. Sin utilizar mas de cinco minutos, intente responder por escrito las dos preguntas anteriores.
b. Si en los cinco minutos que tuvo no pudo responder, ¿qué estrategia seguiría para resolver tales cuestiones?. Explique su respuesta.

Acerca de la función ancho de la caja ($f_2(x) = -2x+20$)

Cada uno de los integrantes del grupo va a examinar como varían los valores de $f_2(x)$ cuando la variable x varía con incrementos de un valor específico. Para ello cada miembro del grupo debe completar la segunda fila de las cuatro tablas que aparecen a continuación (usando calculadora) y luego, con base en la información de la tabla, debe responder las preguntas 3 a 6.

a.

diferencia en x

x	0.2	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.2	7.2	8.2
$f_2(x)$									

diferencia en $f_2(x)$

b.

diferencia en x

x	3.3	3.8	4.3	4.8	5.3	5.8	6.3	6.8	7.3
$f_2(x)$									

diferencia en $f_2(x)$

c.

diferencia en x

x	0.3	1.1	1.9	2.7	3.5	4.3	5.1	5.9	6.7
$f_2(x)$									

diferencia en $f_2(x)$

d.

diferencia en x	○	○	○	○	○	○	○	○	○
x	0.1	1.3	2.5	3.7	4.9	6.1	7.3	8.5	9.7
$f_2(x)$									
diferencia en $f_2(x)$	○	○	○	○	○	○	○	○	○

En la tabla los valores de x están ordenados ascendentemente. Determine si la siguiente aseveración es verdadera o falsa: entre dos valores consecutivos cualesquiera de x (considerando primero el que está a la derecha) hay una diferencia constante (los valores de las diferencias son iguales). En la primera fila de óvalos registre los valores de las diferencias.

Para cada par de valores consecutivos de $f_2(x)$ registrados en su tabla, determine la diferencia (lo mismo para los valores de x , considere primero el que está a la derecha); si lo considera necesario utilice la calculadora. En la última fila de óvalos, escriba el valor de la diferencia obtenida. ¿Es cierto que los valores de las diferencias son el mismo?

Que la diferencia en valores consecutivos de x sea la misma en la tabla fue decisión de quién escogió los valores. ¿Puede dar alguna explicación o alguna justificación de por qué la diferencia entre valores consecutivos de $f_2(x)$ resultó negativa y por qué esa diferencia es la misma en todos los casos considerados?

¿Las respuestas a los ítem 3,4,5 se modifican si la diferencia entre los valores consecutivos de la tabla se calcula considerando primero el valor que está a la izquierda (y no a la derecha como se especifica en los ítem 3 y 4)? Explique su respuesta.

Acerca de la función área del papel desperdiciado ($f_3(x) = 4x^2$)

Cada integrante del grupo va examinar cómo varían los valores de $f_3(x)$ cuando la variable x varía con diferencias de un valor específico. Para ello cada miembro del grupo debe complementar la fila Δy de una de las cuatro tablas que aparecen a continuación (usando la calculadora) y luego, con base en la información de su tabla, debe responder las preguntas 8 a 9.

e.

diferencia en x

x	0.2	1.2	2.2	3.2	4.2	5.2	6.2	7.2	8.2
$f_3(x)$									

diferencia en $f_3(x)$

f.

diferencia en x

x	3.3	3.8	4.3	4.8	5.3	5.8	6.3	6.8	7.3
$f_3(x)$									

diferencia en $f_3(x)$

También en este caso, al considerar dos valores consecutivos en la tabla, la diferencia en x es constante. En la primera fila registre el valor de dicha diferencia. Para cada par de valores consecutivos de $f_3(x)$ registrados en su tabla, utilizando la calculadora, determine su diferencia. En la fila de Δy , escriba el valor de la diferencia obtenida. ¿Es cierto que los valores de las diferencias son el mismo? Describa la mayor cantidad de detalles acerca del comportamiento de los valores de las diferencias que obtuvo.

TRABAJO EN GRUPO

Acerca de la función ancho de la caja ($f_2(x) = -2x + 20$)

En la respectiva gráfica cartesiana, entregada por el profesor, identifiquen y marquen con un mismo color los puntos correspondientes a los valores de la tabla (a.) que elaboraron en el trabajo individual. Con el mismo color representen en esa gráfica las diferencias que calcularon. Describan las características que se pueden observar al mirar el dibujo obtenido.

Con tres colores diferentes al utilizado antes, realicen las actividades propuestas en el ítem 10 para las tablas (b., c., d.) respectivamente.

De las características que identificaron en las tablas, cuales son comunes y cuales no lo son?

En la siguiente tabla registren en un resumen los resultados obtenidos en el trabajo individual.

Nombre del estudiante	Diferencias entre valores consecutivos de x	Diferencias entre valores consecutivos de f2(x)

Con base en el trabajo individual y en la tabla anterior, si dos cajas difieren en su altura 1.5 cm ¿ se puede averiguar en cuanto difieren los correspondientes anchos? Expliquen cómo dan respuesta a esa pregunta.

Acerca de la función área del papel desperdiciado ($f_3(x) = 4x^2$)

En la respectiva gráfica cartesiana, entregada por su profesor, identifiquen y marquen con un mismo color los puntos correspondientes a los valores de la tabla (e.) que elaboraron en el trabajo individual. Con el mismo color representen en esa gráfica las diferencias que calcularon. Describan las características que se pueden observar al mirar el dibujo obtenido.

Con tres colores diferentes al utilizado antes, realicen las actividades propuestas en el ítem 10 para las tablas (f., g., h.,) respectivamente.

De las características que identificaron en cada una de las tablas, cuales son comunes y cuales no lo son ?

En la siguiente tabla, registren un resumen de los resultados obtenidos en el trabajo individual.

Nombre del estudiante	Diferencias entre valores consecutivos de x	Diferencias entre valores consecutivos de($f_3(x)$)

Con base en el trabajo individual y en la tabla anterior, si dos cajas difieren en su altura 1.5 cm., ¿se puede averiguar en cuanto difieren las correspondientes áreas del papel desperdiciado? Expliquen cómo dan respuesta a esa pregunta

Discutan las respuestas que cada quién dio al ítem 1. Atendiendo a lo discutido y a lo realizado en el taller, elaboren una nueva propuesta del grupo para las preguntas:

Si al comparar varias parejas de cajas se encuentra que su altura difiere en la misma cantidad. ¿Será cierto que el ancho de las cajas también difiere en la misma cantidad?

Si al comparar varias parejas de cajas se encuentra que su altura difiere en la misma cantidad. ¿Será cierto que el área del papel desperdiciado también difiere en una misma cantidad?

Taller 5: Transmisión de una señal

Manejo de la calculadora

Guía para introducir datos en la TI-83

Para introducir las listas en la calculadora puede seguir este proceso:

Pulse **[MODE]** y con las teclas de desplazamiento seleccione el modo de gráficos para **función** y presione **[ENTER]**.

Pulsamos la tecla **[STAT]** y **[5]** para seleccionar **SepUpEditor**. Se copiará **SepUpEditor** en la pantalla principal. Pulse **[ENTER]** de esta manera eliminará los nombres de lista de las columnas de 1 a 20 del editor de listas estadísticas y después almacenará los nombres de las listas **L1** a **L6** en las columnas de 1 a 6.

Pulse **[STAT]** **1** Para seleccionar **1:Edit** en el menú **[STAT] Edit**. Se mostrará el editor de listas estadísticas. Si hay elementos almacenados en **L1** y **L2**, pulse Δ para situar el cursor sobre **L1** y después pulse **[CLEAR] [ENTER]**, pasa a la lista **L2** y nuevamente **CLEAR ENTER**, para borrar el contenido de ambas lista. Con los botones de desplazamiento vuelva a situar el cursor rectangular en la primera fila de **L1** Pulse la tecla de desplazamiento Δ para situar el cursor sobre **L1**

Pulse el dato numérico (el que necesite) y **ENTER** para almacenarlo. El cursor rectangular se desplaza a la siguiente fila. Repita el proceso para introducir los valores que desee.

Pulse nuevamente los botones de desplazamiento para situar el cursor rectangular en la primera fila de **L2** (pulse el dato numérico correspondiente) y **[ENTER]** para almacenarlo. El cursor rectangular se desplaza a la siguiente fila. Repita el proceso para introducir los valores que desee. Asegúrese de tener igual número de datos en las dos listas.

Pulse **[Y=]**

Elementos de manejo gráfico:

Elección del tipo de representación gráfica:

Pulse **[2ND]]STAT PLOT[** después **1** y **ENTER** para seleccionar 1 plot en el menú **STAT PLOTS**. Se mostrará el editor de gráficos estadísticos para el gráfico 1. (ver anexo sobre la calculadora: conceptos básicos longitudes y períodos de un péndulo)

Experimento de transmisión de una señal

Presentación de la situación: Reúnase en grupos de tres estudiantes y lean con cuidado la siguiente situación:

Un grupo de estudiantes de grado décimo desea establecer la rapidez con la que se transmite un mensaje de **SI** o **NO** que se basa en transmitir el **SI** con un simple apretón y el **No** con dos apretones consecutivos de la mano.

El experimento concretamente consiste en formar una fila o cadena de estudiantes (con un número variable de ellos) que se toman de las manos; todos los

estudiantes excepto el primero en recibir el mensaje de SI o NO por medio de un cartel, no podrán abrir los ojos al inicio de la transmisión del mensaje; inmediatamente que el primer estudiante haya visto el mensaje en un cartel lo empieza a transmitir a su compañero por medio de un apretón sencillo o doble de manos (según lo que vea en el cartel); el siguiente estudiante tan pronto reciba el apretón de manos lo transmite a su vecino y así sucesivamente; cuando el mensaje llegue al último estudiante de la fila lo deberá comunicar inmediatamente en forma verbal.

El propósito del experimento consiste en determinar si hay una relación entre el número de estudiantes que forman la cadena y el tiempo que tarda en transmitirse el mensaje del primero al último estudiante de la cadena.

Primera parte: análisis preliminar

1) Con base en la situación descrita anteriormente, respondan las siguientes preguntas:

a. ¿Qué variables intervienen en el experimento y cuales de ellas son relevantes si se tiene en cuenta el propósito del mismo?

Supongan que dos grupos de estudiantes, que afirman que ya habían realizado el experimento, anotan los resultados en las listas de sus calculadoras:

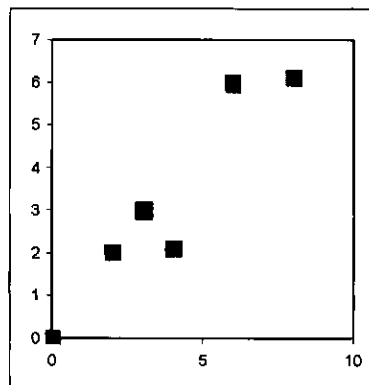
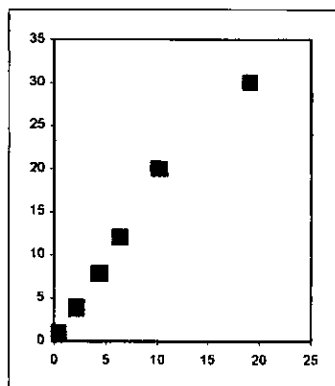
Grupo 1		
L1	L2	L3
1	0	0
2	2	2
2	3	3
1	4	2.1
2	6	6
1	8	6.1

Grupo 2		
L1	L2	L3
1	0.5	1
1	2.1	4
1	4.3	8
1		12
1	10.1	20
1	19.9	30

b. Identifiquen a qué variables podrían corresponder los valores anotados en cada una de las listas L1, L2 y L3 de cada uno de los correspondientes grupos y expliquen porqué.

c. En el grupo 2 falta un dato. ¿Podrían ustedes proponer un valor razonable para este dato de acuerdo a lo que debería ocurrir en el experimento?

d. Los dos grupos de estudiantes presentaron, cada uno de ellos, una gráfica en la que muestran los datos recopilados. Ustedes deben identificar cuál de las dos gráficas que se muestran a continuación puede corresponder con lo que hizo el grupo 2 y reproducirla en sus calculadoras.



e. Los mismos estudiantes, ya nombrados antes, presentaron dos expresiones algebraicas que supuestamente sirven para describir el patrón de comportamiento de los valores que muestran en la gráfica. Las expresiones son así:

$$Y = 2x \quad y = (5/100)x^2 + (5/2)x - 1 \quad x = 0, 1, 2, 3, 4, \dots$$

¿Alguna de las dos expresiones anteriores pronostica mejor los resultados indicados en la gráfica? Expliquen su respuesta.

f. Realice una evaluación de lo que presentaron los dos grupos de estudiantes qué creen que hicieron bien y que creen que hicieron mal, justificando en ambos casos por qué.

Segunda parte: Experimentación

2) Organizarse para realizar el experimento de acuerdo con las instrucciones que les dé el profesor.

Tercera parte: análisis de resultados

3) Ustedes deben preparar un informe de la experiencia realizada en la que incluyan los siguientes aspectos:

Lista de datos obtenidos,

Representación gráfica de los datos del experimento con las respectivas explicaciones para entenderla (que representan los ejes, cuál es la escala utilizada, etc)

Propuesta de al menos dos expresiones algebraicas que sirvan a manera de modelo para pronosticar los datos obtenidos; indique las "debilidades y fortalezas" de cada uno de los modelos.

Taller 6 : FUNCIÓN EXPONENCIAL

Parte A: Reproducción de las células

Trabajo individual

La siguiente guía es para trabajarla en la casa, leerla cuidadosamente y anotar sus inquietudes.

Trabajo en grupo

1) Reúnanse los grupos de trabajo y desarrollen toda la guía.

Una forma típica de reproducción de las bacterias es la mitosis: una célula, al cabo de un tiempo por ejemplo una hora, se escinde en dos. Pasada otra hora, cada bacteria hija se divide de nuevo en dos, y así sucesivamente.

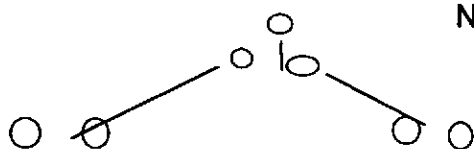
Hora cero

$$N(0) = 1$$

Hora 1

$$N(1) = 2$$

Hora 2



$$N(2) = 4$$

Llamamos $N(t)$ al número de bacterias al cabo de t horas. ¿Cuál de las siguientes fórmulas es correcta?

$$N(t) = 2t$$

$$N(t) = t^2$$

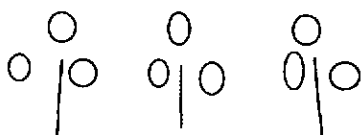
$$N(t) = 2^t$$

Ahora partimos de tres células "madre".

Hora cero

$$M(1) = 3$$

Hora 1



$$M(2) = 6$$

2) Hay tres procesos simultáneos iguales al anterior. Escribe la nueva fórmula para $M(t)$: tiempo \rightarrow n^0 de bacterias.

3) Completa las dos tablas y represéntelas en unos mismos ejes.

T	0	1	2	3	4	5	6
N(t)							
M(t)							

4) Haga una gráfica cartesiana correspondiente a la tabla.

¿Qué dificultad aparece al representar?

Defina la función exponencial

Realice gráficamente:

$$Y = 2^x ; Y = 3^x ; Y = 1.5^x$$

Base > 1

$$Y = (1/2)^x ; Y = (1/3)^x ; Y = 0.2^x$$

Base < 1

6) Para valores no enteros del exponente usamos la calculadora.

X	-3.5	-3	-2.5	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3
Y=2 ^x														

7) Usamos la calculadora:

Completa la tabla en tu cuaderno y representa $Y=4^x$ $Y=1.4^x$ en el intervalo [-5,5]

X	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	1	1.5	2	2.5
Y= 4 ^x										

8) Variación de las gráficas al variar la base

Tracemos en unos mismos ejes las exponenciales de $y=1.5^x$; $Y=2^x$; $y=3^x$

Manualmente traza las gráficas de $Y=2^x$ $Y=3^x$ la gráfica aproximada de:

$Y= 3,14^x$; $Y= (11/5)^x$ tomando $(11/5)=2.2$

10) Transforma las siguientes expresiones en la forma : $Y= c.b^x$

$$Y= 2^{x+1} \quad Y= 2^{x+3} \quad y= 2^{x+5}$$

Plantamos una semilla de la que nace una flor que produce a su vez 10 nuevas semillas. Cada semilla hija produce en la nueva generación 10 semillas y así sucesivamente. Llamamos generación cero a la semilla madre ¿Cuántas semillas habrá al cabo de 3,4,5,...n generaciones?

Resuelve el mismo problema partiendo: 5 semillas, 7 semillas

Escriba las características de la función exponencial de base mayor que 1 y de base entre cero y uno.

Prepare una breve exposición resaltando las características de la función exponencial en sus diferentes representaciones.

Parte B: Dobleces de papel

El taller busca que el estudiante trabaje la función exponencial desde una situación real para que analice cada uno de los elementos de la ecuación, determine las variables, el dominio y rango.

Trabajo Individual.

Cada alumno utiliza una hoja de papel sin dobleces
Realice la siguiente experiencia.

- 1) Tome una hoja de papel sin dobleces.
- 2) Luego doble el papel por la mitad.
- 3) Desdoble y cuente el número de partes de papel.
- 4) Vuélvalo a la posición 2, doble por la mitad sucesivamente.
- 5) Desdoble y cuente el número de partes de papel.
- 6) Vuélvalo a la posición 4, doble por la mitad sucesivamente
- 7) Desdoble y cuente el número de partes de papel.
y así sucesivamente.
- 8) Identifique cual es la variable dependiente y cual la variable independiente
- 9) Anote en una tabla los datos de la experiencia.
- 10) Haga una gráfica cartesiana.
- 11) ¿ Que clase de función es? . Y escríbela.
- 12) Defina el dominio y rango de la función.

Trabajo en equipo

En grupos de 4 integrantes elaboren las conclusiones:

- 13) ¿Cuál magnitud manipula cada estudiante?. Número de dobleces o partes en que queda dividido el papel.
- 14) Si llama x el número de dobleces e y el número de trozos de papel escriba una ecuación que relaciona las magnitudes trabajadas en la experiencia.
Es el conjunto dominio de la función todos los reales por qué?.
- 15) Cada representante del grupo exponga lo que más le llamó la atención de la experiencia.

X	0,2	1,2	2,2	3.2	4.2	5.2	6.2	7.2	8.2
$F_2(x)$									

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
F(x)											

Parte C: Gráficas cartesianas con calculadora, lápiz y papel

Objetivo: Observar las características de las funciones exponenciales de base mayor que 1 y compararlas con las características de las funciones exponenciales de base comprendida entre 0 y 1.

Se necesita la calculadora graficadora TI-83, papel cuadriculado o milimetrado tamaño carta, lápiz, borrador, regla, papel, lápices o marcadores de colores. Las calculadoras graficadoras TI-83 están a disposición de los estudiantes durante la clase.

Prerrequisitos: El estudiante debe manejar las funciones básicas de la calculadora para acceder la representación de gráficos: [ON] para prender la calculadora. [2ND]]OFF[para apagarla. [Y =] para editar funciones en el modo función. [GRAPH] para graficar. [ZOOM] para ampliar una gráfica o colocarla en forma estándar, [2ND]]TABLESET[para cambiar la variación de Δx y poder hacer diferentes tablas para una misma función. [WINDOW] para cambiar las escalas y la ventana de visualización. [2ND]]TABLE[para acceder a la tabla.

Parte A: gráficas con lápiz y papel

Trabajo en grupo

Cada uno de los integrantes del grupo representa gráficamente en su cuaderno una de las siguientes funciones exponenciales de base mayor que 1. Gráfica de $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = 5^x$, $i(x) = e^x$.

Luego cada integrante del grupo dibuja en un papel milimetrado la gráfica que le correspondió. Para que todas queden representadas en un mismo plano cartesiano.

El grupo dialoga y hace conjeturas para registrar en el cuaderno las características de las gráficas que dibujaron.

Cada uno de los integrantes del grupo representa gráficamente en su cuaderno una de las siguientes funciones exponenciales cuando la base esta comprendida entre 0 y 1. Gráfica de $F(x) = (1/2)^x$ la dibuja el que dibujó $f(x) = 2^x$; $G(x) = (1/3)^x$ la dibuja el que dibujó $g(x) = 3^x$; $H(x) = (1/5)^x$ la dibuja el que dibujó $h(x) = 5^x$; $I(x) = (1/e)^x$ la dibuja el que dibujó $i(x) = e^x$.

Luego cada integrante del grupo dibuja en el mismo papel milimetrado (en el que hicieron las gráficas anteriores) la gráfica que le correspondió. Para que todas queden representadas en un mismo plano cartesiano.

El grupo dialoga y hace conjeturas para registrar en el cuaderno las características de las gráficas que dibujaron.

Cada grupo pega la gráfica en las paredes del salón para la exposición explicando ¿Cómo la hicieron?, ¿Cuándo la hicieron?, ¿Para qué la hicieron? ¿Qué dificultades tuvieron? ¿Qué les pareció más fácil?.

Parte B: gráficas empleando la calculadora

Trabajo en grupo

Reúnase con sus compañeros de trabajo y grafiquen en la calculadora las representaciones gráficas de las siguientes funciones: $f(x) = 2^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = 5^x$, $i(x) = e^x$ simultáneamente. Luego describan sus características comunes. Recuerden que para graficar $y = 2^x$ se oprimen las teclas [y =][2][^][x, τ, η]

Hagan lo mismo que en 1. pero con bases entre 0 y 1. Por ejemplo, las gráficas de las funciones $F(x) = (1/2)^x$, $G(x) = (1/3)^x$; $H(x) = (1/5)^x$; $I(x) = (1/e)^x$. Luego describan sus características comunes.

Desactiven algunas gráficas y dejen solamente activada una de ellas y explórenla con las opciones [ZOOM]; [TRACE]. Para la función anterior generen varias tablas para la misma función utilizando las opciones [2ND]; [WINDOW]

Taller 7: DE FUNCIÓN EXPONENCIAL Y LOGARÍTMICA

Distribuya 300 dados 10 dados para cada estudiante.

Seleccione un número de 1 a 6 el 2 en este caso.

Al salir el 2 en un dado lanzado se excluye el dado de la muestra.

Los estudiantes empiezan lanzando todos los 300 dados.

Después del lanzamiento los estudiantes cuentan registran y excluyen todos los dados que han sacado la cifra preseleccionada .

Registran el número de dados restantes .

En una hoja por grupo registran los datos.

El número de dados restantes indican la muestra que no se ha excluido. Continúe con el procedimiento hasta que cerca de 6 dados constituyan la muestra.

Realicen la gráfica del número de dados de la muestra D , como una función del número de lanzamientos, N .

Observe la gráfica de D como función de N , qué clase de gráfica obtiene?. Por qué?

Calcule, investigue un nuevo conjunto de datos, $(N, \log D)$.

Usando dos puntos de la recta, calcule la pendiente de la recta determinada por estos puntos.

Como la pendiente de la recta es igual $\log b = m$ entonces se halla $b =$

El intercepto con el eje y cuál es? Luego $\log k = \text{intercepto}$

Cuál es la función original? $D = 300(b)^n$

Compruebe con la calculadora: Introduzca los datos tenga en cuenta la guía realizada en regresión lineal y haga regresión exponencial.

Escriba una pequeña narración del uso que le dio a la calculadora.

Realice al curso una exposición

Número de lanzamientos (N)	Número de dados lanzados	Número de dados que registran la cifra seleccionada	Número de dados restantes (D)	logD

CONSIDERACIONES ACERCA DEL TALLER

INTENCIONALIDAD

El taller tiene que ver con una actividad que los estudiantes usan para modelar el decrecimiento exponencial.

Con el uso de la gráfica a partir de los datos recogidos y al sacar logaritmo a los datos de la muestra en cada lanzamiento puede calcular la pendiente de la recta y el intercepto con el eje y, puede conjeturar sobre la clase de ecuación y comprobar con la TI-83.

ESTRATEGIA METODOLOGICA

Se cuenta con 10 dados por alumno, calculadora graficadora proyector para el viewscren, papel milimetrado y logaritmico.

La actividad consiste en lanzar dados e ir excluyendo continuamente alguno de ellos de acuerdo a una cifra de 1 a 6 seleccionada con anteriorid, registrar los datos N número de lanzamientos D datos de los dados excluido el dado con el número seleccionado.

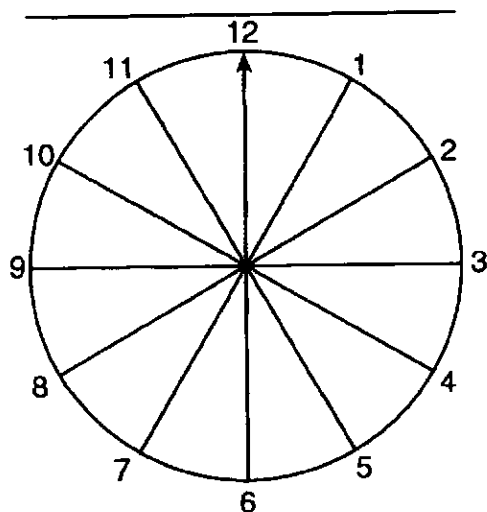
Luego se llevan los datos al plano cartesiano graficando muestra en función del número de lanzamientos. A continuación se saca logaritmo a la cifra de la muestra y graficando , logaritmo de la muestra en función del número de lanzamientos.

Taller 8: TIEMPO PARA LA TRIGONOMETRÍA

Hoja de trabajo 1

Primera parte

Reloj 1. El reloj de la figura siguiente tiene un radio que mide 3 cm. y su centro está a 3,5 cm. del segmento que representa el techo. Mida la distancia d que hay del techo al extremo del horario en cada hora en punto, comenzando desde las 12:00, hora que se asume como $t = 0$.

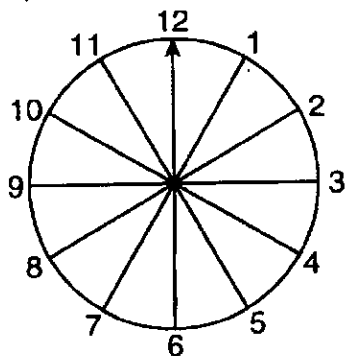


Registre sus mediciones en la tabla siguiente:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d													

¿Qué valores de d podrían obtenerse para $t = 13, 14, 15, \dots, 24$?

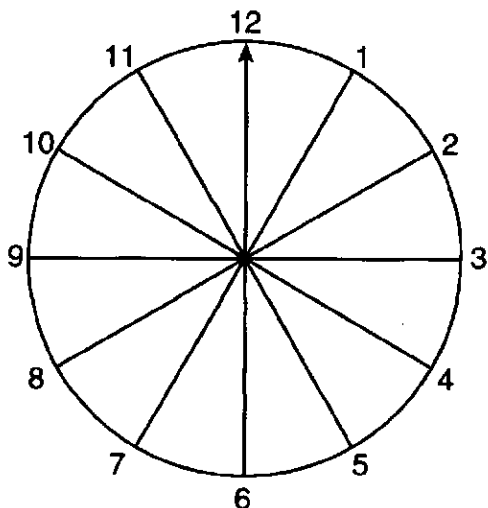
Reloj 2. El reloj de la figura siguiente tiene un radio de 2 cm. y su centro está a 3,5 cm. del segmento que representa el techo. Mida y registre las distancias como lo hizo en *Reloj 1*.



t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d													

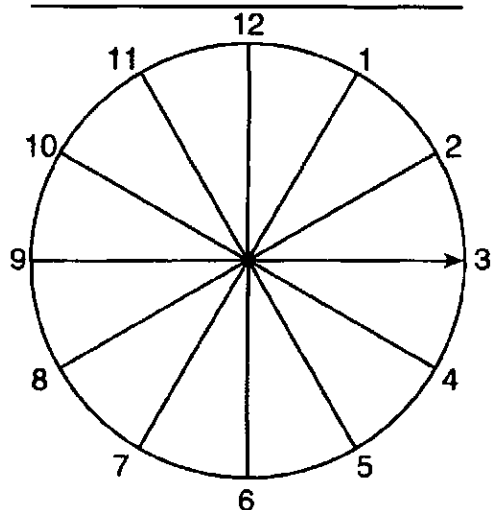
Segunda parte

Reloj 3. El reloj de la figura siguiente tiene un radio de 3 cm. y su centro está a 5 cm. del segmento que representa el techo. Mida y registre las distancias como lo hizo en *Reloj 1* y *Reloj 2*.



t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d													

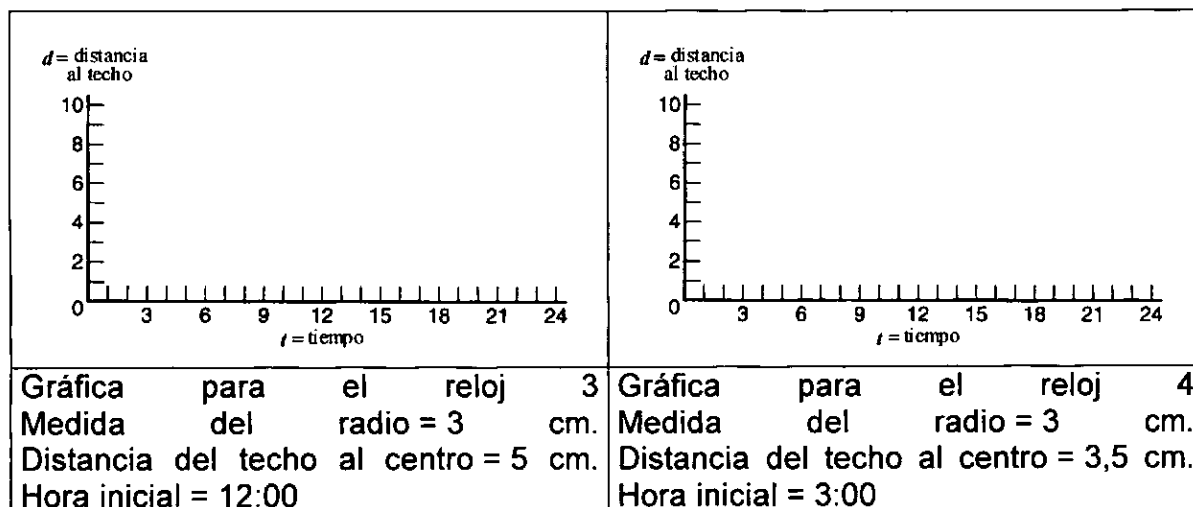
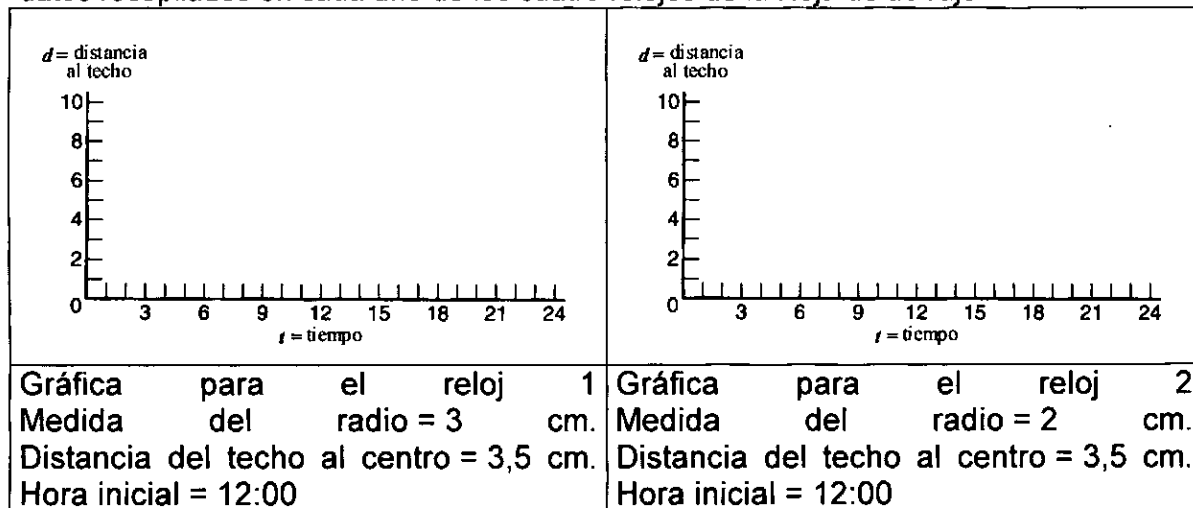
Reloj 4. El reloj de la figura siguiente tiene un radio de 3 cm. y su centro está a 3,5 cm. del segmento que representa el techo. Mida y registre las distancias como lo hizo en *Reloj 1*, *Reloj 2* y *Reloj 3*, pero ahora comience en las 3:00, hora que se asume como $t = 0$.



t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
d													

Hoja de trabajo 2

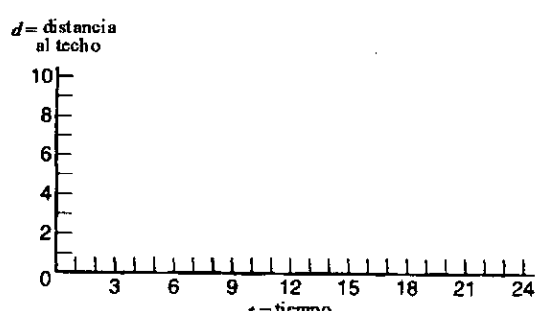
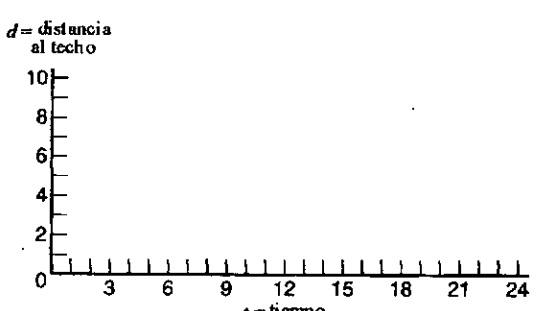
En los respectivos sistemas de coordenadas siguientes, ubique los puntos relativos a los datos recopilados en cada uno de los cuatro relojes de la Hoja de trabajo 1.

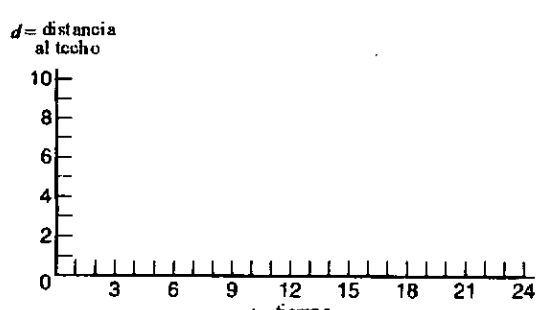
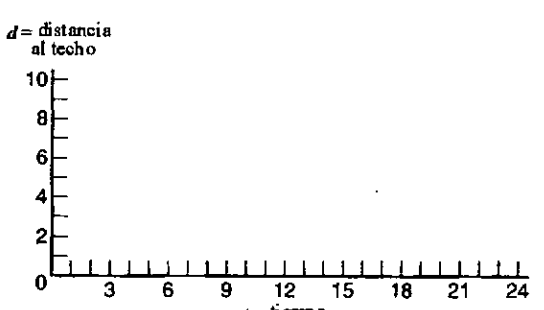


Identifique y describa las semejanzas y las diferencias existentes entre las cuatro gráficas.

Hoja de trabajo 3

Bosqueje la gráfica de la distancia del extremo del horario del reloj al techo, como una función del tiempo para cada uno de los relojes citados a continuación.

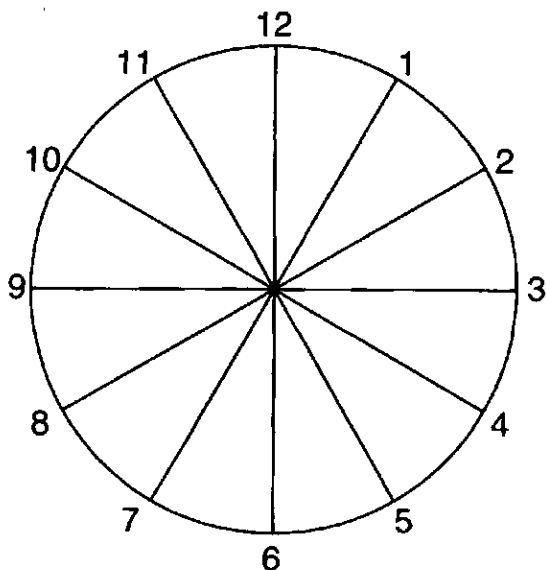
	
<p>Gráfica para el reloj 5 Medida del radio = 4 cm. Distancia del techo al centro = 6 cm. Hora inicial = 12:00</p>	<p>Gráfica para el reloj 6 Medida del radio = 5 cm. Distancia del techo al centro = 5 cm. Hora inicial = 12:00</p>

	
<p>Gráfica para el reloj 7 Medida del radio = 4 cm. Distancia del techo al centro = 6 cm. Hora inicial = 6:00</p>	<p>Gráfica para el reloj 8 Medida del radio = 3 cm. Distancia del techo al centro = 6 cm. Hora inicial = 9:00</p>

Explique cómo hizo las predicciones.

Hoja de trabajo 4

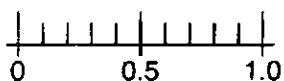
El reloj de la siguiente figura tiene un radio de una unidad. Sea X , una nueva variable, que hace referencia al ángulo generado por el horario al girar a partir de las 12:00, hora tomada como $t = 0$.



Complete los datos de la segunda fila de la siguiente tabla.

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
X	0°	30°		90°				210°					
d	0,0			1,0				-0,5					

Corte o calque la regla que aparece enseguida. Use la unidad de esta regla para verificar que el radio del reloj es una unidad. Use la regla para medir la distancia d comprendida entre el segmento vertical que pasa por el centro del reloj y el extremo del horario del mismo. Considere que d es positiva cuando el horario esté a la derecha del segmento horizontal y negativa cuando esté a la izquierda. Comience la medición para las 12:00, hora considerada para $t = 0$. Registre sus resultados en la tercer fila de la tabla.



← 1 unidad →

Hoja de trabajo 5

En la Hoja de trabajo 4, la función que expresa d en términos de X , se llama la función seno. Así, si X es el ángulo generado por el horario al girar a partir de las 12:00, entonces el seno de X es la distancia perpendicular del segmento vertical que pasa por el centro del reloj al extremo del horario. Esta ecuación se escribe como $d = \text{sen}X$.

Use una calculadora, configurada en modo de grados (MODE DEGREE), para calcular $\text{sen } 0^\circ$, $\text{sen } 30^\circ$, $\text{sen } 60^\circ$, etc. Compare cada valor con el valor de d registrado en su tabla de la Hoja de trabajo 4. ¿Qué encuentra?

En la calculadora graficadora, digite la expresión $3,5+3 \text{ sen}(30(X-3))$ para Y_1 . Construya una tabla con 0 como valor inicial de X , e incrementos en X de 1. Compare la tabla resultante con la que obtuvo para el reloj 1 en la primera parte de la Hoja de trabajo 1; asegúrese de que la calculadora está configurada en modo de grados. ¿Qué encuentra? Repita el anterior procedimiento usando $3,5+2 \text{ sen}(30(X-3))$ para Y_2 , y compare la tabla resultante con la que obtuvo para el reloj 2 en la primera parte de la Hoja de trabajo 1. ¿Qué encuentra?

Qué fórmulas para Y_3 y Y_4 , podrían generar las tablas de los relojes 3 y 4 obtenidas en la segunda parte de la Hoja de trabajo 1.

Introduzca las palabras *amplitud*, *periodo*, y *fase*, y haga que los estudiantes describan estas características con sus propias palabras.

En discusión plenaria, pida a los estudiantes identificar ejemplos del mundo real de fenómenos circulares, tales como la distancia entre el piso y uno de los puntos extremos de una rueda del tren o de una bicicleta. Cuestione a los estudiantes para que identifiquen qué función circular podría medir en cada ejemplo y por qué esta información es importante.

Trabajando en equipos de tres o cuatro integrantes, asigne a los estudiantes un proyecto de mediano plazo (una semana), para crear un modelo matemático de un fenómeno circular identificado en la discusión. Para algunos modelos, la función circular podría generarse con la distancia desde el piso a un punto que se mueve.

Trabajando en parejas, los estudiantes pueden usar sus calculadoras graficadoras para explorar los cambios en las gráficas de la ecuación $d = b \text{ Asen}(k(t-c))$ al variar los valores de los parámetros b , A , c , y k . Esta exploración no sólo lleva a los estudiantes a pensar cómo se afecta la gráfica al cambiar los parámetros, sino que también suministra al profesor información acerca de la lógica de los estudiantes al verificar cada parámetro. ¿Ellos varían un parámetro mientras mantienen los otros constantes, o intentan plantear conclusiones sobre la base de cambios "experimentales" simultáneos? El uso o no de controles de los estudiantes podría servir como una fuente de discusión sobre la aproximación efectiva o inefectiva a la modelación matemática.

Pida a los estudiantes escribir acerca de cómo y por qué las gráficas cambian como resultado de variar cada uno de los parámetros. Examine la comprensión de los estudiantes de la variación de la amplitud, del periodo, y de la fase como cambios independientes.

Para una exploración ulterior, haga que los estudiantes consideren la distancia *horizontal* desde el extremo de la manecilla del horario a una recta vertical, por ejemplo una pared. Use esta situación para discutir la noción de una función que es correlativa a aquella que

describe la distancia vertical. Esta actividad aporta información tanto para la naturaleza como para el nombre de la función coseno.