372.7
P695
Ej.1

Instituto para la Investigación Educativa
y el Desarrollo Pedagógico - IDEP
000165

EL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACION EN LOS NIÑOS DEL CED VILLA AMALIA:
Una propuesta de intervención en el aula.

07/02/2008

000227

MERY AURORA POVEDA
Investigadora

CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL VILLA AMALIA
E INSTITUTO PARA LA INVESTIGACION Y
EL DESARROLLO PEDAGOGICO - IDEP

Bogotá

2002

Inv IDEP
129

EL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACION EN LOS NIÑOS DEL CED VILLA AMALIA:
Una propuesta de intervención en el aula.

MERY AURORA POVEDA
Investigadora

INFORME FINAL

LUIS EDUARDO URREGO BELLO
Rector CED Villa Amalia

Alumnos y docentes participantes
CURSO PRIMERO - Prof. BLANCA MARIA APONTE
CURSO SEGUNDO - Prof. ALICIA BAHAMON DE ARDILA
CURSO TERCERO - Prof. MERY AURORA POVEDA

Asesoría
Sociedad Saberes y Escuela
JORGE CASTAÑO - AMPARO FORERO
Asesores

MARTHA CORTES MORALES - MARIA LUISA VARGAS VIZCAINO
Asistentes de Investigación

CENTRO EDUCATIVO DISTRITAL VILLA AMALIA
E INSTITUTO PARA LA INVESTIGACION Y
EL DESARROLLO PEDAGOGICO - IDEP

Bogotá

2002

A Ovidio

AGRADECIMIENTOS

Quiero aprovechar este espacio para manifestar mi agradecimiento a todas las personas que estuvieron acompañándome durante el desarrollo de toda la investigación que dió origen a este libro y a un video, no sólo porque hicieron posible los resultados que aquí presentamos, sino principalmente porque me abrazaron, me consolaron y me dieron esperanza después de la muerte de Ovidio, mi esposo.

En primer lugar quiero agradecer a mis asesores Jorge Castaño y Amparo Forero porque cada encuentro con ellos es una oportunidad para crecer a nivel personal y profesional.

A mis colegas asistentes de investigación, María Luisa Vargas y Martha Cortés quiero agradecer su excelente trabajo en la realización y análisis de las entrevistas clínicas de los niños de primero y segundo, así como sus valiosos aportes en las diferentes discusiones.

A Claudia González y Angie Forero, realizadoras del video, quiero hacerles un reconocimiento especial por su profesionalismo y alto sentido de solidaridad.

A las docentes Alicia Bahamón y Blanca Aponte quiero manifestarles mi admiración por arriesgarse a participar de una experiencia de esta naturaleza, a pesar de sus miedos y la presión social de los padres y de la tradición escolar.

También quiero agradecer al IDEP por la financiación al proyecto y muy especialmente a Jorge Vargas, investigador e interventor de dicha institución, por brindarme su apoyo y voz de aliento en los momentos críticos en que quise renunciar.

Al rector, Luis Eduardo Urrego, a la coordinadora Diogeny Leudo y a los demás compañeros de la institución quiero agradecerles su apoyo y comprensión en las diferentes actividades programadas.

Estoy en deuda igualmente con los padres de familia que se vincularon al proceso y asistieron a los diferentes talleres para tratar de comprender lo que estaba sucediendo y con los niños que nos dieron la oportunidad de acercarnos a sus juegos, sus reflexiones y su lenguaje matemático.

Gladys Alejo, encargada del diseño, diagramación e impresión del libro, también merece mi gratitud por su trabajo, pero especialmente por su paciencia y comprensión.

A Alba Lucía Siachoque, Elizabeth Vargas, Yaneth Mesa, Alejandra Venegas, Yerly Portela, estudiantes de Licenciatura en Básica Primaria del programa de Universidad a Distancia de la Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia en el CREAD de Bogotá, les agradezco su colaboración en la aplicación de pruebas en los niños de primero.

Finalmente quiero agradecer a mi familia paterna y a mi familia política, porque el cariño y la protección que me brindaron en los momentos más vulnerables de este período, me permitieron seguir adelante; quiero hacer mención especial a mis hijos Diana Carolina y Alexander por darme ejemplo de fortaleza; a mi mamá, María Elisa, porque en sus brazos me sigo sintiendo protegida; a mi hermano Pedro y a mi cuñado Fidel, por estar pendientes de mí y de mis hijos en los momentos que más lo necesitábamos.

CONTENIDO

INTRODUCCION

Las matemáticas son consideradas, en muchos países del mundo, como una de las áreas fundamentales en la educación de todos los individuos; sin embargo, la escuela no ha podido hacer mucho para garantizar su compresión.

Es quizá por esta razón que los pocos que llegan a desempeñarse bien con ellas son considerados como más inteligentes y exitosos y por consiguiente, quienes no tienen esa "suerte" crean inseguridad en relación con sus capacidades intelectuales y hasta llegan a desarrollar fobia hacia las mismas.

La propuesta que presentamos en este informe se convierte en un aporte para la solución de la problemática planteada, en relación con un campo fundamental de las Matemáticas: El Sistema Decimal de Numeración.(S.D.N.)

Esta propuesta que se cristaliza durante la experiencia de investigación-acción realizada durante el año escolar 2001 en el Centro Educativo Distrital Villa Amalia y patrocinada por el IDEP, es el fruto de un proceso de varios años de reflexión-acción alrededor de la didáctica de la matemática, llevado a cabo dentro del proyecto *Reencuentro con la Matemática* de la localidad de Engativá del Distrito Capital.

La propuesta se arma a partir del estudio de los siguientes aspectos:

- El análisis de la lógica del S.D.N. y de las demandas que su comprensión hace a los niños.
- El estudio de la génesis que siguen los niños en su apropiación.
- El enfoque didáctico de la propuesta "Descubro la Matemática" de Jorge Castaño.

En general se enmarca en el reconocimiento de que el alumno debe vivir múltiples y variadas experiencias significativas, con diferente nivel de estructuración en relación con el S.D.N., haciendo uso de sistemas decimales concretos y de interpretaciones propias de los signos convencionales, para que desde allí pueda ejecutar las acciones físicas y mentales necesarias para establecer las relaciones lógicas implicadas; la reflexión sistemática sobre las acciones y sus resultados, así como la representación, comunicación y confrontación de los mismos le permiten avanzar en los niveles de comprensión del Sistema; es por ello que el juego y las reflexiones de los niños son muy importantes dentro del proceso.

La sistematización realizada en el presente informe, así como en el libro y en el video productos de la investigación*, recoge la propuesta de intervención para los grados de Primero a Tercero de Primaria por cuanto fue con la participación de niños de éstos grados del CED Villa Amalia, que se realizó la propuesta de intervención.

La alegría de participar en las clases de Matemáticas, la capacidad argumentativa ganada y los avances logrados por todos los niños participantes, en relación con la comprensión del Sistema Decimal de Numeración y a través de la intervención realizada, nos permiten confirmar que estamos construyendo una alternativa didáctica que responde a la problemática planteada en los párrafos iniciales.

* POVEDA, Mery. *Matemática a la medida de los niños, el sistema decimal de numeración*. Bogotá: IDEP. 2002. Libro y video.

PROCESO INVESTIGATIVO

Antecedentes

Durante el año de 1.990, la preocupación por los altos índices de mortalidad académica que en la localidad 10 se presentaban en el grado sexto, llevó a la supervisora, los directores y los docentes de quinto y sexto a organizarse alrededor de una propuesta pedagógica que permitiera solucionar algunos problemas que se ligan a la forma como tradicionalmente se enseña la matemática, tales como: el permanente olvido por parte de los niños de los contenidos que se les enseñan, el aprendizaje mecánico y memorístico, la apatía y algunas veces temor por la matemática y la incapacidad de los niños para interactuar con otros y encontrar soluciones conjuntas a situaciones problemáticas.

Se acordó apoyarse en las elaboraciones logradas hasta ese momento en el proyecto "Descubro la Matemática" del que, en parte, tenían conocimiento algunos profesores de la zona que habían participado en cursos de capacitación que su autor, Jorge Castaño, dirigía desde la DIE-CEP; este es un proyecto sobre la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática en la educación Preescolar y Básica, orientado desde una postura constructivista del conocimiento

Al proyecto zonal se le dio el nombre de Reencuentro con la Matemática y desde su inicio buscó la transformación de las prácticas pedagógicas de los docentes a partir de:

- La reconstrucción de los conceptos matemáticos que manejan los docentes.
- El cuestionamiento de los conceptos pedagógicos que están implícitos en el quehacer del aula.
- La explicitación de los conceptos que se manejan sobre los procesos de construcción que siguen los niños en las nociones matemáticas.

- Los aportes hechos por la corriente constructivista del aprendizaje
- Las investigaciones sobre procesos de apropiación de algunos conceptos matemáticos por parte de los niños.

Desde el año 1999 y por iniciativa de una de sus docentes que había hecho parte del equipo coordinador del proyecto zonal en los años anteriores, el CED Villa Amalia consideró importante vincularse al proyecto Reencuentro con la Matemática por compartir el enfoque pedagógico constructivista por el cual ha optado la institución y porque uno de los ejes del PEI es el desarrollo del pensamiento de los alumnos y más específicamente el pensamiento matemático.

La presente investigación hace parte del desarrollo conceptual necesario para retroalimentar el Proyecto Reencuentro con la Matemática (en la institución y fuera de ella) no sólo en sus fundamentos pedagógicos, sino en sus estrategias de intervención y socialización en relación con una competencia básica: el manejo del S.D.N.

Conceptualización del problema de Investigación

Hasta ahora la gran mayoría de las estrategias de enseñanza del Sistema decimal de numeración se han sustentado, como generalmente se sustenta la totalidad de la enseñanza de la matemática, en una concepción del aprendizaje como reproducción de modelos y procedimientos[1].

Como consecuencia de esta concepción sobre el aprendizaje, al enseñar el sistema Decimal de Numeración se privilegia la enseñanza de los aspectos convencionales del sistema: la sintaxis que rige la escritura y la lectura de los numerales, el reconocimiento de los digitos que representan las unidades de diferente orden y la habilidad para seguir los procedimientos formales para calcular las operaciones.

Así, se hacen frecuentes en la enseñanza: las planas de números, los ejercicios de mecanización de los procedimientos formales para ejecutar las cuatro operaciones y la separación de los números en unidades, decenas, centenas y unidades de mil.

La mayoría de las propuestas dejan sin consideración las demandas lógicas del sistema decimal de numeración y la capacidad del niño para comprenderlas; así mismo desconocen el proceso de apropiación del sistema por parte de los niños y no toman en serio las elaboraciones y teorías que los niños van poniendo a prueba en su intento por darle significado al sistema convencional. A pesar de que se ha avanzado en reconocer el carácter constructivo del conocimiento, la mirada exclusiva de la escuela al aspecto formal

1 CASTAÑO, J. El conocimiento Matemático en el grado cero. Bogotá: MEN. 1996.

y riguroso de la Matemática le impide ver la forma como los niños y los adultos matematizan la realidad a través de la vida escolar y cotidiana[2].

Muchas propuestas que intentan acercar a los niños a la lógica implicada en el sistema decimal de numeración recurren al ábaco y al manejo de sistemas de numeración en diferentes bases[3]. A nuestro parecer estas propuestas presentan dos vacíos: a) Olvidan que el uso de la herramienta ábaco exige una lógica que no está al alcance de los niños de los primeros grados de primaria* y b) se recurre al ábaco no tanto para ayudar al niño mediante una herramienta a construir comprensiones más complejas de la lógica del sistema de numeración, sino para transmitir de manera más eficaz unos procedimientos.

Es posible que los niños terminen aprendiendo mejor los algoritmos para calcular los resultados de las operaciones, pero esto no es garantía de que accedan a una comprensión adecuada de la lógica del sistema de numeración decimal y lo que nos parece más preocupante, se impone al niño una forma de proceder que no corresponde con la etapa que vive en la asignación de significado a los numerales. Quizá esto explica la gran dificultad que los profesores encuentran para enseñar los algoritmos, la necesidad de mecanización constante y el frecuente olvido de los procedimientos aprendidos.

Existen estudios que muestran que esta manera de proceder no sólo no logra el aprendizaje del sistema sino que crea barreras para

---

2 ATWEH, B y otros autores hablan de diferentes matemáticas: la matemática escolar, la matemática cotidiana y la matemática altamente formalizada. En . *Investigación acción participativa para la justicia Social en la educación .Matemática*..Seminario-taller. Bogotá: UNIANDES. 2001.
3 ORTIZ, M. *Sistemas de numeración con valor posicional.* En, Aula Viva. Bogotá: SED-CORPOEDUCACION., 1999.
Mesa,O. Criterios y estrategias para la enseñanza de las Matemáticas. Bogotá:MEN. 1997.
*Castaño J y otros en sus investigaciones muestran que los niños pasan por varias etapas en el proceso de comprensión del sistema decimal de numeración, antes de llegar a comprensiones implicadas en los algoritmos formales para ejecutar las operaciones aritméticas básicas.

apropiarse comprensivamente de él; Kamii[4] por ejemplo en relación con los efectos perjudiciales de los algoritmos formales señala que "fuerzan a los niños a renunciar a su propio pensamiento numérico... malenseñan el valor de posición e impiden que el niño desarrolle el sentido de número... hace que los niños dependan de la distribución espacial de las cifras (o del papel y el lápiz) y de otras personas".

Así mismo, el análisis hecho en el presente estudio y documentado en el video de sistematización, así como lo mostrado por otras investigaciones que han explorado el manejo convencional del sistema decimal de numeración y de los algoritmos de las cuatro operaciones básicas, ponen en evidencia que muchos escolares al terminar la educación primaria no pueden explicar el carácter posicional de las diferentes dígitos y el valor relativo de las cantidades en relación con la posición (Kamii, C, 1993; Lerner, 1995, 1998, Dickson y otros, 1991, Orozco, M, 1999.).

Paralelamente, a través de estos estudios y del trabajo pedagógico dentro del proyecto nos hemos podido aproximar a representaciones propias de los alumnos con relación a los algoritmos y al manejo del sistema decimal de numeración que reflejan las elaboraciones sistemáticas que realizan los niños en busca de una matemática a la medida de su pensamiento y diferente a la matemática formal convencional[5].

Es entonces desde la experiencia reseñada en el campo investigativo y desde nuestro trabajo pedagógico fundamentado en concepciones constructivistas del conocimiento que nos ubicamos en una perspectiva alternativa de intervención pedagógica que busca respetar la lógica y las propias elaboraciones y representaciones de los niños para ayudarlos a desarrollar un pensamiento que les permita apropiarse comprensivamente del sistema decimal de numeración.

---

4 KAMII, Constance. Los efectos perjudiciales de los algoritmos.En: Redescubriendo la Aritmética II. Madrid: Aprendizaje Visor.1993.

5 POVEDA,Mery. *El origen de las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas*.Separata. Interacción Etnica No5. Separata, 1995.

__________,____ y otros. *Reencuentro con la Matemática*. Rev. Educación y Cultura No 40. 1.996

Objetivos

General

Estructurar, aplicar y sistematizar un proceso de intervención pedagógica que busca ayudar a los niños de Primero, Segundo y Tercero del CED Villa Amalia a construír un pensamiento que les permita acceder a comprensiones más elaboradas del sistema decimal de numeración.

Específicos

- Sistematizar el proceso pedagógico y los procesos seguidos por los niños (grupo de estudio) en la apropiación del sistema decimal de numeración a través de un video que sirva como herramienta de formación y análisis para docentes e investigadores.

- Profundizar y ampliar los modelos que actualmente existen sobre el proceso de apropiación del sistema decimal de numeración por parte de los niños.

- Consolidar un grupo de maestros del CED Villa Amalia que investiguen procesos básicos en el aprendizaje de los conceptos matemáticos y que se comprometan con procesos de innovación pedagógica.

Referentes conceptuales

El enfoque investigativo

La experiencia ha mostrado que la influencia que ha tenido la investigación educativa tradicional en las practicas de los maestros, es muy poca o casi nula . Los análisis que se vienen haciendo al respecto indican que el enfoque positivista utilizado en la investigación pedagógica crea barreras entre la teoría y la práctica que no permiten la transformación, debido a la manera como se asume la producción y presentación del conocimiento, a las relaciones de dependencia y subordinación entre investigadores y docentes, a la intencionalidad con que se emprenden los procesos investigativos, entre otros.

Es por ello, que en el proyecto se opta por una manera distinta de generación de conocimiento: La Investigación Acción Participativa. Esta, como enfoque dentro de la Ciencia Crítica, se entiende como un proceso de construcción colectiva del conocimiento que apunta a la transformación del orden social establecido. En este sentido, el conocimiento no se asume como neutral sino que obedece a unos intereses creados por los diferentes actores sociales. Aunque en principio la emancipación es una experiencia individual (nadie puede asumir por otro su libertad), sólo es posible su realización en relación con la emancipación de los demás, dada la naturaleza social del hombre; así, la emancipación está ligada a las ideas de organización y poder político que llevan a la propia determinación de los grupos a forjar concientemente su destino.

Para la IAP, la realidad social es una creación histórica , relativa y contingente y del mismo modo que se construye, se puede transformar; es una realidad inacabada en continuo proceso de renovación y cambio.

Además, la realidad social no está constituída sólo por los hechos observables empíricamente sino que también hacen parte de esa realidad las representaciones subjetivas que los individuos tienen de los mismos. En este sentido se puede afirmar entonces que los fenómenos sociales y educativos existen sobre todo en las mentes de las personas y en la cultura de los grupos que interactúan en la sociedad y no se pueden comprender a menos que se acceda al mundo conceptual de los individuos y a las redes de significados compartidos por los grupos.

Así, la realidad social puede transformarse y para ello hay que comprenderla; pero no es suficiente con tener un saber comprensivo de la realidad para poder determinar lo que es justo y correcto y transformarla; es necesario acceder al poder político, que no resulta sólo del conocimiento técnico y comprensivo, sino de la experiencia de participación en acciones sociales colectivas; es decir, el conocimiento proviene de la reflexión y la acción colectiva organizada.

En el caso particular de las realidades educativas, el conocimiento pedagógico no será útil ni relevante a menos que se incorpore al pensamiento y la acción de los actores involucrados; es más, es sólo a través de la acción informada y reflexiva, que los docentes y los niños alcanzan los diferentes niveles de conceptualización sobre la realidad.

No podemos entonces seguir creyendo que un buen manejo retórico da cuenta de un buen nivel conceptual, ni que el desarrollo de un buen manejo proposicional (desde el punto de vista lingüístico) por sí mismo, garantizan el sentido de toda investigación educativa: la transformación y perfeccionamiento de la practica.

Dentro de la IAP se reconocen diferentes modalidades[6] y en educación ya ha hecho trayectoria el paradigma de Investigación Acción y es desde este paradigma que nos ubicamos.

6 DIMENSION EDUCATIVA. Investigación acción participativa Aportes y desafíos. Bogotá, 1998

Para Stephen Kemmis[7],

La investigación en la acción es una forma de búsqueda autoreflexiva, llevada a cabo por participantes en situaciones sociales (incluyendo las educativas), para perfeccionar la lógica y la equidad de a) las propias prácticas sociales y educativas b)comprensión de esas prácticas y c) las situaciones en que se efectúan esas prácticas.

Dave Ebbut[8] por su parte señala que la investigación acción:

Trata del estudio sistemático de los intentos de mejorar la práctica educativa por grupos de participantes, a través de sus propias acciones prácticas y a través de su propia reflexión sobre los efectos de esas acciones.

---

7 Kemmis Stephen. Action Research. En Husen T and Postlethwaite, T (eds) . Internacional Ency of educaction: Research and studies. Oxford, Pergamn. Citado por Hopkins, David. Investigación en el aula: Guía del profesor. Barcelona: PPU. 1989.

8 Ebbutt, D. Educational action research: some general concerns and specific quibbles. Cambridge Institute of education. Mimeo, 1983. Citado por Hopkins, ibid .

El sistema decimal de numeración

La lógica del sistema

Un sistema de numeración es un conjunto de signos básicos y de reglas que permiten combinarlos para representar de manera simplificada cualquier cantidad de elementos de un conjunto cualquiera.

El sistema de numeración que nosotros actualmente utilizamos es decimal y posicional y los signos básicos sobre los que se sustenta son el 0,1,2,.....9 .

El carácter decimal hace referencia a la manera como se agrupan los elementos de un conjunto para poder dar cuenta de la cantidad: se hacen grupos de diez y cada grupo se toma como una unidad de segundo orden; con las unidades de segundo orden se forman también grupos de diez y estos nuevos grupos se toman como unidades de tercer orden (grupos de diez de diez) y así sucesivamente.

Es de anotar que todo el tiempo se están haciendo grupos de 10, lo que varía es el valor relativo de las unidades que se reúnen y que incluyen unidades del orden inmediatamente anterior. Así, un ciento se forma con diez decenas y no con cien unos aunque como consecuencia de las relaciones y operaciones que yo establezco después, pueda realizar esta última equivalencia.

El carácter posicional hace referencia a la manera como se representa el resultado de el proceso de formación de grupos de diez. La escritura refleja el carácter jerarquizado e incluyentes de este proceso: se escribe primero el número de unidades de mayor orden que se pudo formar y a la derecha y en orden descendente se escriben las unidades que sobraron después de formar todas las unidades de orden inmediatamente superior.

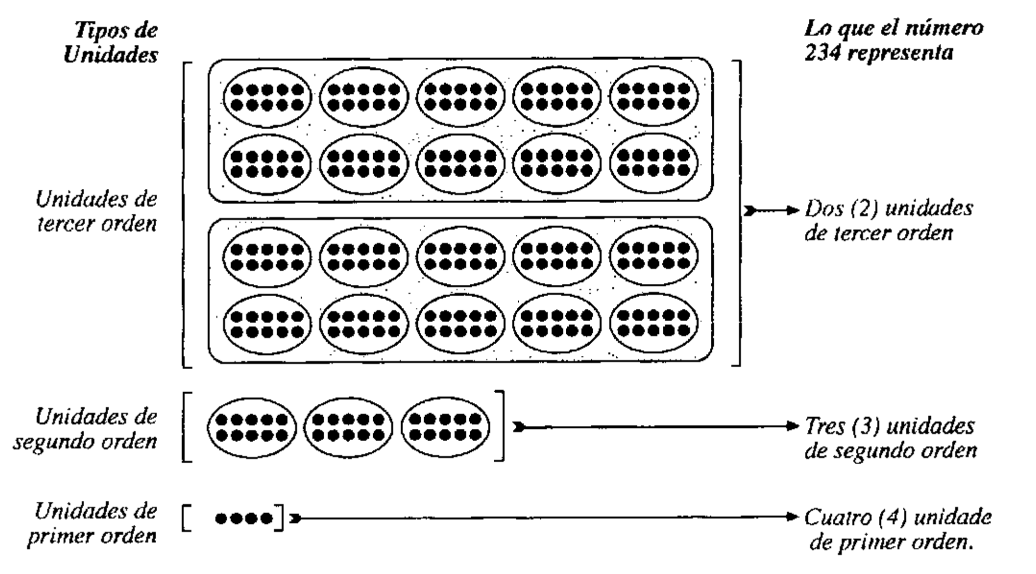


Fig. 1. El número 234 es la representación de 2 unidades de tercer orden, 3 unidades de segundo orden que sobraron al formar las unidades de tercer orden y 4 unidades de primer orden que sobraron al formar las unidades de segundo orden.

Así:

- El número de digitos de un numeral indica el número de tipos de unidades que se pudieron formar: si el numeral tiene tres dígitos indica que se pudieron formar unidades de tres órdenes diferentes. (cientos, dieces y unos)
- La posición de cada dígito indica el tipo de unidades que sobraron después de formar las unidades de orden superior: si el número tiene tres dígitos, el primer dígito a la izquierda indica las unidades de tercer orden (cientos) que se formaron; el segundo dígito indica las unidades de segundo orden (dieces) que sobraron después de formar las de tercer orden; y el tercer dígito representa las unidades de primer orden (unos) que sobraron después de formar las de segundo orden.

Del principio de posicionalidad se deriva el valor relativo de las cifras y del decimal se obtiene la equivalencia entre las unidades de diferente orden. Esto se puede ilustrar a través de un diagrama de árbol como el siguiente:

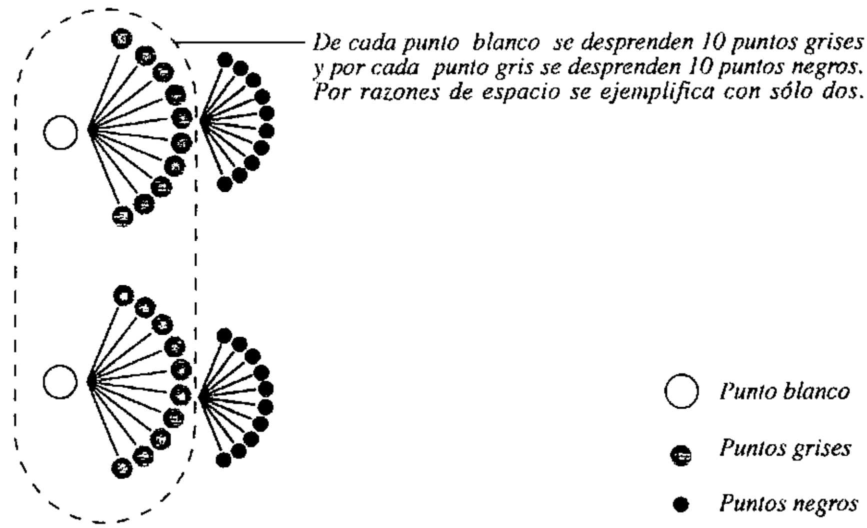


Fig. 2. Diagrama de arbol para esquematizar el valor relatio de las cifras de un numeral.

De acuerdo con Castaño[9], un numeral es una forma abreviada de representar un polinomio:

345=3 x 10 x 10 + 4 x 10 + 5x1
(3 grupos de 10 de 10, más 4 de 10, más 5 de uno)

345$=3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$

De esta manera, una comprensión profunda del S.D.N. exige un pensamiento que permita comprender el proceso condensado en un polinomio como el señalado.

Signos orales y signos escritos

En nuestra sociedad los signos convencionales que utilizamos para referirnos al sistema decimal de numeración son de dos tipos: orales y escritos. Aunque ambos tipos de signos se refieren al S.D.N, realmente son sistemas que tienen lógicas distintas. El oral está basado en una lógica aditiva-multiplicativa y el escrito, en su significado

9 CASTAÑO, Jorge. *El sistema decimal de numeración.* En: Hojas Pedagógicas No.6. Bogotá: MEN Fundación Restrepo Barco, 2000.

profundo, esta basado en una lógica polinomial, de la cual ya hemos hablado.

En el lenguaje oral, las diferentes unidades están representadas por grupos de palabras o palabras compuestas que definen el número de unidades y el orden de ese tipo de unidades: la primera palabra o parte de la palabra define el número de unidades y la segunda parte, el tipo de unidades

En general*, la cantidad de unidades se nombra primero y se define por las palabras correspondientes a los dígitos de uno a nueve: uno, dos, tres... (o prefijos derivados de estas palabras como set- o nov- en setenta y noventa), y el tipo de unidades se nombra después con las palabras o sufijos mil, ciento o -enta según correspondan a unidades de cuarto, tercero o segundo orden respectivamente. Cuando sólo existe una unidad en un orden determinado, sólo se nombra el orden y para las unidades de primer orden no existe sufijo o palabra posterior.

Así:
Cinco mil, son cinco unidades de cuarto orden.
Cuatrocientos, son cuatro unidades de tercer orden
Cincuenta, son cinco unidades de segundo orden
y seis, son seis unidades de primer orden (no tiene una palabra correspondiente al primer orden)

Siendo estrictos, en la codificación oral no se necesitaría la posicionalidad, ésta se da en la correspondencia con el signo escrito, pues existe un orden de enunciación: primero se enuncian las unidades de orden superior y luego, en estricto orden descendente, las unidades de orden inferior que hayan sobrado, pero a diferencia de lo que ocurre en la escritura, si no sobran unidades en un determinado orden no se enuncian, es decir, no se registran oralmente; en otras palabras, el cero, como signo oral del S.D.N. no existe.

* Se exceptúan los números del 11 al 29 y dentro de ellos, los que presentan una mayor irregularidad son los números del 11 al 15, razón por la cual, el análisis desde el punto de vista lógico del S.D.N. por la vía del lenguaje se les hace más difícil a los niños.

Así por ejemplo, mientras el número 3.004 cuenta con 4 dígitos para registrar en la escritura tanto las unidades de cuarto y primer orden como los ceros correspondientes a las unidades de segundo y tercer orden que no sobraron, en el lenguaje oral sólo aparecen registradas las unidades de cuarto orden con las palabras de tres mil y las unidades de primer orden con la palabra cuatro; no existen palabras que den cuenta de las unidades que no sobraron.

Históricamente, la transición de un sistema decimal con palabras indicadoras de la base y sin un símbolo para el cero (sistema hindú) a un sistema posicional con un símbolo para el cero, es un hecho relativamente reciente (Siglo V, D.C), lo que nos muestra que el sistema oral es mucho menos evolucionado que el sistema escrito; asi mismo es comprensible que si el descubrimiento del valor relativo de las cifras le tomó tanto tiempo a la humanidad, a los niños les tome más tiempo del que se cree comúnmente en la escuela.

Son quizá, estas características del S.D.N. en el lenguaje oral, unidas a las relaciones lógicas que los niños empiezan a establecer y al intento de hacer corresponder los dos tipos de codificaciones (oral y escrita), lo que hace que los niños emprendan representaciones alternativas como las que mostramos en el presente estudio.

Por otro lado, el orden en la enunciación de las diferentes unidades parece ser lo que determina el hecho de poder hacer estimaciones (por cuanto se empieza con las unidades de mayor orden) lo que explicaría la tendencia generalizada de los niños y la mayoría de los adultos en la vida cotidiana, a empezar a operar siempre por las unidades de mayor orden, contrario a lo que proponen los algorítmos convencionales.

Las demandas que le hace el sistema al niño

Las investigaciones que han explorado las implicaciones lógicas del sistema decimal de numeración y los niveles de comprensión de dicha lógica por parte de los niños (Kamii, 1993, Castaño, J. y otros,

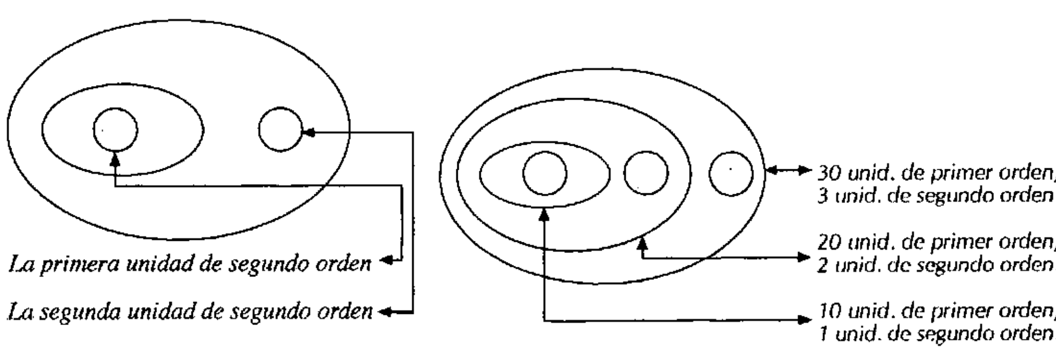
1990) muestran que el proceso de apropiación de las reglas del sistema decimal de numeración es mucho más complejo de lo que se cree comúnmente.

Kamii por ejemplo señala que el concepto de número implica por parte de cada niño la síntesis de dos tipos de relaciones: el orden y la inclusión jerárquica.

Ella reconoce que esta síntesis que el niño ya ha hecho para los números del 0 al 9, tiene que reconstruirla con las unidades de orden superior; así, 20 no es sólo 20 *unos** sino que es el conjunto de dos unidades de segundo orden , que a su vez incluye el conjunto formado por la primera unidad de este orden

30 no es sólo un conjunto de 30 unidades de primer orden, sino un conjunto de 3 elementos que incluye al conjunto formado por las dos unidades anteriores y este a su vez incluye al conjunto formado por la primera unidad de este orden, y así sucesivamente.

De forma semejante sucede con el rango del 100 a 999: debe construir una unidad que por un lado tiene diez decenas y a su vez cada decena tiene diez unidades y coordinar simultáneamente este hecho con las relaciones de orden e inclusión jerárquica de las centenas entre sí.



* A través de todo el documento hablaremos de unos, dieces, cientos y miles , para referirnos a las unidades de primero, segundo, tercero y cuarto orden respectivamente. Esto para simplificar el lenguaje y evitar confusiones entre las diferentes unidades.

Por su parte, Castaño, J. y otros (1990) en el análisis de las demandas lógicas que el sistema le hace al niño, señalan que:

> Parece válido pensar las posibilidades de comprensión del sistema decimal de numeración por parte del niño, a partir de tres esquemas fundamentales: composición y descomposición aditiva de las partes y el todo, la correspondencia múltiple y la composición de la correspondencia múltiple.

El esquema de composición y descomposición aditiva de las partes y el todo sería lo que permitiría coordinar las diferentes partes representadas por los dígitos de un numeral (37= 30 + 7) .El esquema de correspondencia múltiple sería lo que permitiría establecer la equivalencia entre unidades de un orden superior a uno inmediatamente inferior. La composición de la correspondencia múltiple sería necesaria para establecer la equivalencia entre unidades de orden no consecutivo[10].

Así mismo estos autores muestran que los niños le dan a los numerales significados diferentes a los de la lógica formal, que corresponden a las construcciones que van elaborando en su intento por comprender el S.D.N; reconocen una serie de etapas* en la génesis del S.D.N. por parte de los niños, que permiten explicar muchas de las actuaciones y dificultades que vemos en ellos y considerar nuevas posibilidades de intervención en el aula.

---

10 Una mirada detallada de lo que implican estos esquemas desde el punto de vista lógico y desde el desarrollo del pensamiento del niño se puede ver en Castaño, Jorge. Hojas Pedagógicas 1,2,3,4. Bogotá: MEN-Fundación Restrepo Barco, 1997; en Coll, C. Psicología Genética y aprendizajes escolares. Barcelona, Editorial Grao. 1993; en Vergnaud, El niño, las Matemáticas y la realidad. México: Trillas,1991 y en Maza, C. Enseñanza de la suma y de la resta.Madrid: Ed. Síntesis. 1991.

* Estas etapas serán consideradas en detalle en la sección de la propuesta de enseñanza del S.D.N., en el apartado correpondiente a representaciones de los niños.

Enfoque didáctico

La enseñanza del S.D.N. es un aspecto particular a contemplar en una didáctica de la Matemática. Es por ello que antes de abordar esta didáctica en particular es necesario ubicarla dentro de un enfoque pedagógico más global.

La propuesta de intervención se hace desde los planteamientos de la propuesta "Descubro la Matemática" de Jorge Castaño[11], la cual se fundamenta en los postulados constructivistas derivados del estructuralismo genético y que se enuncian a continuación.

Fundamentos pedagógicos

El sujeto es quien construye el conocimiento

Todos los enfoques contemporáneos de la enseñanza y del aprendizaje reconocen el carácter constructivo del conocimiento, que desafía la idea de un sujeto pasivo y vacío que acumula información y a cambio propone un sujeto activo que construye sus propios conocimientos y que por lo tanto no los puede recibir construidos de otros.

Así, todo individuo le confiere significado a la información que recibe de acuerdo con el pensamiento que posea, por lo que no se limita a copiar las explicaciones que otro ofrece sino que él las comprende e interpreta según las posibilidades de su pensamiento.

El conocimiento es el resultado de la interacción sujeto-realidad

El sujeto construye su conocimiento actuando sobre la realidad y lo desarrolla a medida que esa realidad ofrece resistencias a las acciones y transformaciones que pretende ejecutar.

---

11 Castaño, J. La Matemática en Preescolar y Básica Primaria. En Revista Educación y Cultura No 40. 1996.

Así, es a través de los conflictos cognitivos que el sujeto logra ir estructurando su pensamiento a niveles cada vez más complejos; esas re-estructuraciones hacen que el sujeto actúe, reinterprete y comprenda la realidad desde una nueva perspectiva, por lo que redefine nuevos problemas y necesidades; en este sentido, la realidad se transforma a medida que el sujeto cognoscente también va cambiando; en otras palabras, sujeto y realidad son interdependientes.

La construcción de conocimiento es individual pero es posible gracias a la interacción con otros

Dado que es el sujeto quien construye el conocimiento nadie puede aprender por otro y las características particulares de cada individuo determinan sus procesos de construcción de conocimiento.

Sin embargo, la construcción individual solo es posible en la interacción con otros; ellos le permiten a cada individuo descentrarse y tomar perspectivas diferentes desde las cuales crear nuevos problemas y necesidades o buscar nuevas soluciones a problemas ya existentes.

Adicionalmente, si el conocimiento es una construcción social, las actitudes y relaciones que se establecen entre los individuos que participan de dicha construcción son tan importantes como los procesos lógicos involucrados.

Consecuencias para el aula

Adecuar los planes de estudio a las posibilidades del pensamiento de los alumnos.

Si la comprensión de los contenidos escolares está subordinada a las posibilidades del pensamiento de los alumnos, es entonces necesario diseñar planes de estudio que respondan a la síntesis entre lo disciplinario y las posibilidades del pensamiento del alumno. El principio básico que debe regir el diseño de los planes de estudio debe ser el de enseñar un concepto (en un determinado grado escolar) sólo si las demandas lógicas que la comprensión de éste hace al alumno, están en concordancia con las posibilidades lógicas de su pensamiento.

Las experiencias que se ofrezcan a los alumnos para apoyarlo en la comprensión de un sistema conceptual deben tensionar, jalonar su pensamiento, como forma de impulsarlo a niveles superiores de comprensión.

Organización no lineal de los planes de estudio

Al no concebir el pensamiento conformado por sistemas específicos más o menos independientes entre sí, sino como un sistema total (conformado por sistemas que tienden a coordinarse, articularse y hasta integrarse), es necesario trabajar simultáneamente en diferentes sistemas conceptuales, de tal forma que las elaboraciones logradas por el alumno en un sistema, reporte progresos en los otros.

Enfrentar los alumnos a múltiples y variadas experiencias

Como se reconoce que: a) los conceptos[12] son sistemas, cada vez más estructurados de conceptos, b) los conceptos se construyen a partir de la reflexión que el sujeto hace sobre las acciones y del resultado de éstas y c) todo concepto es una generalización y ésta sólo se produce a partir de multiplicidad de singularidades, se hace necesario entonces que los alumnos se enfrenten a múltiples y variadas experiencias que lo ayuden a establecer relaciones entre ellas, de tal forma que vaya tejiendo una red de conexiones cada vez más tupida.

Hacer del aula un ambiente para la búsqueda colectiva

Es necesario generar otras formas de organización en el aula que promuevan un ambiente para la confrontación de puntos de vista y ello sólo es posible a través de un clima de trabajo basado en el respeto, la tolerancia y el reconocimiento de la diferencia.

Entender la evaluación como comprensión de un proceso

La evaluación debe dar cuenta, no sólo, del rendimiento de los alumnos sino también de proceso pedagógico mismo. Por lo tanto

12 Dentro del presente marco se entiende el concepto como instrumento intelectual; es decir como capacidad para comprender y actuar y no como definición del mismo que es como generalmente se asume en el ámbito educativo.

la evaluación debe estar orientada a:

- Comprender el desarrollo de los procesos cognitivos comprometidos en la construcción del conocimiento matemático y dar cuenta de los logros que los alumnos van alcanzando en ese proceso.
- Comprender los procesos de interacción que se van dando en el aula de clase, tanto desde las posibilidades que va ganando el pensamiento de los alumnos para argumentar sus ideas y comunicarlas, como desde la posibilidad de comprender las de otros y debatirlas, así como también desde la manera de asumir los conflictos y afectaciones mutuas que se producen en toda acción comunicativa.
- Releer en forma crítica las concepciones que soportan las prácticas pedagógicas para construir un pensamiento pedagógico con mayor soporte conceptual, que permita su transformación y enriquecimiento permanente.

Reconocer que el lenguaje es organizador del pensamiento y que a la vez es organizado por este

Si bien se reconoce que en la discusión teórica, aún se está lejos de aclarar la relación entre lenguaje y pensamiento, para el caso del desarrollo de un pensamiento matemático, se admiten las relaciones que se han establecido desde el estructuralismo genético, en términos de la subordinación del lenguaje a la capacidad operatoria del sujeto.

En consecuencia se debe hacer del proceso pedagógico un verdadero espacio de comunicación, en el que haya lugar a la constante negociación de significados y sentidos.

En importante entonces que las representaciones y procedimientos propios que responden al nivel de desarrollo del pensamiento de los niños, se conviertan en el instrumento de representación y de comunicación por excelencia en el aula; a través de ellos se debe dar el ejercicio, cada vez más exigente, de la argumentación y la contra-argumentación que permitan la movilización de procesos de organización del pensamiento.

Metodología de la investigación

Enfoque investigativo

La investigación se desarrolló dentro del enfoque de investigación-acción .

El proceso de autoreflexión se realizó a través de ciclos sucesivos de reflexión, conceptualización, diseño, planificación, acción, evaluación y sistematización.

Las condiciones de tiempo, experiencia y niveles de conceptualización (en relación con la investigación y con la didáctica de la Matemática) de los participantes, llevó a que la dinámica de la investigación se desarrollara a través de tres niveles de reflexión fundamentales:

- Un primer nivel dado en el equipo conformado por los asesores, dos asistentes de investigación y la investigadora principal. Aquí se dieron los máximos niveles de exigencia y rigurosidad conceptual. Este equipo se reunió la mayoría de las veces fuera de la institución y en la jornada contraria, por cuando las condiciones de tiempo y espacio de la escuela no permitieron hacerlo allí. El hecho de que las reuniones de este equipo se dieran en la jornada contraria impidió que las otras dos docentes que participaron en la investigación se configuraran como co-investigadoras

  Las asistentes de investigación fueron dos docentes que han venido trabajando algunos de los planteamientos de la propuesta "Descubro la Matemática" bajo la y asesoría de Jorge Castaño; la sociedad Saberes y Escuela ofreció los servicios de dichas asistentes dadas las limitaciones operativas con que se contaba para la investigación. Una dificultad que se tuvo con las asistentes fue el hecho de que no podían estar en la misma jornada en la que estudiaban los niños de la institución.
- Un segundo nivel realizado por el equipo dé docentes (al cual pertenece la investigadora principal) cuyo eje principal fue la

reflexión sobre el trabajo directo en el aula.

La mayoría de las reuniones sólo pudieron ser posibles entre la investigadora principal y cada una de las otras docentes por separado, por dos razones principalmente: el apoyo en el aula por parte de la institución sólo se le brindó a la docente investigadora principal y dentro de la jornada fue muy complicado sacar los espacios por cuanto los docentes debían atender todo el tiempo a los niños a su cargo; adicionalmente sólo la investigadora principal tuvo tiempo disponible fuera de la jornada de trabajo.

- Un tercer nivel realizado por cada docente en el momento de la interacción con sus alumnos en la realización de las diferentes estrategias de intervención.

Unidad de Análisis

La investigación se desarrolló sobre dos grupos de análisis:

- Unidad de profundización: se hizo un seguimiento detallado a 17 alumnos de los cursos primero, segundo y tercero de diferentes niveles de comprensión del Sistema Decimal de Numeración en relación con el grado que cursan: 2 de nivel bajo, 2 de nivel medio y 2 de nivel alto de cada curso. Este seguimiento se hizo a través de entrevistas clínicas realizadas por las asistentes de investigación y la investigadora principal.
- Unidad de participación: la propuesta de intervención se realizó con la participación de 40 alumnos de Primero, 40 alumnos de Segundo y 35 alumnos de Tercero.

Diseño Metodológico

Construcción de un Marco Teórico Inicial

Para poder hacernos a una panorámica general del estado de la didáctica en relación con el sistema decimal de numeración se abordaron los estudios de Castaño,J (1.990,1996,1997), Poveda, M (1996 a,b), Mesa, Orlando (1997), Ortiz Marina(1.999), Lerner Delia(1995,1998), Mariño Germán (199?), Kamii Constance (1.981, 1988, 1994), Vergnaut (1991) y las compilaciones realizadas por Dickson (1991) y Resnick (1998).

De la discusión y análisis de los textos se identificaron las tendencias actuales en relación con los temas mencionados y se analizaron alrededor de tres ejes:

- Estudios que tenían en cuenta el desarrollo del pensamiento del niño en relación con el S.D.N y las lecto-escrituras que hacen los niños de los numerales.
- Estudios que tenían en cuenta la lógica formal del actual sistema decimal de numeración.
- Estudios que exploran la lógica de otros sistemas de numeración, algunos presentes en la vida cotidiana.

Diagnóstico

Con base en la conceptualización lograda con el Marco teórico inicial, se realizó el diseño de una primera versión de entrevistas y pruebas de diagnóstico. Así mismo se realizaron réplicas de algunas entrevistas clínicas de algunas investigaciones para lograr una mejor apropiación de la metodología de las entrevistas y del marco conceptual en relación con el S:D:N.

Luego, se realizaron entrevistas y pruebas piloto con algunos niños y posteriormente, se aplicaron los instrumentos a un prospecto de grupo de profundización.

Con base en las entrevistas y aplicación de instrumentos se definió el grupo de seguimiento y profundización y la estructura final del instrumento de diagnóstico (Ver Anexos 1, 2, 3 y 4). Aunque dicho instrumento quedó diseñado para una aplicación grupal escrita (por cuanto estamos interesados también en la creación de materiales que puedan ser utilizados por otros docentes en el aula), para el diagnóstico se utilizó en forma de entrevista clínica.

En el instrumento de diagnóstico se buscó hacer una exploración sobre los diferentes niveles de comprensión del S.D.N. en relación con:

- Los aspectos convencionales del sistema (Escritura, lectura, conteo y sucesiones numéricas de 1 en 1, de 10 en 10 o de 100 en 100)
- Los círculos numéricos: cantidades del 10 al 50, para los niños de primero; del 10 al 100 para los niños de segundo y del 100 al 1000 para los niños de tercero
- Representaciones en diferentes niveles de complejidad: dibujos o gráficos, cantidades presentadas como cientos, dieces y unos por separado, numerales separados aditivamente según los dígitos que conforman el numeral convencional(por ej. 235 es 200+30+5), numerales convencionales de dos y tres cifras.
- Composiciones y descomposiciones simples y compuestas entre unidades de diferente orden.
- Realización de operaciones que implican reunión y separación de cantidades.

El análisis del diagnóstico contempló:

- Análisis individuales sobre cada niño buscando caracterizar las comprensiones de cada uno sobre el sistema decimal de numeración pero también para mirar la coherencia interna del instrumento elaborado y del marco conceptual.
- Análisis transversales sobre los diferentes niños de cada curso y de los diferentes grados, con relación a cada uno de los aspectos contemplados en la entrevista.
- Análisis longitudinales a través de los diferentes niveles (alto, medio y bajo) dentro de cada grado y entre los diferentes grados (primero, segundo y tercero).

Aunque inicialmente se tuvo la pretensión de aplicar una prueba masiva de diagnóstico, las condiciones administrativas y de tiempo lo impidieron. Sin embargo, el instrumento diseñado como prueba escrita sirvió para aplicarlo al finalizar el año escolar (con algunas modificaciones) en los cursos primero y tercero para ver los niveles de comprensión logrados por los niños.

Todo el proceso del diagnóstico se terminó en el mes de Julio, a mitad del año escolar, debido a las limitaciones de tiempo efectivo dedicado a la investigación y a los problemas familiares que se le presentaron a la investigadora principal.

Diseño, aplicación y evaluación de estrategias de intervención pedagógica

Todo el proceso de realización del diagnóstico, la revisión bibliográfica, así como la experiencia acumulada dentro del proyecto Reencuentro con la Matemática y el avance paulatino en el proceso, permitió configurar algunos criterios a tener en cuenta para la intervención:

- Vivencia de múltiples y variadas experiencias significativas con diferente nivel de estructuración: abiertas, con un nivel mínimo de estructuración como los juegos de imitación alrededor de experiencias de compraventa; juegos estructurados alrededor de una necesidad lógica y de un sistema concreto de base decimal (Ver apartado de juegos) y ejercicios de reflexión y sistematización estructurados y dirigidos por el docente
- Disposición de sistemas decimales concretos de acuerdo con el nivel de desarrollo de los niños
- Utilización de representaciones y procedimientos propios en la resolución de problemas y acordes al nivel de pensamiento de los niños.
- Interacción con cantidades codificadas en el sistema decimal convencional

El diseño de las estrategias estuvo a cargo del grupo asesor, los asistentes de investigación y la investigadora principal.

La aplicación estuvo a cargo de las docentes participantes.

La evaluación de las estrategias se hizo a dos niveles: un primer nivel a cargo de los docentes participantes y un segundo nivel a cargo del grupo investigador.

Sistematización de la propuesta de intervención.

El proceso de sistematización fue un proceso continuo que se fue manifestando a través de productos parciales.

El primer producto que se tuvo fue el del instrumento de diagnóstico. En él se evidenció una primera síntesis de las diferentes variables que se hacen presentes a la hora de dar cuenta de los niveles de comprensión del S.D.N.

Un segundo producto fue el primer informe de avance presentado al IDEP. En él se presenta una primera aproximación al proceso de investigación.

Un tercer producto fue el diagnóstico de los diferentes niveles del grupo de seguimiento. En él se hizo una síntesis de los niveles de comprensión que presentan los niños al terminar la primera mitad del año escolar.

Un cuarto producto fue el folleto de divulgación de la experiencia que se realizó con motivo de la presentación de la experiencia en el VII encuentro de EXPOCIENCIA-EXPOTECNOLOGIA realizado en Bogotá. En él se hace una primera síntesis de la propuesta pedagógica.

Un quinto producto es el video de sistematización de toda la propuesta de intervención pedagógica en el aula.

Un Sexto producto es el informe final de la investigación.

Un séptimo producto es la publicación "Matemática a la medida de los niños, el sistema decimal de numeración" que recoge la propuesta de intervención en el aula.

Instrumentos

Entrevistas clínicas

El seguimiento al grupo de profundización se hizo principalmente a través de éste instrumento. La información se registró a través de filmaciones y protocolos escritos.

Filmaciones

Se realizaron filmaciones de entrevistas, de intervenciones de los niños dentro de las estrategias planteadas y de estrategias desarrolladas dentro del aula. Las filmaciones se hicieron con un carácter documental debido a que uno de los objetivos de la investigación era la de sistematizar la propuesta a través de un video y de esta manera contar con un instrumento audiovisual de formación y reflexión perdagógica para otros docentes e investigadores.

Observación participante

Cada profesor estuvo atento al desarrollo de las diferentes actividades, a la manera como los niños las asumían, y a las formas particulares como los niños resolvían las diferentes situaciones, que con relación al sistema convencional o los sistemas concretos, se les iban presentando.

Además de las observaciones del profesor, en algunas ocasiones se contó con otro observador dentro del aula para recoger información desde otro punto de vista.

Registros de los niño

El seguimiento a los registros de los niños permitió hacer seguimiento de manera constante a sus niveles de representación y de pensamiento con relación al sistema decimal de numeración.

2

PROPUESTA DIDACTICA PARA LA ENSEÑANZA DEL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACION

La propuesta de intervención es una concreción de los tres campos de análisis que se han desarrollado a lo largo de este documento: análisis de la lógica del S.D.N. y de las demandas que su compresión hace a los niños, del estudio de la génesis que siguen los niños en su apropiación y del enfoque didáctico donde nos ubicamos.

En general se enmarca en el reconocimiento de que el alumno debe vivir múltiples y variadas experiencias significativas con diferente nivel de estructuración en relación con el S.D.N, para que desde allí pueda ejecutar las acciones físicas y mentales necesarias para establecer las relaciones lógicas implicadas; la reflexión sobre las acciones y sus resultados le permiten al niño formular hipótesis, confrontarlas y avanzar en el nivel de estructuración de su pensamiento con relación a éste concepto.

Las experiencias se desarrollan sobre tres criterios que nos parecen fundamentales para ayudar a los niños a comprender el S.D.N:

- El uso de diferentes sistemas concretos de base decimal , de acuerdo con el nivel de conceptualización logrado hasta el momento.
- La utilización de representaciones y procedimientos propios y acordes al nivel de pensamiento, para resolver problemas y reflexionar sobre las experiencias vividas.
- La interacción con cantidades codificadas en el sistema decimal convencional.

A continuación desarrollaremos detalladamente cada uno de ellos.

Sistemas concretos de base decimal sobre los cuales pueden operar los niños

Uno de los primeros niveles de significado decimal dado por los niños a los numerales es el aditivo, por su relación con el lenguaje oral (más adelante se desarrolla este concepto). Sin embargo, antes de acceder a dicho significado, los niños pueden operar con sistemas decimales concretos y sus representaciones.

A través de nuestra práctica hemos visto que algunos niños a pesar de leer los números y descomponerlos aditivamente (345=300+40+5), no pueden operar con ellos. Ante una pregunta como ¿Cuánto es 40 más 30?, algunos niños no pueden responder; sin embargo si les ofrecemos estas mismas cantidades descompuestas en dieces, acuden a la sucesión numérica en los dieces y dan cuenta de la adición.

Algunos otros traducen las cantidades a unidades concretas en los dedos, en puntos o en golpecitos y de esta manera resuelven la pregunta aditiva. Veamos por ejemplo la intervención de Andrea:

30 **40** **8**

E(Encuestador): El Miércoles, la niña pegó 30 láminas en una hoja, 40 en otra y 8 en otra. Cuántas láminas pegó por todas en el album ese día? (le señala con el dedo las cantidades escritas a medida que las va nombrando)

N(Niño): 30, 31, 32, 33, 34 (A partir de 30, cuenta con los dedos de 1 en 1 mirando los 40) y 8...(cuenta de 1 en 1 con los dedos) 42.

E: Cuántas Láminas hay aquí? (en los 40)

N: 40

E: Y por todo?

N: (En una mano levanta 3 dedos y en la otra 4 dedos. Luego cuenta sobre los dedos de 10 en 10 empezando por 30) 30,40,50,60,70, y 8 (señalando el 8), 78.

Estas manifestaciones de los niños nos sugieren entonces que antes de poder operar con el sistema decimal convencional, los niños pueden operar con sistemas concretos (en este caso los dedos y los golpecitos) también de base decimal, que les facilita establecer relaciones y hacer el conteo sobre las sucesiones numéricas de 1 en 1, de 10 en 10 o de 100 en 100.

Los sistemas decimales concretos son entonces aquellos sistemas, también con una base decimal, en los que el niño utiliza objetos o representaciones icónicas para representar unidades de diferente orden. Estos sistemas le permiten al niño el conteo apoyados en la sucesión numérica y la comparación uno a uno de los diferentes tipos de unidades cuando necesitan operar y establecer relaciones entre cantidades.

Cuando los niños están en el proceso de construír las diferentes relaciones implicadas en el S.D.N., coordinar las diferentes informaciones les queda muy difícil por cuanto la herramienta intelectual que poseen en ese momento no les permite hacerlo; es por ello que al brindarles un sistema concreto (que por la simple percepción les da información adicional sobre la diferencia entre una unidad y otra), de alguna manera les estamos brindando como una especie de memoria o conciencia externa adicional a la que le permite en ese momento su estructura mental.

Es por esta razón que al comienzo, los sistemas concretos que se les ofrecen brindan mucha información visual inmediata y a medida que los niños van avanzando y haciendo más compleja su forma de pensar, la información visual va disminuyendo para dar paso a las relaciones que el niño establece reflexivamente .

Teniendo en cuenta este criterio, los sistemas concretos de base decimal utilizados en la experiencia en el aula son de tres niveles de complejidad diferente:

Sistemas con unidades definidas por características extensivas

Estos son sistemas que utilizan unidades de diferente orden, pero cada unidad de orden superior tiene una característica extensiva 10 veces mayor que la unidad de orden inferior.

La característica puede ser discreta o continua.

Sistema definidos por una característica extensiva de carácter discreto

Este es un sistema cuya unidad de orden superior está definida por agrupaciones de 10 de un mismo tipo de unidades. En el lenguaje de los niños las unidades de segundo orden serían "los grupos de 10" y las unidades de primer orden serían "las sueltas".

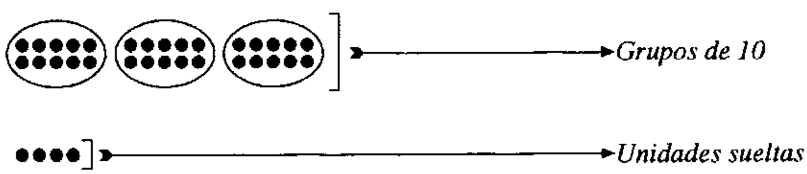


Fig 4. Sistema concreto de grupos de 10 y sueltas

La facilidad que le ofrece este tipo de sistema a los niños radica en la posibilidad de acceder directamente a las unidades que están dentro de la unidad de orden superior, cuando necesita operar con las cantidades; así, si tiene dos grupos de 10 fichas y 4 sueltas, puede entregar 7 fichas sin ningún problema y contar luego las fichas que le quedan.

En estos sistemas están todos aquellos juegos en los que los niños ganan objetos y para contarlos, compararlos u operar con ellos los agrupan de 10 en 10. (Ver juegos y formas de intervención).

Sistemas de este tipo se ofrecen a aquellos niños que hasta ahora empiezan su acercamiento al S.D.N, circunstancia que aunque está relacionada con el grado que el niño cursa, depende fundamentalmente del nivel de conceptualización en que se encuentre. En la investigación que realizamos, por ejemplo, encontramos que podían operar sólo con este tipo de sistemas concretos, algunos niños de Preescolar al terminar el año escolar, la mayoría de niños de primero a mediados del año escolar, algunos niños al iniciar el segundo y excepcionalmente un niño al inicio del curso tercero.

Sistemas definidos por una característica extensiva pero continua

Estos son sistemas que utilizan unidades de diferente orden, pero cada unidad de orden superior tiene una característica continua 10 veces mayor que la unidad de orden inferior. Por ejemplo, en el juego de mallas, tiras y cuadros (ver gráfica), la característica continua es el área: las unidades de primer orden las constituyen cuadrados de cartulina; las unidades de segundo orden son tiras de cartulina en la que caben 10 cuadrados de la unidad de primer orden y la

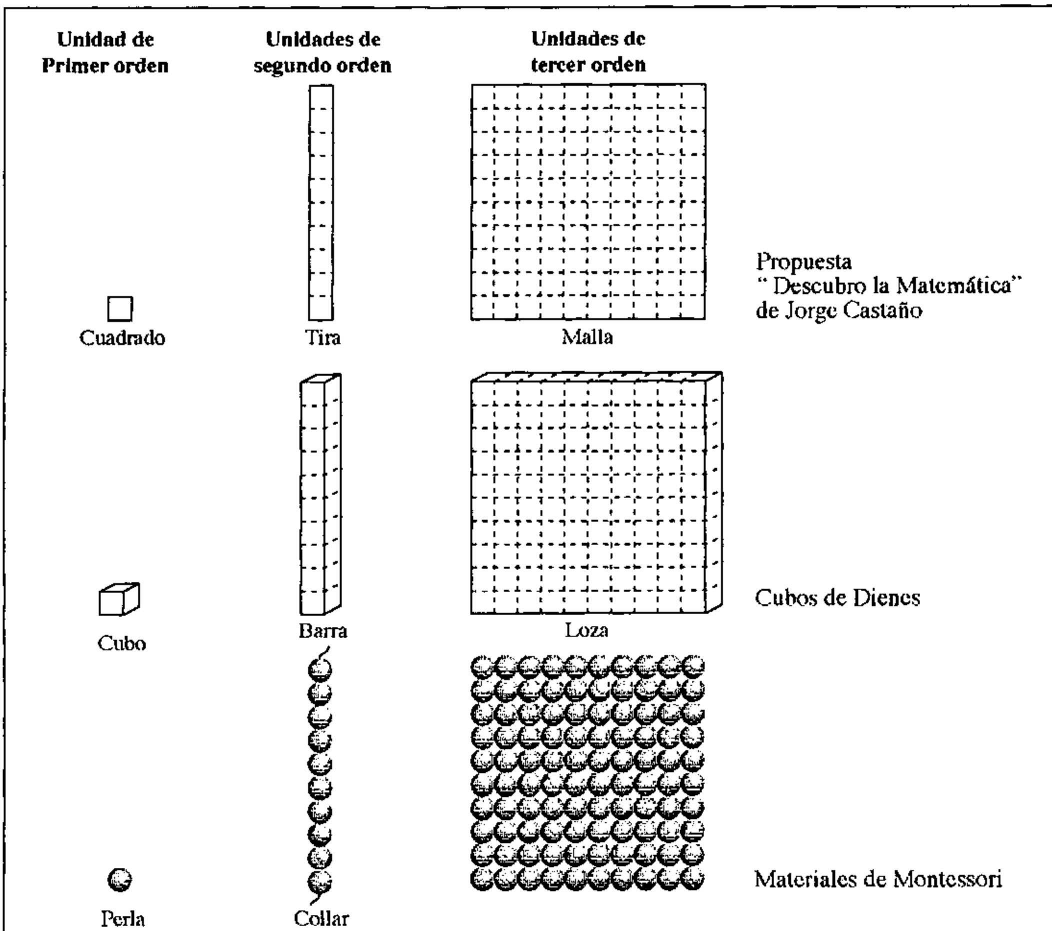


Fig. 5. Sistemas concretos de unidades de diferente orden cuyo valor relativo está dado por una característica extensiva.

unidad de tercer orden está constituída por cuadrados de cartulina en los que caben 10 tiras (unidades de segundo orden).

El nivel de dificultad que ofrece este tipo de sistema con relación al anterior está en que aquí el niño no puede disponer directamente de cada una de las unidades que hacen parte de las unidades superiores, por lo que debe realizar cambios entre unidades para poder operar; así, si tiene 2 tiras y 3 cuadros y necesita entregar 5 cuadros, no puede romper la tira para sacar los cuadros sino que debe cambiar una tira por los 10 cuadros y luego sí entregar los 5 cuadros.

En este sistema están todos los juegos de tiras, cuadros y mallas en sus diferentes versiones (Ver juegos y formas de intervención). Los bloques de Dienes y los collares y tapetes de Montessori[13] podrían ubicarse dentro de esta categoría.

Durante la investigación, estos sistemas fueron utilizados en el curso primero con dos unidades: cuadros y tiras; en el curso segundo y con algunos niños de nivel bajo con el curso tercero, se utilizaron con tres unidades: cuadros, tiras y mallas.

Sistemas con unidades definidas por una característica no extensiva

En estos sistemas cada unidad de orden superior está representada por diferentes objetos que se diferencian por una característica fácilmente perceptible pero que no tiene que ver con la relación entre tamaños; cada unidad de orden superior es diferente a la anterior por el color o la forma, por ejemplo.

La dificultad que presenta este sistema con relación al anterior está en que no puede establecer relaciones de tamaño entre unidades para predecir su valor relativo; éste lo debe asumir a través de relaciones de equivalencia previamente establecidas.

13 RESNICK,L y FORD, W. La enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Madrid: Paidos y Ministerio de Educación y ciencia. 1998.

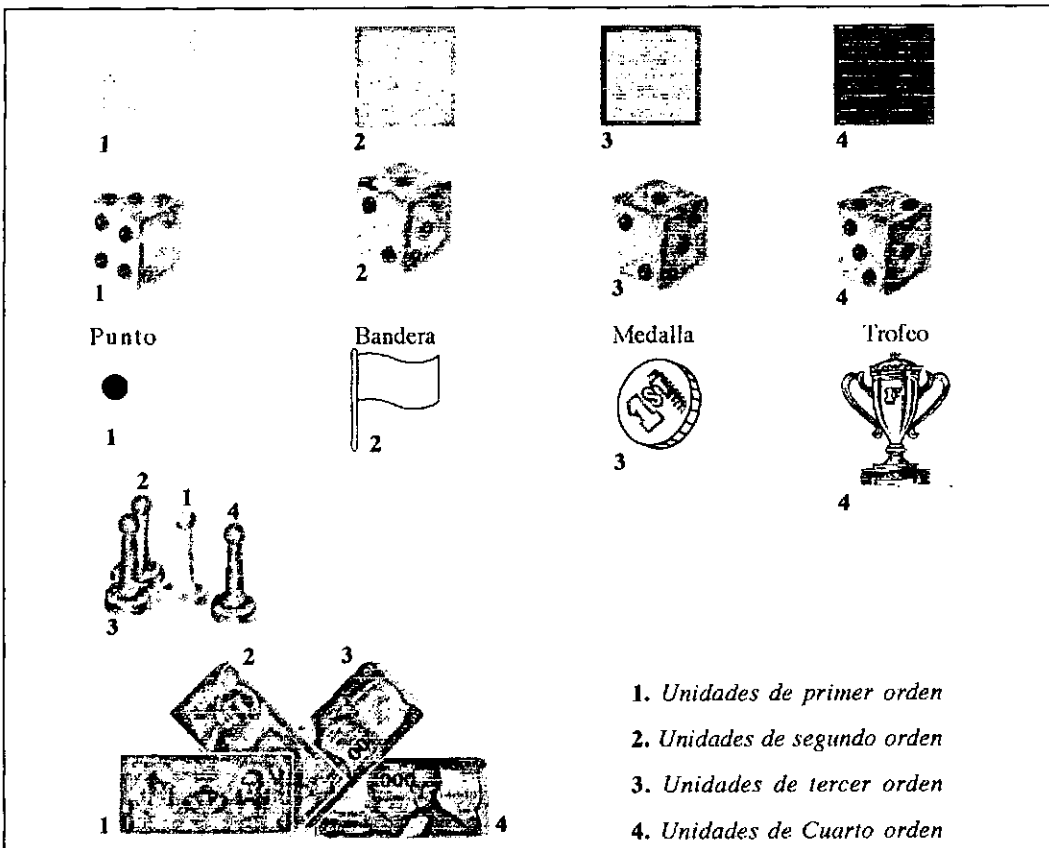


Fig. 6. Diferentes sistemas con unidades de diferente orden cuyo valor relativo está dado por una característica perceptiva pero no extensiva: el color, en las fichas; los numerales, en los billetes; la forma, en los íconos.

En este sistema están los billetes, los materiales que utilizan colores para asignar valores relativos (fichas y dados rojos, amarillas y blancos por ejemplo) o formas diferentes (una bandera vale 10 puntos, una medalla vale 100 y una copa equivale a 100 pontos, por ejemplo.)

Los billetes, a diferencia de los otros materiales tienen un ingrediente adicional de sentido y significado por cuanto hace parte de la realidad con la que conviven los niños y por ello en este sistema se pueden lograr avances rápidos; sin embargo, el contacto con otro tipo de materiales más descontextualizados es lo que le va a permitir a los niños llegar a mayores niveles de generalización.

Durante la investigación, en el curso primero, en los tres últimos meses del año escolar se empezaron a utilizar estos sistemas con dos unidades: las que representaban los dieces y las que representaban unos; en el curso segundo se empezó el año con sistemas con dos unidades de diferente orden (dieces y unos), luego con tres unidades (cientos, dieces y unos) y luego con cuatro (miles, cientos, dieces y unos); en el curso tercero se utilizaron sistemas de tres y cuatro unidades de diferente orden.

Adicionalmente, dependiendo la complejidad de la tarea que debían enfrentar, se utilizaba un sistema de mayor o menor complejidad.

Sistemas con unidades definidas por la posición

En estos sistemas todas las unidades tienen la misma forma, tamaño y color y el valor relativo de cada unidad de orden superior está dado por la posición en que se ubiquen.

En estos sistemas están todas las variedades de ábaco: unidades que se ensartan en varillas o cuerdas y de acuerdo a la posición de estas se determina el valor; unidades que se ubican en compartimentos o cajas y dependiendo de la posición del compartimento se determina el valor, etc.

Tal como podemos ver, el ábaco aunque parece un sistema concreto muy simple, exige un nivel de elaboración conceptual bastante avanzado en relación con el nivel de comprensión que manejan los niños en los primeros cursos. No queremos decir con esto que los niños no lleguen a manejar la regla según la cual, cuando se tienen diez unidades en una posición se deben cambiar por una unidad de la posición siguiente; lo que les queda difícil es dar cuenta de las diferentes relaciones de inclusión jerárquica entre las diferentes unidades y coordinar simultáneamente las diferentes unidades para resolver situaciones que impliquen el manejo comprensivo del S.D.N.

Fig. 7. Diferentes clases de ábaco: Las unidades son iguales en tamaño, color y forma, el valor relativo de cada unidad de ellas está dado por la posición.

Las interpretaciones y representaciones de los niños en el proceso de apropiación del sistema decimal de numeración

Ya hemos señalado cómo el carácter posicional de nuestro sistema resulta de la representación del resultado del proceso de hacer grupos sucesivos e incluyentes de 10 unidades de diferente orden. Por otro lado, hemos reseñado las investigaciones que muestran que los niños dan interpretaciones propias a las representaciones convencionales de las cantidades.

Es por ello que dentro del proceso de apropiación del S.D.N. las representaciones promovidas en los niños dentro del aula son de dos tipos: las representaciones referidas a los sistemas concretos y las referidas al sistema abstracto del número y de la numeración.

Ambos tipos de representaciones están presentes desde el comienzo por cuanto el niño tiene acceso, tanto a la interacción con cantidades codificadas según el sistema convencional de numeración, como a los sistemas concretos de base decimal.

Representaciones referidas a los sistemas concretos

Las representaciones referidas a los sistemas concretos se van presentando en diferentes niveles de complejidad.

Representaciones icónicas:

Conservan la configuración general de las unidades concretas utilizadas y evocan las acciones realizadas.

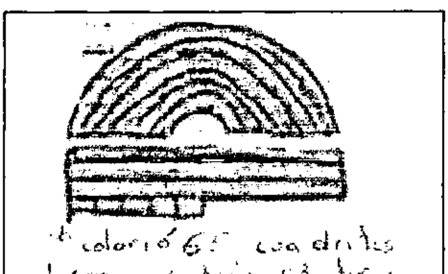


Fig. 8. Representación icónica del sistema concreto cuadros, tiras y colores de arco iris, utilizado en el juego "Arco iris matemático"

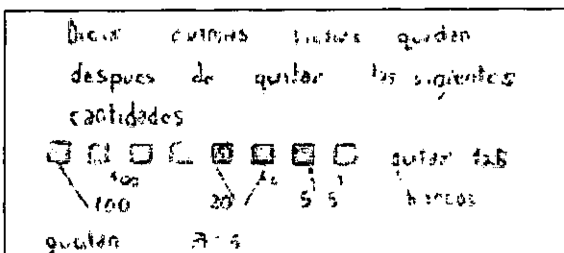


Fig. 9. Representación icónica del sistema concreto de fichas blancas □, rojas ◘ (valen por 10 blancas) y azules □ (valen por 100 blancas), utilizado en el juego "Todo No"

Representaciones a través del lenguaje articulado:

Usan el lenguaje natural para referirse a las diferentes unidades.

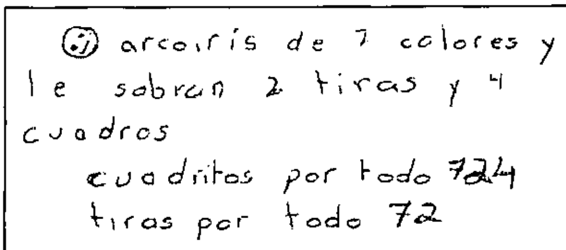


Fig. 10. Representación en lenguaje articulado del sistema de cuadros, tiras y colores del arco iris.

Representaciones con símbolos numéricos y convenciones:

Utilizan los símbolos numéricos y una convención para referirse a las diferentes unidades.

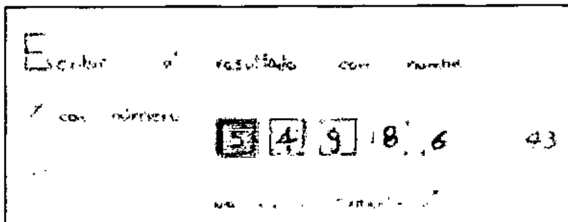


Fig. 11. Representación simbólica de fichas blancas, rojas (valen por blancas) y azules (valen por 100 blancas).

Representaciones referidas al sistema abstracto del número y la numeración

La necesidad de simplificación en la representación y la interacción con el sistema decimal convencional va llevando a los niños a utilizar sistemas de representación abstractos. En estos sistemas los niños utilizan los signos convencionales pero con un significado diferente de acuerdo con el nivel de comprensión alcanzado.

Las representaciones que usan los niños reflejan el mayor o menor nivel de consolidación conceptual en relación con el S.D.N.; el proceso en el concepto de base estaría dado por la manera como agrupan las cantidades para contar y operar con ellas y el de posicionalidad por la forma como se representa el proceso del agrupamiento.

Es de anotar además, que adicionalmente las representaciones varían en relación con el círculo numérico en el que se trabaja y de acuerdo con la presentación, el contenido y la complejidad lógica de la tarea involucrada (más adelante ilustraremos mejor este aspecto).

Los niveles encontrados se corresponden con la clasificación hecha por Castaño y otros (1990)[11] respecto a los significados asignados por los niños a los numerales; es por ello que utilizaremos la misma clasificación aunque con la identificación de algunos subniveles.

Representación global del numeral o etapa cero

Las representaciones más elementales que se encuentran son aquellas que traducen los numerales a unidades de primer orden. Para éstos niños cada número indica un grupo de unos. No se reconoce ningún valor relativo de los números.

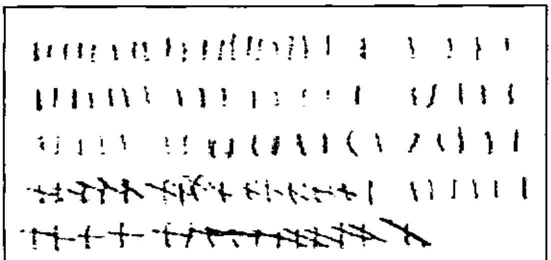


Fig. 12. Representación global del numeral. Calos S. debía decir cuánto le sobraba si con un billete de 100 pagaba $29. Para él, el 100 no indica ni 10 unidades de 10, ni una unidad de 100, sino 100 unos.

En un número como **35** se reconocen 35 unidades de primer orden (unos), **y no** 3 unidades de 10 y 5 ***unos***

Representación aditiva

En este nivel de complejidad se encuentran aquellas representaciones que descomponen las cantidades en grupos de mil, de cien, de diez y de uno, (todo traducido a unos), de acuerdo con las cifras de la cantidad que deseen representar. Los niños le asignan a cada cifra un valor en unidades de primer orden (unos) de acuerdo con el lugar que ocupe en el numeral.

En éste nivel se encuentran con frecuencia tres formas diferentes de representación que reflejan tres grados diferentes de acercamiento a este sistema:

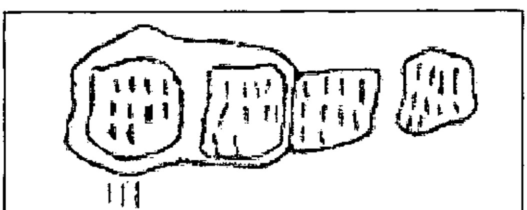


Fig. 13. Representación aditiva elemental. Para decir cuántos muñecos le quedaron de 43 después de vender 20, Natalia contó de 1 en 1 pero iba encerrando cuando completaba 10, para controlar las cuentas.

- Una primera forma muy incipiente en el que las cantidades se representan de una en una pero agrupadas de 10 en 10.

---

11 CASTAÑO, J. y otros. Un marco para la comprensión del Sistema decimal de numeración. Bogotá. Pontificia Universidad Javeriana. DIE-CEP.1990.

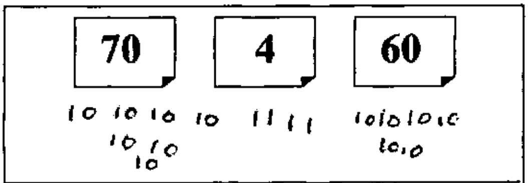


Fig. 14. Representación aditiva elemental. Para poder hacer la cuenta, Paola J. descompone las cantidades en dieces

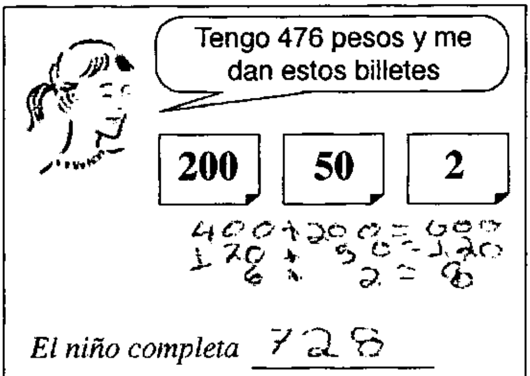


Fig. 15. Representación aditiva consolidada. Ana G. descompone aditivamente las cantidades de acuerdo con las cifras que conforman el numeral.

Esta forma de representación la encontramos en los niños de primero.

- Una segunda forma, elemental todavía, en la que las cantidades se separan en el número de cientos, dieces y unos de acuerdo con las cifras convencionales de la cantidad que desean representar.
- Una tercera forma mucho más consolidada en la que las cantidades se separan aditivamente de acuerdo con las cifras convencionales de la cantidad.

Representación aditivo-multiplicativa

Aquí se ubican las representaciones que trabajan los cientos los dieces y los unos como unidades de diferente orden pero siguen siendo unidades conformadas por unos y no por unidades de orden inferior. Cada numeral se interpreta como una composición de unidades de diferente orden (miles, cientos, dieces y unos) pero cada unidad compuesta de unos.

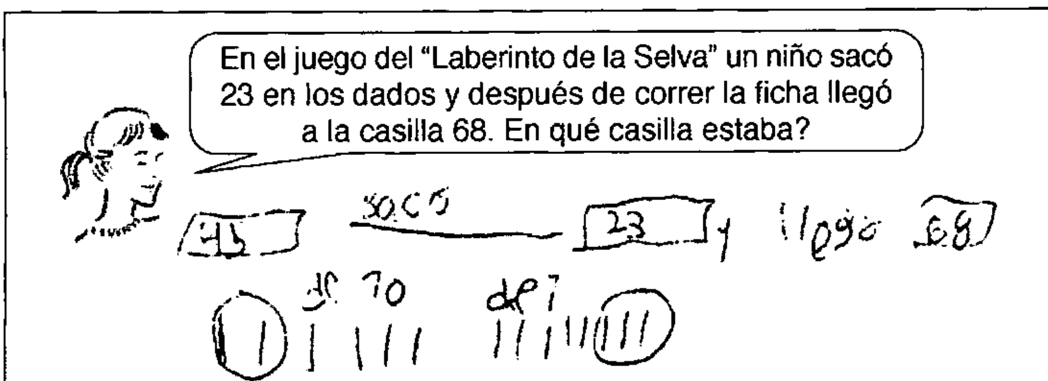


Fig. 16. Nivel aditivo multiplicativo elemental. Cesar F. para averiguar en qué casilla estaba el niño operó con unidades de 10 y de 1 y nó con grupos de 10.

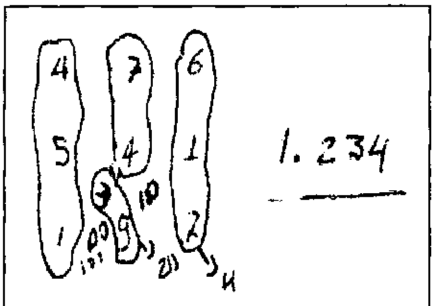


Fig. 17. Nivel aditivo multiplicativo consolidado. Para averiguar los puntos totales ganados en el juego del "Cachito" Karen G. suma las unidades de cada orden por separado y luego las recompone.

Al igual que en el nivel anterior, con frecuencia se encuentran dos formas de representación:

- Un nivel elemental en el que representan cada unidad de diferente orden por separado.
- Un nivel más consolidado en el que representan las unidades de cada orden de acuerdo con las cifras convencionales de la cantidad representada.

Representación polinomial

Este tipo de representación no fue observada en ninguno de los niños objeto de estudio, pero la señalamos aquí por que podría llegar a darse en algunos niños de tercero de nivel avanzado.

En ésta clase de representaciones, cada numeral se interpreta como una composición de unidades de diferente orden (miles, cientos dieces y unos) pero cada una de ellas está compuesta de 10 unidades del orden inferior, que a su vez está formada por 10 unidades de orden inferior y así sucesivamente.

En este nivel se reconocen entonces unidades de diferente orden para cada una de las cifras y se reconoce la relación de inclusión jerárquica entre ellas.

Un primer nivel que podría encontrarse es el que corresponde a la composición sucesiva de la correspondencia múltiple.

$$\mathbf{2345} = 2(10)(10)(10) + 3(10)(10) + 4(10) + 5$$

El nivel más elaborado estaría dado por una representación estrictamente polinomial.

$$\mathbf{2345} = 2 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

Tal como se señaló anteriormente, un niño puede manejar diferentes niveles de representación de acuerdo con:

- EL círculo numérico
- El contenido de la tarea
- La forma de presentación de la tarea
- La complejidad lógica implicada en la tarea.

Con Julián, por ejemplo, podemos ver varios niveles de representación en diferentes casos.

Primer caso:

E: en una fábrica de colores empacan los colores en cajas y en bolsas. En cada caja echan 100 colores y si sobran los echan en bolsas de 10 colores. Cuántas cajas y cuántas bolsas necesita Rosa para empacar los 635 colores que le dieron?

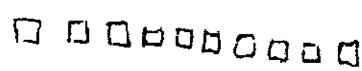
N:(Inmediatamente responde mirando los números) 6 cajas y 3 bolsas.

E: Cómo supiste?

N:Porque son 600 entonces son 6 de 100 y 30 son 3 de 10.

E: Y cuántas cajas necesita Pablo que tiene 2005 colores?

N:(Empieza a realizar con el esfero cuadritos para representar las cajas y va contando de 100 en 100. Hace 10 cajas hasta llegar a 1000).



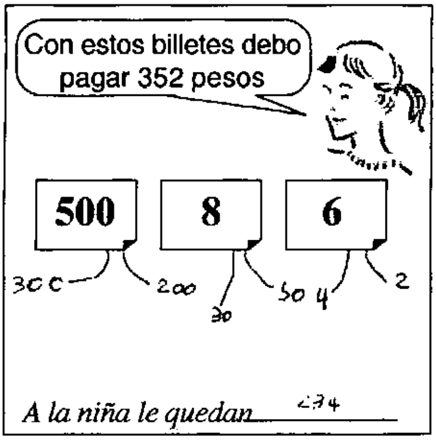
N:Son 10 cajas para mil y otros mil son 20 cajas y 5 colores sueltos

Tal como podemos ver, Julián trabaja en un nivel aditivo-multiplicativo en el círculo numérico del 10 al 100, pero cuando opera en el círculo numérico del 1000 recurre a un procedimiento aditivo elemental para establecer la equivalencia entre miles y cienes.

Segundo caso:

E: Esta niña debe pagar 352 pesos con estos billetes (los señala). Cuánto le sobra?

N: A 500 le quita 300 y le quedan 200 (a medida que habla va escribiendo); a 80 le quita 50 y le quedan...(piensa un

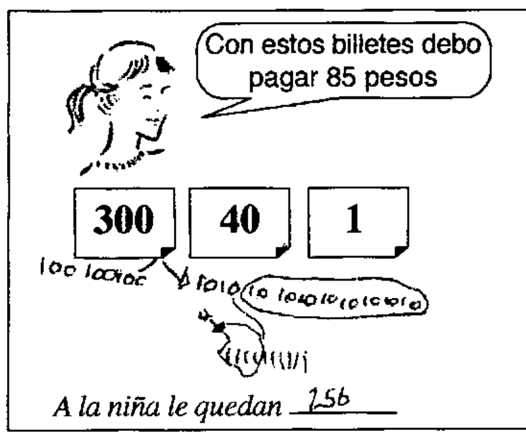


momento) 30; a 6 le quita 2 y le quedan 4, entonces le quedan 234.

Aquí Julián, al realizar una operación de separación de cantidades en las que no necesita descomponer ninguna unidad, nos muestra un nivel de representación aditivo bastante consolidado.

Tercer caso:

En esta ocasión Julián hace representaciones en un nivel aditivo elemental por cuanto la situación a resolver es de una mayor complejidad lógica que la anterior: es una situación de separación de cantidades pero se necesita la descomposición de unidades de orden mayor en unidades de orden menor.



Los procedimientos usados por los niños al operar con cantidades

El dar cuenta de los diferentes procedimientos utilizados por los niños cuando realizan las diferentes operaciones aritméticas va más allá del objeto de la presente investigación, puesto que en ello está involucrado no sólo el desarrollo del pensamiento en relación con el S.D.N. sino también el desarrollo del pensamiento en relación con el tipo de operación (pensamiento aditivo y multiplicativo, por ejemplo); sin embargo el análisis de algunas situaciones simples (reunión y separación de cantidades) correspondientes a la adición y la sustracción, ilustra bastante la manera como los niños se van apropiando del S.D.N.

Ya hemos señalado los diferentes niveles de representación que utilizan los niños para dar cuenta de una cantidad u operar con ella por lo que no vamos a extendernos al respecto, pero en cambio analizaremos el aspecto dinámico del operar: el orden en que proceden, la forma como componen unidades de orden inferior para formar una unidad de orden superior (dieces para formar cienes) y/o descomponen unidades de orden superior en unidades de orden inferior (descomponer miles en cienes por ejemplo).

El orden en la realización de los procedimientos

Contrario a lo que sucede con los algorítmos convencionales, los niños empiezan primero a trabajar con las unidades de orden superior, luego continúan con las del orden inmediatamente inferior y asi hasta terminar con los unos. Veamos algunos ejemplos:

486 + 357
700 128 30
843

Miguel Angel

E: Puedes hacer esta suma?

N: Sí, mire: 400 y 300 son 700 (une con una línea el 4 y el 3 y escribe 700); 80 y 50 son

100 y sobran 30 (une con una línea el 8 y el 5 y escribe 100 y 30) y 7 y 6 son 10 y sobran 3; entonces son... (mira lo que tiene escrito) ochocientos cuarenta y tres.

Karen

Un niño sacó en los dados 32 y llegó a la casilla $\boxed{58}$ Donde estaba?

50 - 30 = 20

8 - 2 = 6

20 y 6 = 26

Quizá este hecho se deba a que tanto en la codificación oral como en la escrita, se empieza a enunciar o a escribir siempre por las unidades de orden superior, pero adicionalmente, porque de esta manera se facilita enormemente el cálculo mental, ya que no es necesario terminar de realizar toda la operación para hacer un estimativo del resultado de la operación lo que facilita la comprensión de la situación como totalidad.

Algunos procedimientos utilizados para reunir cantidades

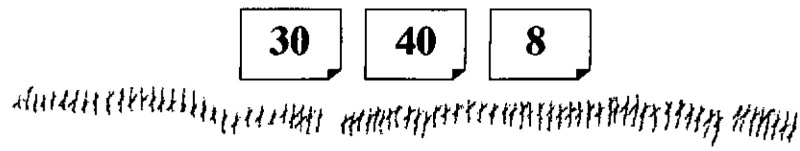
Los procedimientos que mostraremos a continuación son aquellos que aparecen con más frecuencia; se les ha dado una valoración por niveles en cuanto unos procedimientos muestran ser de una mayor elaboración que otros.

- Apoyarse en la sucesión de unos para dar cuenta de la reunión.

Este procedimiento lo encontramos en los niños que aún no manejan una forma de agrupación básica con relación al S.D.N.

Jessica.

E: Cuántas figuras pegó por todas la niña el Miércoles, si en cada hoja pegó estas cantidades? (le muestra las cantidades).



N: (Empieza a hacer palitos en grupos de acuerdo a las cantidades) 1, 2, 3,....30. (Luego hace 40 palitos) 1, 2, 3, 4...40. (Luego hace 8 palitos) 1, 2, 3, 4,...8. (Empieza a contar nuevamente los palitos de 1 en 1 y los va tachando a medida que cuenta) 1, 2, 3,...69. Cuánto es 7 y 0?

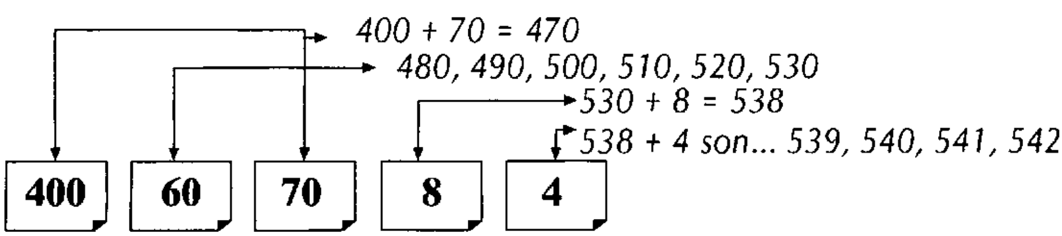
E: Setenta

N: (continúa contando) 70,71,72,...78

- Apoyarse en la sucesión de cientos, dieces y unos para dar cuenta de la reunión. Aquí se pueden presentan dos situaciones:
  - *Los que se representan la tarea como una única sucesión:*

Diana

E: Cuántas figuras reúne la niña el Viernes si pegó esas cantidades en cada hoja?



N: 400 y 70 son 470; y 60...(empieza a dar golpecitos sobre el número; un golpecito por cada 10 que va contando)480,490,500,510,520,530; y 8 son 538 y 4 (empieza a dar golpecitos sobre el 4).539,540,541,542.

- *Los que se representan la tarea como tres sucesiones que pueden coordinarse:*

Sandra. (Para la misma pregunta anterior)

N: 400, y 60 y 70 son...(empieza a contar en los dedos) 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130; entonces son 400 y 130 son

530 y 8 y 4 son...(cuenta de 1 en 1 a partir de 8) 9, 10, 11, 12, entonces son 530 y 12 son 542.

E: Tú dijiste que 400 y 130 eran 530; cómo lo supiste?

N: Porque con 130 se formó un 100 son 500 y 30, son 530

E: dijiste también que 530 y 12 eran 542. Cómo lo supiste?

N: Porque en 12 hay un 10 y con los 30 son 42, entonces son 542.

- Separar las diferentes unidades aditivamente y reunirlas sin hacer predicción de las nuevas unidades que puedan llegar a formarse.

Paola.

E: Este niño tenía 286 pesos y le dieron estos 548. Cuánto dinero completó?

N:200 y 500 son 700 (los anota); 80 y 40 son 120, entonces son 820 (los anota); y 8 y 6 son 14, entonces son 834 (escribe 34 encima del 20 que ya había escrito anteriormente).

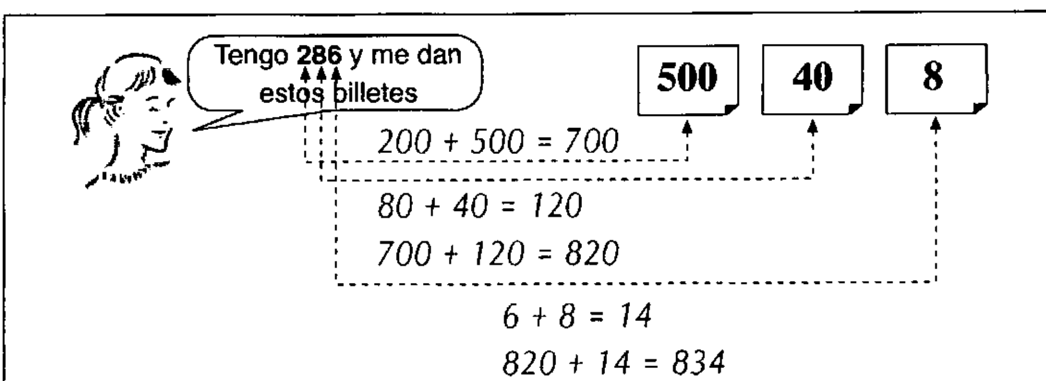
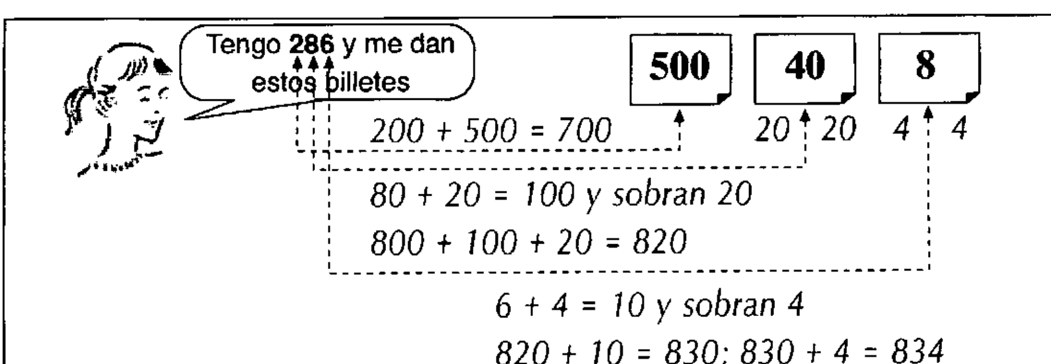


Fig. 17. Ilustración del procedimiento seguido por Paola.

- Separar las diferentes unidades aditivamente y reunirlas anticipando las nuevas unidades que puedan llegar a formarse.



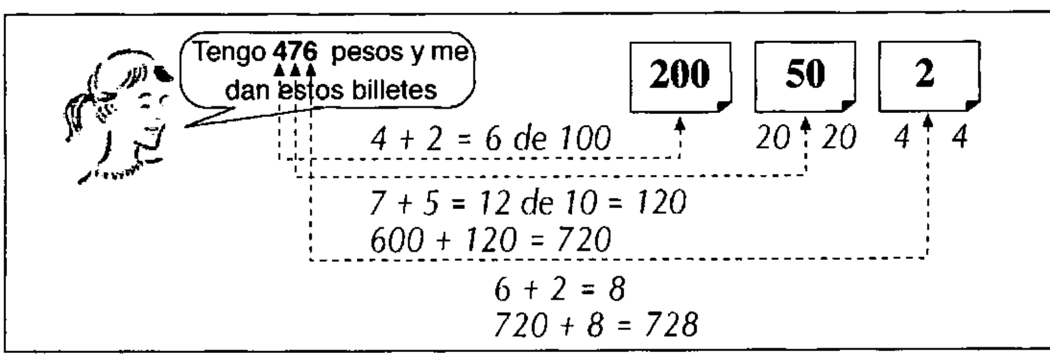
N: 200 y 500 son 700; a 80 le faltan 20 para 100, los saco de los 40 (debajo del 40 escribe 20 y 20 separados con una línea para mostrar la des-composición) y sobran 20, son 820; a 6 le faltan 4 para 10, los saco de los 8 (debajo del 8 escribe 4 y 4 separados por una raya para mostrar la descomposición) y sobran 4, entonces son 834.

- Separar las unidades en forma aditiva-multiplicativa y reunirlas sin hacer predicción de las unidades nuevas que llegan a formarse.

Jaime

E: Este niño tenía **476** pesos y le dieron estos 252 pesos. Cuánto dinero completó?

N: 4 y 2 son 6, (señalando el 4 y el 200) son 600; 7 y 5, 12 (señalando el 7 y el 50) son 120; van 720; y 6 y 2 son 8, entonces son 728.

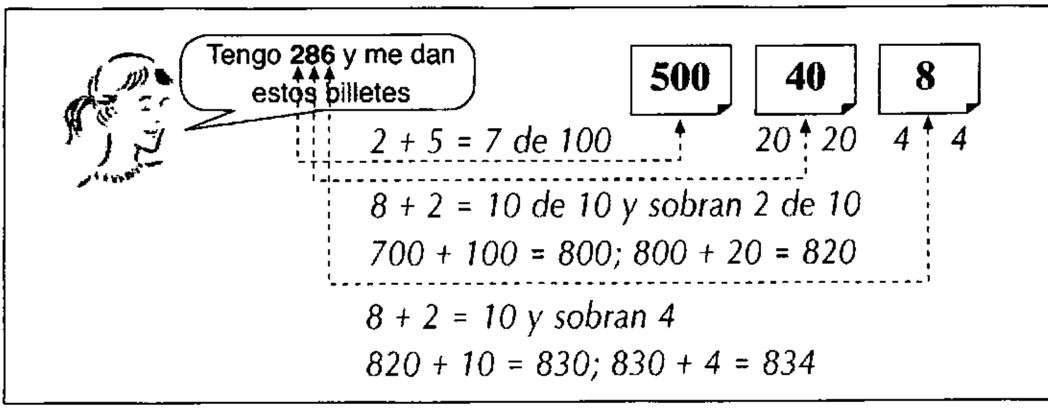


- Separar las unidades en forma aditiva-multiplicativa anticipando las unidades nuevas que llegan a formarse.

Miguel Angel

E: Este niño tenía 286 pesos y le dieron estos 548. Cuánto dinero completó?

N: 2 y 5 son 7 (señalando el 2 y el 500) 700; 8 y 2 del 4; son 100 y sobran 20 (se refiere al 8 del 286 y al 4 del 40); van 820; y a 8 le faltan 2 para 10 los saco del 6 y sobran 4 entonces son 834.



Aquellos procedimientos que anticipan las unidades nuevas que puedan llegar a formarse, son quizá los que mejor ilustran la conciencia que los niños van ganando sobre el carácter decimal de nuestro sistema.

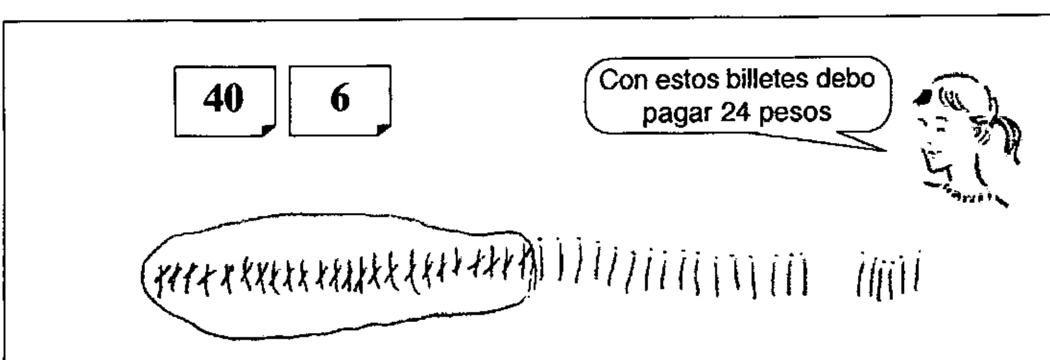
Algunos procedimientos utilizados para quitar cantidades

- Apoyarse en la sucesión de unos.

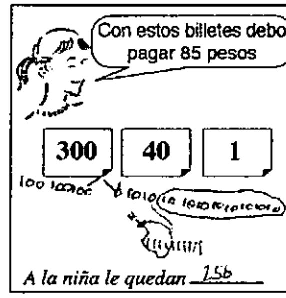
  Ana María.

  E: Esta niña tiene este billete de 40 pesos (señalando el billete) y este billete de 6 pesos y debe pagar 24 pesos con ese dinero. Cuánto le sobra?

  N:(Empieza a dibujar palitos) 1,2,3,4,5,6,.....40 (deja un espacio y continúa con los palitos) 41,42,43,44,45,46. (Empieza a tachar de 1 en 1)1,2,3,...24. (Los encierra en con una línea y empieza a contar de 1 en 1 los palitos que quedan haciendo un puntico encima). Quedan 22.



- Apoyarse en las sucesiones de cientos dieces y unos y descomponer las unidades mayores en términos de las unidades de orden inferior que las conforman.

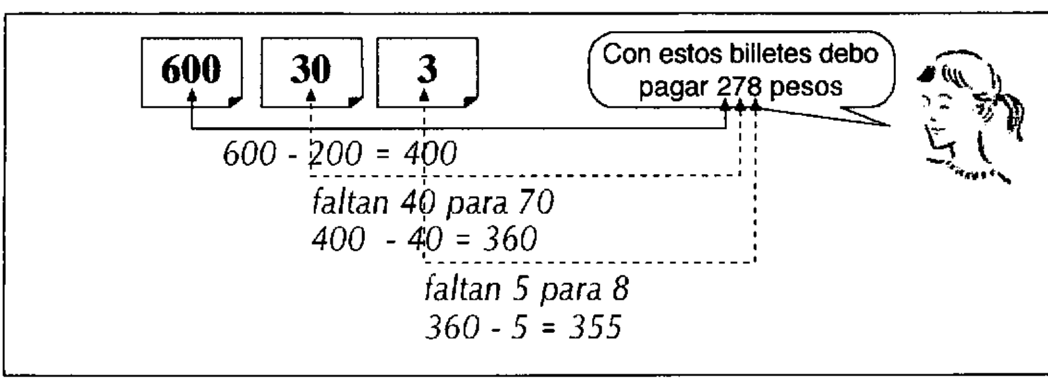


- Descomponer las cantidades aditivamente y restar los grupos de unidades entre sí. En caso de que no se pueda realizar la resta entre grupos del mismo orden, toman las unidades que faltan, de un grupo de orden superior.

Diana.

E: La niña tiene estos billetes (los señala) y debe pagar 278 pesos. Cuánto le sobra?

N: A 600 le quita 200 quedan 400; a los 400 le quita 40 para completar los 70, le quedan 360; como hay que quitar 8, faltan 5, entonces a los 60 le quita 5 quedan 55, entonces le quedan 355.

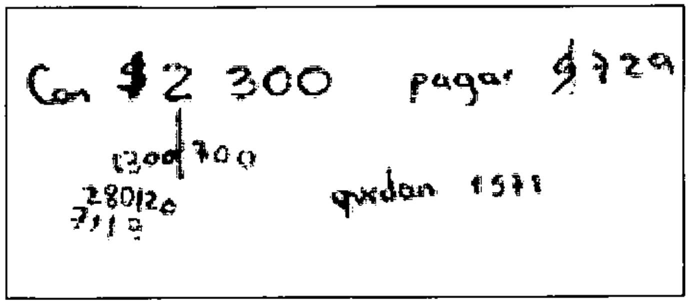


- Descomponer las cantidades aditivamente y restar los grupos entre sí; cuando no se puedan restar los grupos de unidades del mismo orden entre sí, restar todos los grupos de orden inferior, de los grupos de orden superior.

Wilson.

(Ejercicio escrito): Con $2.300 pagar $729

N: (Traza una línea vertical debajo del 2, del 2000) A 2000 le quito 700 (escribe 700 al lado derecho de la línea), quedan 1300



(escribe 1300 al lado izquierdo); (traza una línea debajo del 3, del 1.300) A 300 le quito 20 (escribe 20 al lado derecho de la línea) quedan 280 (escribe 280 al lado izquierdo de la línea); De 80 quito 9 (traza una línea debajo del 8 y escribe 9 al lado derecho de esta nueva línea) y quedan 71; quedan entonces 1000...(señalando con el dedo el 1 del 1300) 200...(señalando con el dedo el 2 de 280) 71 y estos 300 (los de 2300), son 1571.

- Descomponer las cantidades en forma aditiva-multiplicativa y restar las unidades del mismo orden.

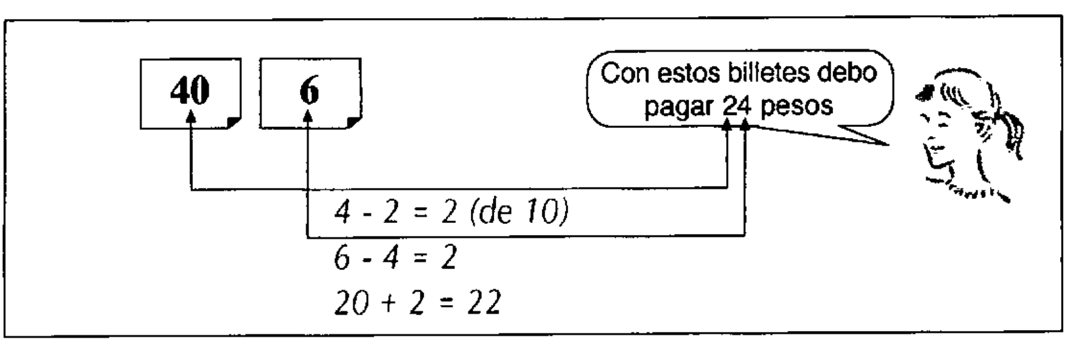
Miguel.

E: Esta niña tiene estos billetes (los señala) y con ellos debe pagar 24 pesos. Cuánto le sobra?

N: Quedan 22. (mirando rápidamente los números)

E: Cómo supiste tan rápido?

N: Porque vea: a 4 le quito 2, quedan 2, son 20 y a 6 le quito 4 son 2, entonces son 22. ¡Fácil!.



Cuando había la necesidad de descomponer una unidad de orden superior para poder restar, este nivel no se observó en ninguno de los niños que participaron en la investigación; esto seguramente fue debido a la complejidad lógica de la tarea que les impidió trabajar a este nivel aditivo-multiplicativo.

Los procedimientos que se han mostrado sólo corresponden a los niños que solucionan la situación que se les plantea; sin embargo, muchos de los niños que se encuentran en transición entre un nivel y otro (o abordando un círculo numérico mayor al que ya ha consolidado, o abordando una tarea de mayor complejidad en relación con las que ya domina), no pueden coordinar simultáneamente los tres tipos de unidades o grupos por lo que no pueden solucionar exitosamente la situación que se les presenta. Un niño que todo el tiempo sienta que no puede solucionar las situaciones que se le presentan se sentirá frustrado por lo que el docente debe plantearle situaciones que estén en un nivel que hasta ahora esté consolidando pero que pueda comprender.

Las experiencias significativas

Las experiencias que se ofrecen dentro de la propuesta son situaciones que crean un contexto en el cual, tanto el maestro como los niños, dan significado y sentido a lo que hacen.

Para que el significado sea compartido, las situaciones se estructuran de tal manera que puedan ser interpretadas desde las posibilidades de pensamiento de los alumnos. Pero no es suficiente con que los niños entiendan una situación para que deseen involucrarse en ella; es necesario que compartan el fin con el que se hacen para que se dispongan física, anímica e intelectualmente para conseguirlo.

Los juegos de imitación y los de reglas representan excelentes oportunidades para configurar situaciones significativas para los niños en el aula, por lo que estos son parte fundamental dentro de la propuesta.

Las experiencias ofrecidas a los niños tienen tres niveles de estructuración.

- Situaciones abiertas, representadas por juegos de imitación, poco estructuradas con relación a los diferentes aspectos del S.D.N.
- Juegos estructurados alrededor de uno o varios aspectos del S.D.N. que se quiera focalizar.
- Ejercicios de reflexión y sistematización entre experiencia y experiencia.

Situaciones abiertas

Estas situaciones están orientadas a recuperar los saberes de los niños y a construir un profundo significado de las relaciones y operaciones involucradas en diferentes sistemas conceptuales. Los juegos de compraventa de diferentes tipos son ejemplos de este tipo de situaciones.

Dependiendo de las condiciones de la institución y de la habi-lidad del docente, se pueden organizar como proyectos de aula que movilicen diferentes aspectos en diferentes áreas o como experiencias de realización inmediata. Además se pueden trabajar sobre diferentes temas. En la investigación se trabajaron fruterías, bazares, tiendas y mercado de las pulgas.

Organización general en el momento de la realización

Los aspectos organizativos que se van a enunciar a continuación responden a las condiciones que dieron mejores resultados en la realización de las diferentes situaciones de compraventa dentro de la investigación pero esto no quiere decir que sean los únicos.

Durante la realización de las tiendas se tienen en cuenta 3 roles fundamentales: los vendedores, los compradores y los banqueros; estos últimos son los encargados de hacer los cambios de dinero.

La tienda se realiza en dos turnos: durante el primer turno, la mitad de los alumnos del curso hacen de compradores y la otra mitad se distribuye entre vendedores y banqueros; para el segundo turno cambian de roles.

Los artículos que se van a vender también se dividen de tal manera que haya suficientes para cada turno.

Para evitar que la dinámica general de tienda se vea entorpecida al comienzo por la falta de dinero para devolver por parte de los vendedores, los banqueros son los únicos encargados de hacer cambios y los tenderos deben recibir el dinero completo por parte de los compradores. A medida que transcurre la tienda, los niños que pueden hacerlo empiezan a "dar vueltas", es decir, a devolver el dinero que sobra cuando se paga con un valor mayor que el costo del artículo.

El diseño del dinero con el que los niños compran se hace de acuerdo con los niveles de representación que pueda manejar la mayoría; en algunos casos se utilizan materiales de sistemas concretos y en otros, billetes con representaciones más convencionales.

Los precios de los artículos y el dinero con el que cada niño inicia se definen teniendo en cuenta los siguientes aspectos:

- El círculo numérico en el que se trabaja debe ser manejado por la mayoría de los niños
- El dinero con el que inicia cada alumno sus compras sólo debe alcanzarle para comprar algunos de los artículos que se venden; de esta forma se ven obligados a tomar decisiones sobre lo que pueden comprar de acuerdo con el dinero que disponen y establecer relaciones de orden (...más que...menos que...).
- Después de la primera o segunda compra cada alumno debe verse obligado a cambiar unidades de orden superior por unidades de orden inferior para poder comprar otro artículo; esto les permite ejercitarse en la composición y descomposición de unidades de diferente orden.

Es importante tener en cuenta que a pesar de que estamos creando unas condiciones para la enseñanza, la dinámica de la tienda como juego debe mantenerse; es por ello que el docente, más que estar pendiente de corregir todo el tiempo la manera como los niños hacen las cuentas, debe estar atento a hacer preguntas que obliguen a los niños a reconsiderar sus decisiones.

Actividades después de la realización

Las reflexiones que se hacen posterior a la realización de las situaciones de compraventa deben estar orientadas a tomar conciencia de los diferentes aspectos del S.D.N., a través de las diferentes transacciones que se pueden dar. Cuando se haya ganado un poco de experiencia en la realización de este tipo de actividades se pueden empeza a incluir materiales de registro como facturas y balances para organizar la información y poder reflexionar sobre ella después de realizada.

Las intervenciones en general están orientadas a comparar cantidades para establecer relaciones de orden y equivalencia o a operar con cantidades en situaciones de reunión o separación*. En cada una de ellas se busca además enfrentar a los niños tanto a situaciones en las que no se necesita la composición y/o la descomposición de unidades de un orden a otro, como a situaciones que sí lo requieren.

Los Juegos estructurados

Los juegos estructurados son juegos de reglas que se estructuran en relación con aspectos fundamentales del proceso de apropiación del S.D.N.

La reglas de los juegos se crean teniendo en cuenta por un lado, el aspecto dinámico del juego y por otro, las demandas lógicas a las que queremos enfrentar al niño a través del juego.

En cuanto al aspecto dinámico del juego, la estructuración tiene en cuenta 3 criterios:

- En un lapso de tiempo relativamente corto, enfrentar al niño repetidamente a la solución de problemas con una estructura similar para que logre la diferenciación y la toma de conciencia necesarias para la generalización. Es por ello que los juegos se organizan por parejas o con una participación máximo de tres niños por cuanto se busca que el turno a cada jugador le corresponda en el menor tiempo posible; así se garantiza que todos los niños resuelvan un número suficiente de situaciones que le permitan ir encontrando regularidades

---

* Las diferentes situaciones aditivas y multiplicativas deben incluirse dependiendo del nivel de desarrollo del pensamiento aritmético de los niños. No las reseñamos aquí por cuanto su análisis amerita una discusión más amplia.

- Crear una actividad autoregulada, es decir que no necesite de la presencia inmediata o permanente del profesor para ser realizada; las demandas lógicas deben estar al alcance de los niños para que los niños comprendan el juego y no necesiten del profesor para jugarlo.
- Dar iguales posibilidades de ganar a los jugadores, independientemente del nivel de desempeño en matemáticas; esto se logra usando materiales que produzcan cantidades aleatorias.

En relación con las demandas lógicas, los juegos se estructuran de tal manera que se puedan focalizar uno o varios aspectos del número y del sistema decimal. En relación con el número se busca trabajar tanto en el aspecto cardinal (la cantidad de elementos de un conjunto) como en el ordinal (un elemento dentro de la sucesión numérica) y en relación con el sistema decimal, su carácter decimal y posicional. Es por ello que a través de los juegos se pretende:

- Trabajar sobre diferentes sistemas concretos de base decimal
- Trabajar sobre las sucesiones numéricas involucradas en el S.D.N. (de cien en cien, de diez en diez y de uno en uno) y la coordinación simultánea de los tres tipos de sucesiones.
- Hacer composiciones y descomposiciones simples y compuestas de varias unidades de orden inferior a una unidad de orden superior o viceversa (pasar de unos a dieces, de dieces a cienes y/o de cienes a dieces...).
- Resolver diferentes tipos de situaciones que involucran las operaciones aritméticas.*

Los juegos en detalle y las formas de intervención del docente se presentan en una sección más adelante para mostrar la manera como se integran los diferentes aspectos de la propuesta desde la práctica.

ooooo

* Aquí presentamos solamente algunas situaciones elementales de reunión y separación que pertenecen a las operaciones de suma y resta de la familia aditiva.

Los ejercicios de reflexión y sistematización entre experiencia y experiencia

Los momentos de distanciamiento y reflexión, sobre las experiencias vividas a través de los juegos estructurados y las situaciones abiertas, le permiten al niño ir sistematizando y consolidando su conocimiento acerca del S.D.N.; además, en la mayoría de los casos se crea la necesidad de la representación por cuanto se hacen en un tiempo y un espacio diferentes al de la actividad realizada.

Estos momentos son organizados por el docente teniendo en cuenta algunos de los puntos críticos obser-vados por él durante la realización de las diferentes actividades y la intención de focalizar en un aspecto particular del proceso de apropiación del S. D. N.

Algunas reflexiones se hacen con uno o dos alumnos a medida que se van realizando los juegos; el docente puede interrumpir un momento el juego para interpelar directamente a los niños que están jugando.

Otras, se realizan en plenaria y buscan la confrontación de diferentes puntos de vista y argumentaciones alrededor de un problema que se plantea.

Adicionalmente se plantean ejercicios por escrito para desarrollar en forma individual dentro del aula o en la casa como "tarea"; luego se comparan las formas de resolverlos ya sea en plenaria o por parejas.

Los aspectos sobre los cuales se interviene están relacionados con el tipo de situación, pero en general son los mismos que ya hemos enunciado para los juegos.

Los juegos estructurados y las formas de intervencion

A través de la exposición de los diferentes juegos se puede ver de una manera más integral la propuesta de intervención.

Muchos de los juegos pueden realizarse utilizando diferentes sistemas concretos para adaptarlos a diferentes niveles de conceptualización logrados por los niños; aquí sólo mostraremos el juego con un sistema concreto en particular a manera de ilustración.

Así mismo ilustraremos en algunos de ellos, diferentes aspectos nodales en los cuales el docente debe intervenir.

Juegos que buscan trabajar la base decimal a través de sistemas con unidades concretas

Estos juegos buscan que los niños trabajen sistemáticamente el concepto de base 10 a través de unidades concretas con diferentes niveles de complejidad, además de propiciar un contexto significativo para la formulación de problemas en relación con diferentes aspectos del S.D.N. (Para mayor claridad revisar sección sobre sistemas concretos de base decimal).

Antes de realizar cada juego es necesario crear, a través de la narratividad, el contexto que le da significado al juego. Se puede hacer a través de las situaciones de la vida real o a través de historias ficticias.

Además, es necesario conocer los materiales, establecer algunas relaciones entre ellos, manipularlos libremente y hacer algunas demostraciones generales del juego antes de que los niños lo realicen por parejas o tríos; adicionalmente, una vez que empiezan, el docente debe cerciorarse de que efectivamente cada grupo está jugando según las reglas previamente establecidas, dado que lo que se está buscando es el trabajo sobre un tipo particular de situaciones previamente estructuradas.

La pirinola de la suerte. (Sistema concreto de grupos de 10 y sueltas)

1) Materiales (para cada pareja o trío de niños):

- 150 fichas de parqués
- Un dado con puntos o con números

2) Procedimiento:

- Se dejan las fichas de parqués en un montón o en una bolsa, en el centro de la mesa o del sitio donde estén jugando.
- Cada niño por turnos lanza el dado y se gana el número de fichas que indica el dado.
- Para dar cuenta de cuántas fichas se van ganando, hacen grupos de 10 fichas.
- Gana el niño que más fichas haya ganado.

3) Núcleos de intervención del profesor:

Las formas de intervención son las mismas que se ilustran más adelante para la casa de cambio sólo que referidas al sistema concreto de "grupos de 10" y "sueltas".

4) Posibles variaciones:

Un nivel más complejo puede darse en el caso de que cada vez que se tengan 10 fichas de un color se puedan cambiar por 1 ficha de otro color, pasando de esta forma a un sistema concreto de unidades no extensivas.

Los bolos

1) Materiales:

- 150 fichas de parqués
- Canica o pimpón pequeño.

2) Procedimiento:

- Se organizan diez fichas en forma triangular tal como se hace para el juego de bolos.
- Se escoge una distancia desde la cual lanzar el pimpón para tumbar las fichas.

- Cada niño, por turnos lanza el pimpón y se va ganando las fichas que logra tumbar. Antes de iniciar un nuevo lanzamiento se reponen las fichas ganadas por el anterior jugador
- Para dar cuenta de cuántas fichas se van ganando, hacen grupos de 10 fichas.
- Gana el niño que más fichas logre acumular.

3) Posibles variaciones:

Se puede jugar con bolos de los que venden comercialmente y por cada bolo que tumben se ganan una ficha o tapa que puedan acumular y contar fácilmente después.

La casa de cambio[12]

1) Materiales:

- 30 cuadros de 2x2 cm, 30 tiras de 2x20 cm y 30 cuadrados de 20x20 cm (mallas).
- Un dado de color rojo y uno de color blanco (Más o menos dados, de más o menos colores dependiendo del nivel que manejen los niños y del círculo numérico en que se quiera trabajar.).

2) Procedimiento:

- Cuando los niños están aprendiendo el juego, se juega por tríos: un niño es el empleado de la casa de cambio y los otros dos son extranjeros.
- El niño que hace de empleado de la casa de cambio toma las diferentes unidades en cartulina.
- Por turnos, los extranjeros lanzan los dados. Por cada punto en el dado blanco se gana un cuadro (una unidad de primer orden); por cada punto en el dado rojo se gana 10 cuadros.
- Cuando cada extranjero complete 10 cuadros, debe cambiarlos por una tira y cuando complete diez tiras debe cambiarlos por una malla.

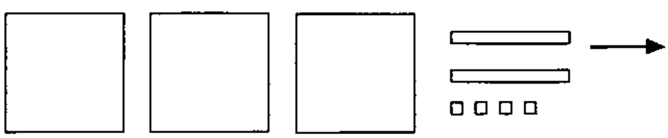
12 Castaño Jorge. Colección Hojas Pedagógicas. Serie Lo numérico No. 4. la reimpresión año 2000)

- El profesor es el supervisor y le quitará a los extranjeros el dinero que no hayan cambiado oportunamente.
- Gana el niño que logre ganar más cuadros a través de todo el juego.

Antes de realizar el juego es importante que los niños comparen directamente cuántos cuadros caben en una tira (10), cuántos cuadros caben en una malla (100) y cuántas tiras caben en una malla; esto se hace necesario dado que los niños de segundo y la mayoría de los niños de tercero al empezar el año escolar no pueden hacer la equivalencia entre mallas y cuadros a través de las tiras: como una tira tiene 10 cuadros, y una malla tiene 10 tiras, entonces se necesitan 100 cuadros para una malla.

3) Núcleos de intervención del profesor

a) Conteo de la cantidad utilizando el sistema concreto acordado o un solo tipo de unidades con apoyo en el lenguaje utilizado por el sistema convencional:



Fichas que ganó Martha

Ante la pregunta, Cuánto se ganó Martha?, muchos niños pueden responder que 324 pero no saben a qué tipo de unidades se están refiriendo.

Veamos el ejemplo de Deyvid:

E: Cuánto se ganó Martha?
N: 324
E: 324 qué?
N: 324 puntos
E: pero no se estaba jugando con puntos sino con cuadros, tiras y mallas.
N: entonces son 324 mallas, tiras y cuadros.
E: yo no veo tantos. Cuéntalos para ver cuántos son
N: 1,2,3 (cuenta las mallas), 2 tiras (mirando las tiras) y 4 cuadros (mirando los cuadros)
E: Entonces cuánto se ganó Martha?

N: 3 mallas, 2 tiras y 4 cuadros
E: Y por qué me dijo antes que eran 324 mallas, tiras y cuadros?
N: Porque me confundí, porque yo pensé que las mallas eran de a 100 puntos, las tiras de a 10 y los cuadros de a 1 punto y como no jugamos puntos me equivoqué.

Dado que lo que estamos buscando es que los niños accedan a un sistema concreto de unidades de diferente orden, es importante tomar conciencia de las unidades de las que se está hablando:

Con cuántas mallas, tiras y cuadros terminó Martha?.

Cuántas tiras se ganó a través de todo el juego?

Cuántos cuadros se ganó Martha a través de todo el juego?.

Muchos niños ante las dos últimas preguntas dirán sólo la cantidad que ven sobre la mesa (2 tiras y 4 cuadros) por lo que el docente debe preguntar cuántos cuadros debió ganarse para poder tener una malla y cuántos para poder tener una tira; de igual manera, cuántas tiras debió ganarse para poder tener una malla.

b) Complemento de una cantidad en relación con una unidad de orden superior:

Cuánto le faltó a Martha para otra tira?

Cuánto le faltó para otra malla?

c) Conversión de unidades de orden superior a orden inferior y viceversa

De cuadros a Mallas:

Juanita se ganó 324 cuadros y se le olvidó cambiarlos?. Cuántas mallas, tiras y cuadros le resultarán al hacer los cambios?

De cuadros a tiras:

Si los cambiara sólo por tiras, cuántas le resultarían?.

De mallas a cuadros y/o a tiras:

Pedro se ganó 5 Mallas, 3 tiras y 2 cuadros. Cuántos cuadros se ganó a través de todo el juego?. Y cuántas tiras?

d) Comparación de cantidades para establecer relaciones de orden y equivalencia: dónde hay más?, dónde hay menos?, donde hay lo mismo? cuánto falta para ser igual a...? y cuánto sobra en relación con...?

- Situaciones que permiten comparación directa entre unidades del mismo orden:

Rosa tiene 5 mallas, 7 tiras y 4 cuadros y Jairo tiene 3 mallas, 2 tiras y 4 cuadros. Quién ganó? Por qué? Cuánto le faltó a Jairo para alcanzar a Rosa?

- Situaciones que no permiten la comparación directa y es necesario establecer las relaciones entre una unidad de orden superior y una inferior:

  Jaime tiene 4 mallas y 1 cuadro y José tiene 3 mallas, 8 tiras y 6 cuadros. Quién ganó? Por qué?. Por cuánto le ganó Jaime a José?

  Camila tiene 2 mallas y Pedro no quiso hacer los cambios y se quedó con 175 cuadros. Quién ganó?.

  Sandra terminó con 27 tiras y José con 4 mallas y una tira. Quién ganó?.

e) Reunión de cantidades

- Situaciones que no requieren formar unidades de orden superior.

  Camila tiene 3 mallas, 5 tiras y 4 cuadros y Ana tiene 5 mallas, 2 tiras y 1 cuadro. Cuántas mallas tiras y cuadros reúnen entre las dos?

  Y si cambian todo por cuadros, cuántos cuadros reúnen entre las dos?
- Situaciones que requieren formar unidades de orden superior: con cuadros formar tiras, con tiras formar mallas o las dos situaciones simultáneamente.

Carlos tiene 3 mallas, 8 tiras y 7 cuadros y se gana después 2 mallas, 6 tiras y 5 cuadros. Cuántas mallas tiras y cuadros completa?. Cuántos cuadros se ganó por todos? Cuántas tiras se ganó por todas a través de todo el juego?

f) Separación de cantidades:

- Situaciones que no requieren descomponer una unidad de orden superior en unidades de orden inferior.
- Situaciones que requieren descomponer una unidad de orden superior en unidades de orden inferior

4) Posibles variaciones:

Se puede pasar a un círculo numérico más pequeño para los niños de primero utilizando un solo dado y trabajando sólo con tiras y cuadros, aunque de un tamaño mayor (cuadros de 3cmx3cm y tiras de 30cmx3 cm) para facilitar la manipulación.

Para aumentar el nivel de complejidad se pueden utilizar fichas de igual tamaño pero de diferentes colores (sistema de unidades no extensivas) para representar las unidades de diferente orden: 10 fichas blancas se cambian por 10 rojas, 10 rojas se cambian por una azul y 10 azules por 1 verde. Adicionalmente se puede aumentar el número de dados.

Igualmente, para los niños de cuarto y quinto se puede trabajar no sólo la base 10 sino otras bases para generalizar el concepto de base.

El arco iris matemático

1) *Materiales:*

- Tres ruletas de 10 cm de diámetro y de dife-rentes colores: dos con números de 0 a 9 una con números de 0 a 3
- Hojas de registro en las que aparecen cuadrículas de 10 cuadritos de ancho por 120 cuadritos de largo (se pueden repartir en dos cuadrículas de 60 de largo).
- Hojas de registro en las que aparecen formas de arcoiris con 10 bandas semicirculares.
- Colores

2) *Procedimiento:*

- Se asignan a las ruletas valores de diferentes unidades decimales: la numerada de 0 a 3 representa cientos; las otras dos representan dieces y unos dependiendo el color.
- Cada jugador hace girar las tres ruletas y colorea tantos cuadritos como indiquen las ruletas.
- Cada 100 cuadritos debe cambiar de color.

- Cuando complete 100 cuadritos, puede colorear una de las bandas de los arcoiris de las hojas de registro.

3) Formas de intervención del profesor:

Este es un juego que permite trabajar visualmente la inclusión de unidades de orden inferior en unidades de orden superior por lo que se convierte en un apoyo concreto muy importante para aquellos niños a los que se les dificulta la conversión de unas unidades en otras.

La estructura de las formas de intervención son similares a las que ya hemos señalado pero referidas a este nuevo sistema concreto. Veamos un ejemplo:

Un niño sacó 2 en la ruleta azul (de 100), 3 en la ruleta roja (de 10) y 5 en la ruleta amarilla (de 1). Cuántos cuadritos debe colorear?. Al colorear esos cuadritos, cuantos renglones de 10 cuadritos ocupa?. Para cuántos colores del arcoiris le alcanza?

Un niño terminó coloreando un arco iris de 4 colores y le sobraron 3 renglones de 10 cuadritos y 5 cuadritos más. Cuántos cuadritos coloreó por todos?. Cuántos renglones coloreó a través de todo el juego?. Cuánto le faltó para otro renglón? Cuánto le faltó para llenar otro color del arcoiris?.

A Daniela se le olvidó llenar los colores del arcoiris; si en total coloreó 375 cuadritos, cuántos colores del arcoiris debe llenar? Y cuántos renglones y cuadritos le sobran?

4) Posibles variaciones:

Cuando los niños hayan avanzado en el conteo de 10 en 10, se puede ampliar el rango numérico usando las tres ruletas numeradas de 1 a 9 y coloreando 1 cuadrito por cada 10 puntos marcados en la ruleta; los puntajes que no alcancen a 10 se van acumulando para colorear después cuando se completen los 10.

El banco

1) *Materiales:*

- 30 billetes de juguete de un peso, 30 de diez pesos, 30 de 100 pesos y 30 de 1000 pesos.
- Dos dados rojos y dos blancos (podrían variar de acuerdo con el círculo numérico que se quiere trabajar).

2) *Procedimiento:*

- Se juega en grupos de tres niños: uno hace de banquero y los otros dos son clientes.
- Se asignan valores a los dados según el color; por ejemplo, cada punto en los dados rojos vale por 10 y cada punto en los dados blancos vale por 1.
- El banquero toma posesión de los billetes.
- Cada cliente, por turnos, lanza los dados y le pide al banquero tanto dinero como puntos marquen los dados.
- Cuando completen 10 billetes de una determinada denominación deben cambiarlo por el correspondiente billete de mayor denominación: 10 billetes de 1 por uno de 10; 10 de 10 por uno de 100 y así sucesivamente.
- El docente es el supervisor y le decomisa los billetes a aquellos clientes que no hayan hecho los cambios respectivos.
- Gana el niño que más dinero tenga al terminar el juego.

3) *Posibles variaciones:*

El rango numérico en el que se trabaja se controla con el número y el color de los dados y con las denominaciones de los billetes; así por ejemplo, se puede trabajar con un solo dado y con billetes de 1 y de 10; con dos dados azules, dos rojos y dos blancos y con billetes de 1, 10,100,1000 y 10.000 pesos.

Juegos que buscan trabajar sobre las series numéricas de 100 en 100, de 10 en 10 y de 1 en y la coordinación simultánea de las mismas

Estos juegos buscan la toma de conciencia de los niños en relación con las series numéricas de 1 en 1 , de 10 en 10, de 100 en 100, de 1000 en 1000 y la coordinación simultánea de las mismas; en estos juegos, siempre está presente la opción de empezar cada una de las series en cero o en número redondo (terminado en cero) lo que facilita enormemente los cálculos que el niño tenga que realizar

Con este tipo de juegos se permite también el trabajo permanente sobre la reunión de cantidades.

La rana calculadora[13]

1) *Materiales:*

- Una cubeta de huevos, cuyos compartimentos están pintados de color amarillo, azul y rojo (puede ser 2, 3 o 4 colores dependiendo del círculo numérico que se quiera trabajar).
- 10 tapas de gaseosa
- Hoja de registro

2) *Procedimiento:*

- Se le asigna un valor de 1, 10 o 100 puntos a cada uno los compartimentos dependiendo del color; por ejemplo: 1 para los amarillos, 10 para los rojos y 100 para los azules.
- Cada jugador lanza las tapas desde una distancia determinada (no tan cerca que acierte con todas las tapas ni tan lejos que difícilmente acierte con alguna) y gana puntos de acuerdo con las tapas que logren quedar dentro de la cubeta.
- Los puntos que se van ganando, se registran en una hoja.

13 Castaño, J. Descubro la Matemática. Cartilla de trabajo. Curso 2º. 1997. Material fotocopiado.

3) Formas de intervención del profesor:

Las interpelaciones y análisis se pueden realizar en un comienzo sobre lanzamientos particulares pero luego se pueden extender al total de puntos acumulados a través del juego.

Es necesario estar pendiente de la manera como los niños realizan el conteo pues algunos pueden contar todas las tapas como si valieran lo mismo: o dieces, o cientos o unos.

Para poder dar cuenta de los puntos acumulados es necesario orientar a los niños sobre el nivel de representación sobre el cual pueden operar realmente por cuanto muchas veces escriben las cantidades de manera convencional pero no pueden operar con dicha escritura; algunos tendrán que registrarlos con cientos, dieces y unos por separado (100, 100, 100, 10, 10, 10, 1, 1, 1); otros lo harán aditivamente (300 40 y 5) y otros lo podrán hacer convencionalmente. Para facilitar el registro y las cuentas posteriores se les puede sugerir una tabla en la que separen los diferentes tipos de unidades.

4) Posibles variaciones:

Además de las opciones de color en el rango numérico, se pueden trabajar luego cubetas con signos convencionales de 1, 10 y 100; o números redondos (40, 300) o cantidades convencionales de dos o tres cifras (37, 42, 5) sólo que en éstos últimos caso sólo se deben lanzar 2 tapas para que la complejidad de las cuentas no dañe la dinámica del juego.

El cachito aditivo:[14]

1) Materiales:

- Dos dados blancos, dos rojos y dos azules.
- Hojas o cuadernos de registro.

14 Castaño, J. Hojas pedagógicas. Serie Lo numérico No. 7 p. 7. Bogotá. MEN - Fundación Restrepo Barco. 2000.

2) Procedimiento:

- Se asignan los valores de los puntos que se ganan de acuerdo al color de los dados: cada punto en el dado blanco vale por 1; cada punto en el dado rojo vale por 10 (con 3 puntos en el dado se ganan 30), y cada punto en el dado azul vale por 100 (5 puntos serían 500)
- Cada jugador lanza los dados y hace la cuenta de los puntos que sacó.
- En una hoja de registro anota los puntos que va sacando en cada lanzamiento.

1) Posibles variaciones:

La complejidad del juego puede variarse no sólo por el número de dados y de colores, sino por la forma.

- Para los niños que hasta ahora inician el trabajo en el círculo del 10 al 100 es más conveniente trabajar con varios dados forrados, con caras de dos colores y sin puntos. Los dados que queden por la cara amarilla, por ejemplo, señalan un punto y los dados que queden por la cara roja, señalan diez puntos. Se puede iniciar con 4 o 5 dados y luego aumentar la cantidad.
- Para los niños que hasta ahora están consolidando el círculo numérico del 10 al 100 se pude trabajar con varios dados de color rojo y varios blancos.
- Para aquellos niños que están consolidando el círculo numérico del 100 al 1000 se pueden utilizar varios dados rojos, blancos y azules (cada punto en el dado azul vale por 100). Luego pueden añadir dados verdes para los miles.
- Para ayudar a los niños a consolidar un nivel multiplicativo se pueden utilizar dados ya no con puntos sino con números de diferentes colores, donde el color representa el tipo de unidad: los números verdes representan miles, los azules cientos y así sucesivamente.

Juegos que buscan trabajar sobre la sucesión de los numeros naturales

Estos juegos permiten trabajar el carácter ordinal del número a través de la sucesión de los números naturales.

Olimpiada matemática (Ruta de 1 en 1 hasta 1000)*

1) Materiales:

- Un tablero con una ruta subdividida en cuadros numerados de 1 a 1000 con motivos deportivos.
- 2 o 3 fichas de parqués
- Dados de colores. De acuerdo con el círculo numérico que se quiera trabajar, se pueden utilizar en la misma cantidad y de la misma forma que en el juego "El cachito aditivo", es decir, dando valores de 1 o10 a cada punto del dado según .

2) Procedimiento:

- Se colocan las fichas de los jugadores al inicio de la ruta. Una ficha de color diferente para cada jugador.
- Por turnos lanzan los dados y deben correr la ficha tantas casillas como señalen los dados.
- Gana el niño que llegue primero a la meta final o a una meta intermedia propuesta al inicio del juego.

3) Núcleos de intervención del profesor:

Este juego permite trabajar el orden a través de la sucesión numérica mediante situaciones aditivas especialmente las situaciones con evento.**

La estructura temporal de este tipo de situaciones corresponde

---

* Adaptación del juego "Rutatron". En Castaño, J. La matemática con robotín. Serie Descubro la Matemática. Bogotá: Saberes y Escuela. 1999.

** Este nombre es el manejado por Jorge Castaño para señalar aquellos problemas aditivos que representan eventos de la realidad. Otros autores manejan otros tipos de clasificaciones Para más información se puede ver: Castaño, J, Hojas pedagógicas, lo numérico 1. MEN: 1995.

a la forma: Situación inicial (dónde se encuentra), Evento (correr la ficha) y Situación final (a qué casilla llegó).

Las situaciones planteadas se hacen más o menos complejas dependiendo el elemento de la estructura que se pregunte, además del hecho ya consignado de que implique o no, realizar composiciones o descomposiciones de una unidad de orden superior a una unidad de orden inferior y viceversa. Veamos los ejemplos:

Preguntar por la situación final:

Carlos estaba en la casilla 145 y sacó en los dados 78. Hasta qué casilla logró llegar después de correr su ficha? (Este tipo de situación es la que le plantea el juego a cada niño cada vez que lanza los dados.)

Cuando están jugando o cuando se les interpela respecto a este tipo de situaciones, muchos niños pueden optar por correr la ficha de 1 en 1. Sin embargo, dependiendo del nivel que estén manejando se les puede preguntar sobre una manera más rápida de correr las fichas, por ejemplo de 10 en 10. Esta situación es mucho más compleja que la de los juegos ya enunciados en los que se manejan las series solamente, por cuanto el niño debe utilizar la serie de 10 en 10 pero a partir de un número no redondo y algunos niños no podrán manejarlo adecuadamente.

Otros niños en un nivel más avanzado en relación con el sistema decimal de numeración pueden resolverla a través de representaciones aditivas o aditivo-multiplicativas (ver sección de niveles de representación): 140 y 70 son 210; 210 y 5 son 215; 215 y 8 son 223.

Preguntar por el evento:

Una niña estaba en la casilla 346, lanzó los dados y llegó hasta la casilla 375. Cuánto sacó en los dados?

Preguntar por la situación inicial:

Una niña llegó hasta la casilla 284 después de correr su ficha 32 casillas. En qué casilla se encontraba antes de lanzar los dados?

Desde luego no se descartan las situaciones de comparación entre cantidades (en este caso, las casillas que definen la posición de un jugador): Quién(de 2 o más jugadores) está más adelante?. Cuánto le falta a un jugador para alcanzar al otro?. Cuántos cuadros más adelante (o más atrás) está un jugador con relación a otro?

4) Posibles variaciones:

Para variar el nivel de complejidad se puede disminuír el rango numérico del tablero (de 1 a 100 o de 1 a 500) pero también el número y el tipo de dados utilizados: con dados sin puntos pero con caras coloreadas; con dados con puntos pero sólo dos colores; con dados con puntos pero dos colores y dos dados de cada color; 3 dados de diferentes colores.

Viaje espacial (ruta de 1 a 1000 subdividida en secciones de 1 a 10)*

1) Materiales:

- Un tablero con una ruta subdividida en 1000 cuadros numerados de 1 a 10; cada 100 cuadros en vez del número 10 está escrito el número 100. Cada diez cuadros está una estrella y cada 100 cuadros hay un planeta. La meta es llegar al sol.
- 2 o 3 fichas de parqués.
- Dados de colores de la misma forma que en el juego anterior.

3) Procedimiento:

- Se colocan las fichas de los jugadores al inicio de la ruta. Una ficha de color diferente para cada jugador.
- Por turnos lanzan los dados y deben correr la ficha, tantas casillas como señalen los dados.
- Gana el niño que llegue primero a la meta final o a una meta intermedia propuesta al inicio del juego.

4) Núcleos de intervención del profesor:

Este juego permite trabajar el carácter ordinal y cardinal presente en las diferentes series numéricas (de 1 en 1, de 10 en 10 y de 100

---

* Adaptación del juego "Rutatron". En Castaño, J. La matemática con robotín. Serie Descubro la Matemática. Bogotá: Saberes y Escuela. 1999.

en 100), además de otros aspectos ya trabajados en otros juegos. Las intervenciones pueden orientarse a:

a) En términos del valor ordinal, definir el valor cardinal en un tipo de unidades y viceversa:

Cuántas casillas ha avanzado un niño que se encuentra en la quinta casilla después de la cuarta estrella que está adelante del planeta urano?. (recordemos que las situaciones se pueden plantear a través de representaciones icónicas en caso de que los niños no entiendan las representaciones verbales)

Cuántos estrellas ha dejado atrás?.Y cuántos planetas?

Un niño que ha recorrido 375 casillas, en qué número de casilla se encuentra?.Adelante de qué planeta y de qué estrella?

Cuántas estrellas ha tenido que pasar? Y cuántos planetas?.

b) Solucionar situaciones aditivas con evento como las descritas anteriormente pero referidas a este tipo de tablero. Sólo vamos a presentar un ejemplo a manera de ilustración.

Un niño está ubicado en la casilla 4 después de la tercera estrella que está adelante de la tierra. Saca en los dados 45. Hasta dónde llega?

El juego les plantea permanentemente este tipo de pregunta a los niños y hemos visto con frecuencia que muchos niños, sin estar ubicados en una estrella (en un 10), corren la ficha hasta la siguiente estrella (asumiendo que al llegar a esa casilla ya han corrido 10 cuadros) y empiezan a contar de 10 en 10, simplificando y tergiversando de esta forma el problema; es por ello que es importante verificar los procedimientos que siguen los niños para resolverlo.

c) Comparar posiciones (de la misma manera que en el tablero anterior).

5) Posibles variaciones:

Al igual que en el anterior se baja el nivel de complejidad al disminuír el rango numérico.

Quema nueve[14]

1) *Materiales:*

- Fichas de cartulina con numerales seleccionados de acuerdo con las series de números en las que se quiera hacer énfasis, por ejemplo:

2) *Procedimiento:*

- Se reparten las fichas por igual entre 2 o 3 niños.
- Cada jugador va lanzando una ficha y suma este puntaje sobre lo que se ha acumulado en las fichas lanzadas anteriormente.
- El primer niño que al lanzar su ficha complete o pase de 999, se considera "quemado" y sale del juego.
- Gana el juego el jugador que no sea "quemado".
- Por cada juego ganado se pueden asignar una cantidad determinada de puntos

3) *Núcleos de intervención del profesor.*

Al igual que en el juego de "Las olimpiadas Matemáticas", este juego permite trabajar sobre la sucesión de los números naturales, pero mientras en aquel existe un apoyo concreto sobre el cual trabajar (las casillas), aquí cada niño debe trabajar sobre las diferentes representaciones que haya construído.

4) *Posibles variaciones:*

Se disminuye o aumenta el nivel de complejidad disminuyendo o aumentando el rango numérico, teniendo en cuenta que la mayor cantidad de fichas deben estar dadas por números redondos.

100	100	100	100	100
100	100	100	105	112
145	50	50	50	10
10	10	9	8	2

14 Castaño, J. Descubro la matemática. Juego del quema Nueve. Material fotocopiado. 1998

Juegos que buscan trabajar la composición y descomposición de cantidades

A través de estos juegos se busca que los niños sistemáticamente acudan a la descomposición de unidades de orden mayor en unidades de orden menor o a la composición en sentido contrario.

Todo No

1) *Materiales:*

- Tres dados de colores por cada jugador: cada punto en los dados representa unos, dieces o cientos según el color.
- Fichas de 3 colores diferentes. Cada color representa una unidad de diferente orden; por ejemplo, una ficha roja equivale a 10 blancas; 1 azul equivale a 10 fichas rojas y a100 blancas.

2) *Procedimiento:*

- Cada jugador lanza los dados
- El niño que saca más valor en los dados toma las fichas correspondientes.
- El compañero le dice:¡Todo No! Y le quita las fichas correspondientes al valor que sacó él; las fichas que le quita las devuelve al montón.

3) *Formas de intervención del profesor.*

Las situaciones que le plantea el juego al niño tienen que ver con la posibilidad de quitar directamente las fichas o tener que hacer cambios para poder hacerlo.

La primera situación no representa una mayor dificultad; en relación con la segunda, los niños pueden usar diferentes procedimientos dependiendo del nivel en que estén:

Algunos necesitarán cambiar una ficha de orden superior y luego sí quitar las que necesitan. Este procedimiento hace el juego muy lento por lo que con estos niños es mejor trabajar con sólo uno o dos tipos de unidades.

Otros anticiparán las unidades que quedan por lo que no cambian la ficha sino que tomarán sólo las fichas que quedan; así por ejemplo, si necesitan 1 ficha de 100 para poder quitar 70, en vez de cambiar la ficha por 10 rojas, simplemente quitan una azul y adicionan 3 rojas.

Otros no necesitarán tomar las fichas que ganan sino que directamente tomarán las que les van a quedar porque realizan mentalmente las cuentas.

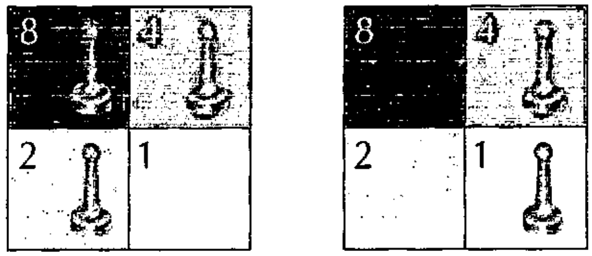
4) Posibles variaciones:

Se puede disminuír el nivel de complejidad usando sistemas concretos de diferentes niveles y controlando el rango numérico: fichas de parqués y un solo dado para cada jugador; tiras y cuadros y dos dados de colores (uno para los dieces y otro para los unos); mallas tiras y cuadros y tres dados de colores (uno para los cientos, otro para los dieces y otro para los unos); sin utilizar material concreto y registrando lo que gana el que saca el mayor puntaje con numerales en el cuaderno.

Minicomputadores

1) Materiales:

- 2 minicomputadores de Papy* como los que muestra la figura: uno para representar dieces y otro para los unos.
- Tres ruletas de colores numeradas de 1 a 9.
- Fichas de parqués.



Dieces Unos

* Pedagógico italiano que lo ideó.

2) Procedimiento:

- Cada jugador hace girar las tres ruletas
- El compañero debe representar la cantidad que marcan las ruletas colocando fichas sobre cada uno de los cuadros de los minicomputadores. Las fichas toman el valor del lugar donde se encuentren; así por ejemplo, las fichas en los computadores de la gráfica representan 145 puntos: 80 (una ficha en el ocho de los dieces) más 40 (una ficha en el cuatro de los dieces) más 20(una ficha en el dos de los dieces) más 4 (una ficha en el 4 de los unos) más 1 (una ficha en el 1 de los unos).
- Por cada representación bien hecha se gana una determinada cantidad de puntos
- Gana el jugador que logre hacer más puntos.

3) Formas de intervención:

Es conveniente trabajar inicialmente con un solo minicomputador y con cantidades menores que 100 mientras los niños conocen la dinámica del juego.

Además del trabajo sobre la representación de cantidades que promueve el juego, es necesario plantear ejercicios opuestos, es decir que a partir de la representación en los minicomputadores se compongan las cantidades.

4) Posibles variaciones:

Se pueden variar los círculos numéricos aumentando o disminuyendo las ruletas y los minicomputadores pero las ruletas siempre deben ser una más que los computadores para exigir de los jugadores la permanente descomposición de miles en cientos, de cientos en dieces o de dieces en unos.

3

PROCESO DE LOS NIÑOS

Los logros alcanzados por los niños se pueden mirar no sólo desde los niveles de comprensión con relación al sistema decimal de numeración sino desde los diferentes valores y actitudes adquiridos a través de la propuesta. Debido al tiempo y las condiciones disponibles para la investigación, sólo se diseñaron instrumentos específicos para mirar los niveles de comprensión del S.D.N., pero a través de algunos comportamientos, interpelaciones y actitudes podemos inferir algunos cambios en los otros aspectos señalados.

La aparición de nuevos valores

La observación y comparación de las actuaciones y argumentos de los niños que han participado de la propuesta en relación con las de otros niños que están bajo la influencia de la enseñanza tradicional, nos permitió caracteriza algunos cambios importantes en relación con los valores adquiridos que señalaremos a continuación:

La alegría de trabajar en las clases de Matemáticas

No haymejor forma de medir la satisfacción de los niños en las clases de matamáticas que a través de sus gritos de alegría cuando ven aparecer en la puerta al profesor o cuando al mirar el horario de clases saben que van a trabajar en matemáticas.

El comentario de una profesora nueva en el colegio, es muy diciente: "Yo no entiendo por qué algunos padres no están de acuerdo con la propuesta ¡si los niños cada vez que la ven llegar -a la profesora de Matemáticas- saltan y gritan de alegría¡?"

Estos hechos nos muestran que hemos logrado hacer de las clases de Matemáticas algo significativo para los niños, que los conecta con el goce y el deseo de aprender.

La capacidad argumentativa

Con frecuencia los niños que han estado trabajando con una propuesta tradicional creen que la pregunta "Por qué?" no indica necesidad de argumentación sino cambio de respuesta porque está errada. Además, cuando se encuentran con alguna situación que no pueden desarrollar dicen que no se acuerdan, que no se lo han enseñado o empiezan a hacer algoritmos de operaciones sin ninguna relación con el problema o le preguntan al profesor lo que hay que hacer; es decir, siempre ubican la responsabilidad del saber fuera de sí mismos.

Por el contrario, los niños que llevan algún tiempo trabajando con la propuesta, siempre se hacen responsables de sus acciones y sus pensamientos; cuando se les solicita una explicación siempre dan argumentos desde la lógica que están manejando y cuando se encuentran con opiniones diferentes, solicitan argumentación; en las ocasiones en que no pueden enfrentar una situación no hacen referencia a la memoria o a la falta de enseñanza sino a la incapacidad de asumir la tarea: "este sí me queda grande"... "Con esos números no puedo porque son muy grandes"... "eso no lo entiendo".

Muchos de los argumentos de los niños que trabajan desde una propuesta tradicional están relacionados con la técnica formal para hacer algoritmos o escribir números y no con la lógica del sistema o con su forma de pensar; en cambio, los argumentos de los niños participantes del proyecto siempre están referidos a la lógica con la que están reconstruyendo el sistema y los procedimientos que utilizan son creaciones que responden a su forma de pensar.

La confianza en el saber propio

Una de las características más frecuentes en los niños balo la influencia tradicional es la poca confianza que manifiestan en el saber propio; esto se manifiesta en los hechos ya señalados respecto a la argumentación pero sobre todo en que se angustian cuando no saben, copian resultados y procedimientos de otros sin preguntar el por qué de los mismos, la mayoría de las veces no piden ayuda y prefieren que nadie se dé cuenta de su ignorancia.

Por el contrario, los niños que se han beneficiado durante algún tiempo de la propuesta, si no entienden preguntan y buscan ayuda en el profesor o en otro compañero; adicionalmente, si alguien les quiere dar la respuesta sin que hayan pedido ayuda, se molestan y piden que los dejen pensar que ellos quieren hacerlo solos: "¡No me diga; espere que yo lo haga!." "¡Como usted lo hace, yo no lo entiendo. Yo lo entiendo es haciendo los cienes y los dieces!". "¡Oiga!. No diga nada hasta que nosotros también pensemos!

Los avances en los niveles de comprensión del sistema decimal de numeración

Por el tipo de investigación que se desarrolló, los instrumentos con que se hicieron el diagnóstico y la evaluación final, se fueron construyendo a medida que se iba trabajando en la propuesta, razón por la cual algunos aspectos que se evaluaron al final no se había contemplado evaluarlos al inicio; adicionalmente, las entrevistas de diagnóstico se estaban terminando de analizar en Julio, razón por la cual los datos que presentamos corresponden al período comprendido entre Agosto y Noviembre del año 2001 y no a todo el año escolar.

Para cada curso, las gráficas muestran los niños que fueron objeto de seguimiento y permiten la comparación entre el nivel de comprensión que tenían en el mes de Agosto y el nivel de comprensión con que terminaron en el mes de Noviembre, en relación con un círculo numérico.

El análisis de las gráficas nos permiten sacar las siguientes conclusiones:

- Los niveles de comprensión presentados por cada niño no son los mismos para todas las tareas, poniendo en evidencia dos aspectos: en primer lugar, las situaciones presentadas presentan diferentes niveles de complejidad en relación con la forma de presentación, con el círculo numérico involucrado, con la complejidad lógica y con el contenido y en segundo lugar, los niveles de comprensión se relacionan directamente con la complejidad de la tarea involucrada: a menores niveles de complejidad, mayores niveles de comprensión del sistema y viceversa.

- Para unas mismas condiciones de presentación de la tarea, de círculo numérico, de complejidad lógica y de contenido involucrados, todos los niños pasan de un nivel de menor elaboración a otro mayor o al menos se quedan en el mismo pero no se dan casos en que ocurra que a un niño "se le olvide" el nivel en que estaba operando y entonces empiece a operar en un nivel inferior. Este hecho pone en evidencia entonces un proceso evolutivo de comprensión del sistema.
- A medida que los niños van avanzando en los niveles de comprensión del sistema decimal de numeración pueden ir asumiendo problemas de mayor complejidad, en cuanto a la lógica involucrada, el círculo numérico, el tipo de representación o el contenido, que antes no podían realizar.
- Los niveles no dependen estrictamente de la edad de los alumnos ni del curso en el que se encuentran sino más bien de las elaboraciones que el niño haya ido construyendo a través de su experiencia: encontramos niños de primero de nivel medio en el mismo nivel de comprensión del sistema decimal que algunos niños de tercero de nivel bajo; algunos niños de segundo de nivel alto están en el mismo nivel de comprensión de los niños de tercero de nivel medio; niños de segundo de nivel medio están en el mismo nivel de comprensión que algunos niños de tercero de nivel bajo y así sucesivamente.

Este hecho, aparentemente contradictorio por cuanto los grados escolares precisamente definen de alguna manera los niveles de avances escolares podría explicarse desde dos puntos de vista: por una parte, no todos los niños inician el año escolar en el mismo nivel de apropiación conceptual ni están expuestos al mismo contexto por lo que cada uno sigue su propio proceso y por otra parte, el enfoque con el que ha venido trabajando la escuela es el tradicional, razón por la cual la evaluación para la promoción de los niños de un grado a otro se ha hecho desde un enfoque de reproducción de modelos y no desde un enfoque de construcción de conocimiento.

Grafico No. 1

Niveles de comprensión del S.D.N. - Curso Primero

Círculo numérico de 10 - 90. Presentación gráfica

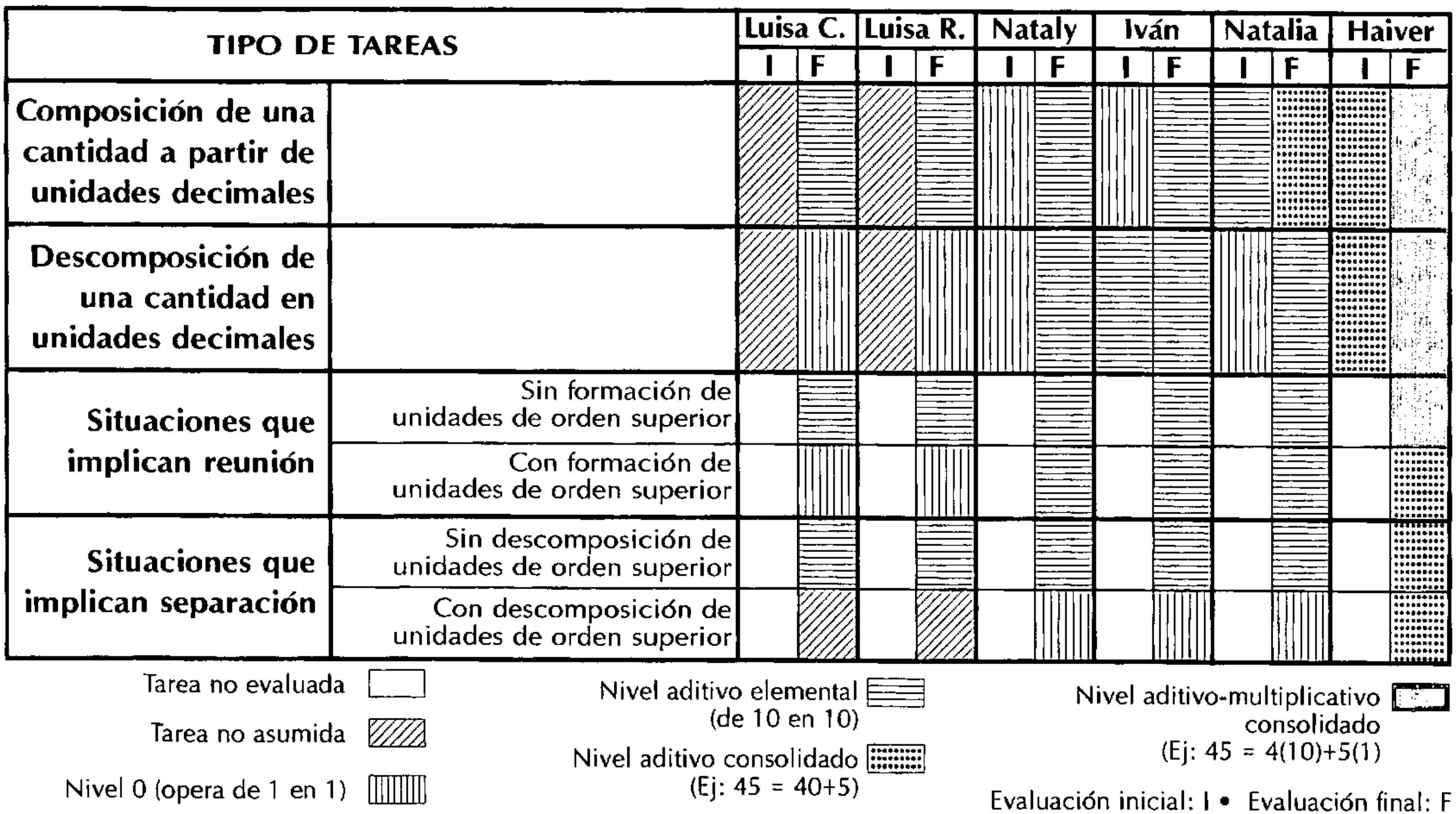


Grafico No. 2

Niveles de comprensión del S.D.N. - Curso Segundo

Círculo numérico de 10 - 300. Presentación Aditiva y convencional

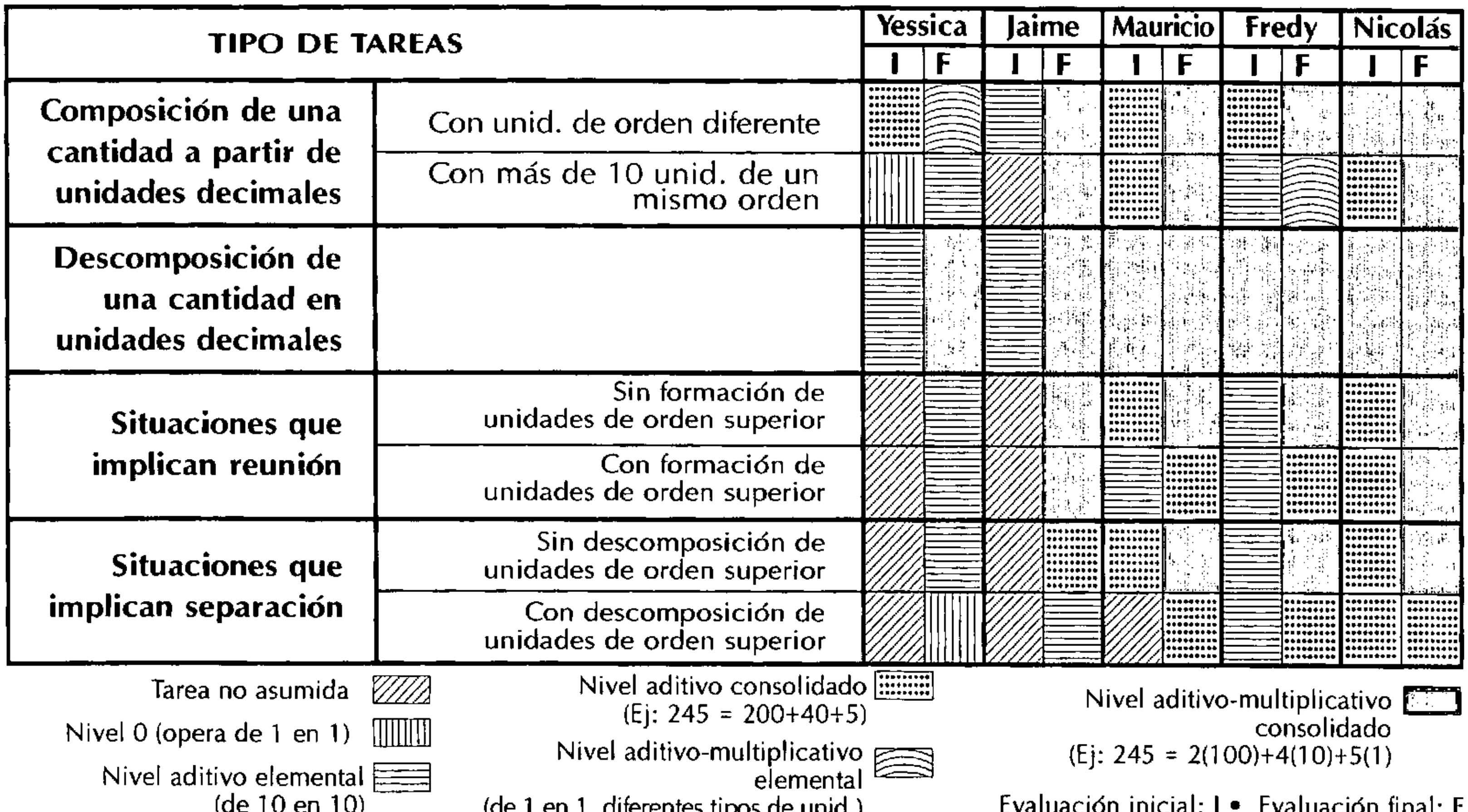
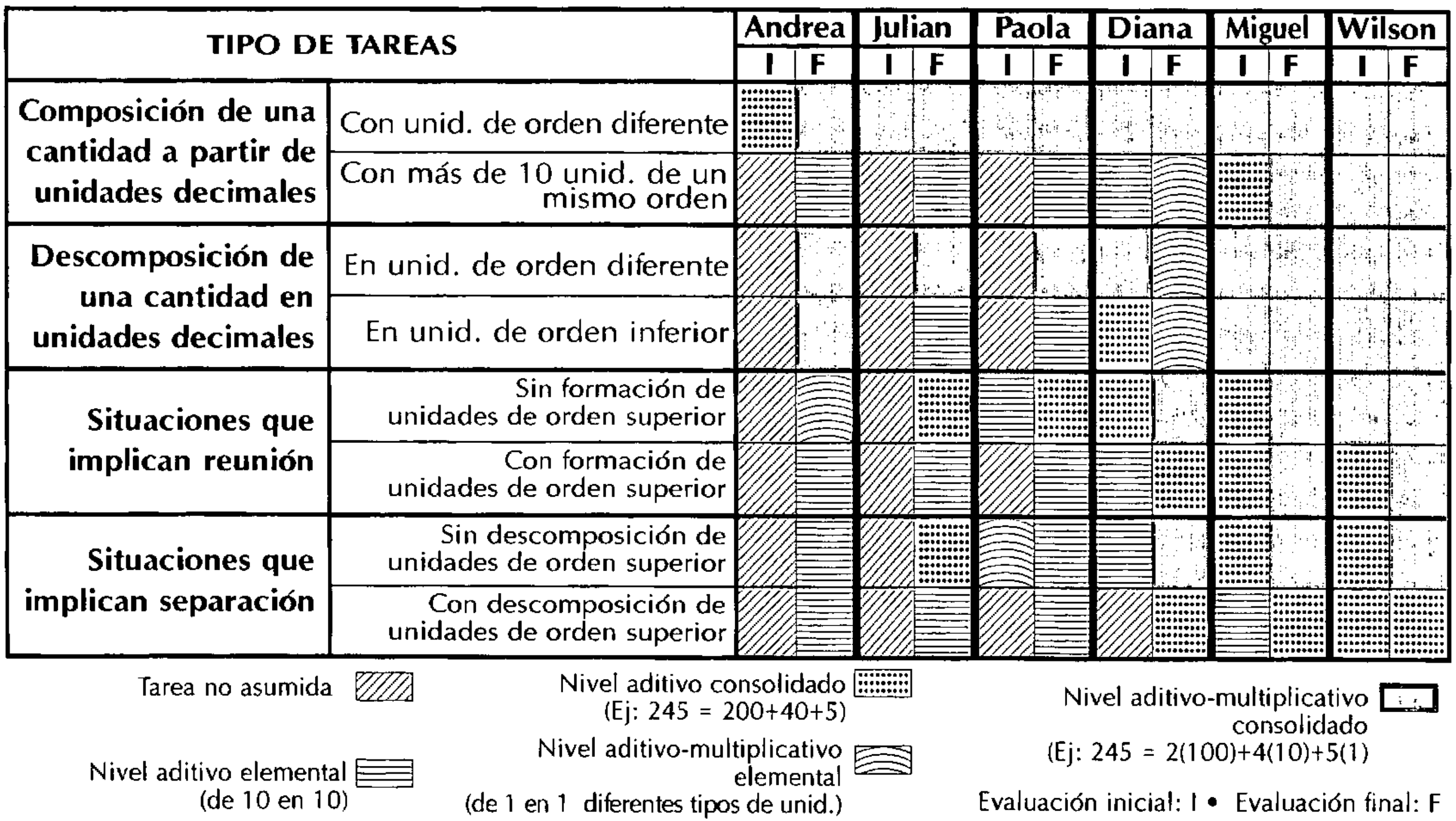


Grafico No. 1

Niveles de comprensión del S.D.N. - Curso Tercero

Círculo numérico de 100 -1200. Presentación aditiva y convencional



4

PROCESO DE LOS DOCENTES

Al igual que los niños, el proceso de los docentes debe mirarse en relación con el nivel de apropiación conceptual con que iniciaron la investigación, tanto a nivel pedagógico como con las Matemáticas y en particular, con el S.D.N y adicionalmente en las condiciones individuales disponibles para la reflexión pedagógica.

Tal como ya se mencionó en el apartado del enfoque metodológico, aunque se pretendió inicialmente configurar un equipo de docentes investigadores esto no pudo darse debido principalmente a las condiciones en que cada docente se vinculó a la investigación; la institución proporcionó 8 horas de descarga académica para la coordinadora de la investigación pero las otras dos docentes tenían a su cargo los niños durante toda la jornada de trabajo por lo que dentro del tiempo y el espacio institucionales no se contó con las condiciones adecuadas para la reflexión y la formación; adicionalmente, estas docentes no se pudieron vincular al proceso de reflexión y conceptualización que se generó en la jornada contraria con los asesores y las asistentes de investigación.

A pesar de las circunstancias, una de las docentes se configuró como investigadora y las otras dos se vincularon como participantes en la ejecución y evaluación de las diferentes estrategias implementadas en los cursos que tenían a su cargo.

Cada una de las docentes inició con un nivel de acercamiento a la propuesta distinto:

La docente de primero siempre había trabajado el sistema decimal de numeración desde un enfoque tradicional enfocado en la reproducción de modelos; por ello sus clases las dedicaba a la escritura y lectura de los numerales, al reconocimiento de las unidades, las decenas y las centenas y a la habilidad para seguir los proce-dimientos formales.

Adicionalmente la mayoría de actividades de aprendizaje se limitaban a la explicación en el tablero y a los ejercicios de mecanización en el cuaderno.

Para esta docente, empezar a asumir las diferentes estrategias de la nueva propuesta le generó miedo, inseguridad y estrés. Esto hizo que al comienzo de la implementación de la propuesta en su aula, realizara las actividades una vez por semana o cada quince días y durante el mes de noviembre no realizara ninguna.

Cuando se le preguntaba sobre la razón por la que las actividades no hacían parte de la diaria ejecución señalaba que necesitaba enseñar otros temas que las otras profesoras de primero estaban enseñando, que era extenuante la repartición y el manejo del material y el tener que pasar por cada grupo para revisar el trabajo y hacer las respectivas intervencionespor lo que terminaba mucho más cansada que de costumbre.

A pesar de ello, con el apoyo de la coordinadora de la investigación y a medida que fue pasando el tiempo, las actividades se fueron haciendo más frecuentes pero se mezclaban con algunas actividades tradicionales como planas de números y realización de sumas mediante el algoritmo convencional.

Para esta docente en particular, participar en el proceso significó acercarse y sensibilizarse a las diferentes estrategias y a la manera particular de dinamizar el ambiente de aula, pero no llegaron a constituirse en actividades cotidianas en la enseñanza del S.D.N. y tampoco logró acercarse de manera profunda al propósito de cada una de ellas.

La docente de segundo había iniciado en años anteriores un acercamiento a los planteamientos la propuesta "Descubro la matemática" de Jorge Castaño y participar en la investigación representó la oportunidad de trabajar de manera sistemática con diferentes estrategias para el aprendizaje del sistema decimal de numeración, acercándose al propósitos de las mismas.

Para ella, las diferentes actividades propuestas se convirtieron en las actividades cotidianas a través de las cuales desarrollaba la enseñanza del sistema decimal de numeración; agudizó la mirada sobre los procedimientos de los niños, los conflictos que se les presentaban y la manera de resolverlos, por lo que la reflexión sobre el por qué y el para qué de las representaciones y elaboraciones de los niños y de las estrategias sugeridas, se convirtió en una constante en ella.

Para mí, encargada del curso tercero, el proceso se dio a otro nivel; llevo ya varios años incursionando en la enseñanza de la Matemática y de la lengua escrita desde posturas de tipo constructivista, razón por la cual el nivel en el que inicié el proceso de investigación era muy diferente al de mis compañeras. Esto hizo que me pudiera configurar como investigadora y coordinadora del proyecto.

A través del proceso de investigación logré estructurar, ejecutar, coordinar y sistematizar una propuesta de intervención en el aula para la enseñanza del Sistema Decimal de Numeración en los grados de Primero a Tercero Primaria. El avance conceptual ganado en relación con la aritmética, con el sistema decimal de numeración, con el enfoque pedagógico y con la escritura, es considerable.

Tal como podemos ver, los logros en las docentes fueron diferentes dependiendo del nivel en que se vincularon al proceso y de las condiciones particulares con que cada una de ellas contó para participar en la investigación. Lo que sí es claro es que, independientemente del nivel conceptual manejado, cada uno de los aportes de las personas que configuraron el equipo de investigación fueron claves en los logros de los demás y en los resultados del proceso global.

5

ALCANCES Y LIMITACIONES

La propuesta tiene en cuenta elementos que son comunes a una población bastante amplia: niños que cursan los primeros grados escolares, de habla hispana, que viven en comunidades que manejan el sistema decimal de numeración y en cuya cultura son significativos los juegos reglados y los juegos de imitación de tipo compraventa.

Adicionalmente, pone en evidencia una manera de regirse en el aula por principios constructivistas del desarrollo del pensamiento y ubica en la práctica pedagógica los resultados de investigaciones realizadas en diferentes países sobre la manera como los estudiantes interpretan y escriben los numerales y realizan procedimientos propios al operar con cantidades.

Estas características hacen presuponer que puede ser aplicada en aquellas instituciones que tengan este tipo de poblaciones y que estén interesadas en un enfoque pedagógico de corte constructivista como el esbozado, realizando los ajustes necesarios en el proceso de contextualización.

Sin embargo, una de las mayores limitaciones no se encuentra en el tipo de población en la que puede ser aplicada sino en las características del proceso de formación de los docentes y directivos que deseen aplicarla.

La experiencia nos ha mostrado que el proceso puede resultar bastante lento y muy doloroso si no se cuenta con un equipo de trabajo, acompañamiento y/o apoyo, por cuanto el docente no sólo tiene que enfrentarse a sus propios miedos e inseguridades generados por una propuesta que rompe con los por qué, los qué y los cómo tradicionales de la enseñanza, sino además, a las resistencias de los padres de familia, de otros compañeros dentro y fuera de la institución y hasta de los mismos directivos.

El hacer del juego un elemento permanente del tiempo de trabajo en el aula, el trabajo continuo por parejas o por tríos, el ruido y movimiento constante, el poner en primer plano las representaciones de los niños y no las elaboraciones formalizadas de las Matemáticas y el sentir que se pierde el control del grupo como totalidad, desestabiliza al docente, le genera estrés y lo puede llevar al borde de la desesperación y la renuncia a la propuesta.

Es por ello que es imposible considerar el proceso de formación fuera de un proceso institucional de reflexión-acción garantizado por los encuentros frecuentes de los docentes para compartir los miedos y las inseguridades y avanzar en la conceptualización, la evaluación, la planeación y la sistematización del trabajo en el aula.

Adicionalmente, en los grupos demasiado numerosos (con más de 30 alumnos por curso), además del nivel de ruido que es necesario soportar, el seguimiento hecho a los diferentes grupos y niños en particular no se puede realizar con la frecuencia y en las condiciones necesarias para apoyar de manera eficaz el proceso; el número de alumnos por curso se constituye entonces en un elemento que puede llegar a limitar el desarrollo de la propuesta y los resultados de la misma.

Otro aspecto puede llegar a constituirse en un obstáculo en algunas instituciones, es la elaboración y consecución de materiales suficientes; la propuesta contempla garantizar set de materiales para cada pareja o trío de niños y la escuela pública en nuestro país aún considera los materiales como elementos de demostración y no como instrumentos de trabajo directo y permanente por parte de los niños*. Es por ello que la organización necesaria para la elaboración de los materiales o la consecución del dinero para la compra de los mismos puede constituirse en un obstáculo dado que para quienes aún manejan estándares tradicionales de trabajo en el aula, con el tablero y los cuadernos es suficiente para enseñar y para aprender.

*En el distrito capital, la mayoría de las dotaciones de material didáctico para as instituciones son de un set por jornada exceptuando los asignados a los cursos de Preescolar que asignan hasta cinco set por curso.

RECOMENDACIONES Y SUGERENCIAS

En relación con el campo de investigación

Para la ampliación de la propuesta a mayores niveles de conceptualización del S.D.N de los aquí contemplados sería importante realizar nuevas investigaciones del tipo Investigación-acción en el aula, con alumnos de cuarto, quinto, sexto y hasta séptimo grado y de esta manera tener un panorama de todo el proceso de apropiación del sistema por parte de los alumnos.

Así mismo sería importante abordar de manera más sistemática la evaluación de los niveles de comprensión del S.D.N. con miras a crear instrumentos estandarizados de evaluación y aprovechar la exploración que con relación a este aspecto se hizo dentro de la investigación; esto permitiría hacer exploraciones muestrales a profundidad de los niveles de desempeño logrados por los estudiantes en relación con el S.D.N. en contraposición a las actuales evaluaciones censales que intentan con una o dos preguntas dar cuenta del nivel alcanzado por los estudiantes en este aspecto.

Igualmente sería importante emprender, dentro del mismo enfoque pedagógico y disciplinar, otras investigaciones didácticas en relación con otros aspectos del pensamiento aritmético y/o matemático para poder contar con una perspectiva de intervención pedagógica integral en relación con el desarrollo del pensamiento matemático que transforme de manera importante los resultados obtenido hasta el momento con la educación tradicional.

Así mismo, es necesario realizar estudios más sistemáticos sobre el desarrollo de nuevos valores en relación con el conocimiento en general y la matemática en particular que genera este tipo de propuestas pues es quizá este aspecto uno de los valores agregados más importante a considerar en la transformación educativa.

En relación con la formación de docentes

Las diferentes investigaciones sobre el impacto de las diferentes estrategias de formación de docentes y los resultados de las diferentes evaluaciones de desempeño de los estudiantes muestran que las prácticas pedagógicas han cambiado muy poco en relación con los recursos que se han invertido en ello.

Con frecuencia se le ha apostado a procesos masivos de formación (cursos de vacaciones, conferencias, folletos, libros) por considerar que resultan más económicos y de resultados más inmediatos, pero dado el bajo impacto en la transformación de la escuela, la confianza excesiva en este tipo de estrategias se traduce en un despilfarro de recursos y en una pérdida de tiempo. O cómo se explica que todavía en la mayoría de escuelas del país la enseñanza de la aritmética básica y de la lectura y la escritura no haya cambiado sustancialmente en los últimos 50 años? .

Contrario a ello, los procesos de investigación acción tienen como objetivo precisamente la transformación de la práctica pedagógica no sólo de los maestros investigadores sino de aquellos que se vinculan como participantes del proceso de innovación. Es por ello que resulta una estrategia de formación efectiva y muy económica por cuanto quienes la logran poner en marcha son los mismos maestros y los costos de asesoría, de descarga académica y de reconocimiento de horas extras es mucho más bajo que la contratación de equipos de investigación y de formación externos.

Adicionalmente, aunque el proceso pareciera más lento (no se puede realizar durante unas vacaciones, por ejemplo) comparado con más de 50 años de inercia, es mucho más rápido y efectivo.

Es por ello que es prioritario pensar en la infraestructura necesaria para impulsar y apoyar efectivamente la investigación-acción como estrategia de formación.

En relación con el proceso investigativo

La conformación de un equipo de investigación docente no depende exclusivamente de la buena intención de los participantes; entre otros aspectos depende del nivel conceptual en el que se encuentren tanto pedagógica como disciplinarmente y del compromiso institucional con la calidad de la educación que desea propiciar. Es por ello que si se está interesado en crear una cultura de la investigación en la escuela se debe pensar en procesos a largo y mediano plazo, lo que implica pensar en la infraestructura necesaria para dar continuidad a los procesos.

No es posible emprender procesos de investigación acción sin tener la oportunidad de planear, evaluar, discutir y conceptuar sobre lo realizado en el aula, en cortos períodos de tiempo. Los maestros, al igual que los niños aprendemos haciendo, reflexionando sobre los resultados de nuestras acciones, representando y comunicando lo que hacemos y confrontando con la práctica y con otros lo que pensamos. Es por ello que se necesita apoyar con descarga académica y con el reconocimiento de horas extras a aquellos maestros que emprendan procesos investigativos.

En cuanto al tiempo de desarrollo, las investigaciones de tipo investigación acción en el campo educativo se realizan a través del año escolar razón por la cual el tiempo de preparación del equipo de investigación y la apropiación de un marco conceptual inicial debe darse como mínimo durante un período de 6 meses anteriores a la iniciación del año escolar; de la misma manera, el proceso de consolidación de la sistematización de la experiencia debe darse en un período de 6 meses después de la intervención por lo que se sugiere entonces un período mínimo de dos años para este tipo de investigaciones.

En relación con la logística, El IDEP, la SED, el CADEL y las directivas institucionales deben actuar coordinadamente en relación con las políticas de apoyo a la formación e investigación educativas para evitar la duplicación de acciones y la tramitología en el apoyo necesario para el desarrollo de las investigaciones.

En cuanto al manejo de presupuesto, se debe dar autonomía a los investigadores por cuanto son ellos los que saben el tipo de recursos que necesitan y la calidad de los mismos; aunque el ordenador del gasto puede asesorar en los asuntos legales que así lo requieran, la decisión sobre los recursos humanos y materiales que se contraten debe estar en manos de los investigadores para garantizar la calidad y el alcance de los resultados.

Así mismo, la dinámica de una investigación-acción en el aula exige la toma de decisiones rápidas y efectivas sobre la marcha, por cuanto la actividad escolar es diaria y continua; es por ello que se deben garantizar mecanismos administrativos institucionales ágiles que permitan la ejecución rápida y oportuna de las acciones y recursos que se necesitan.

En relación con la propuesta

La enseñanza del S.D.N se debe ubicar dentro de una propuesta pedagógica para la enseñanza de la aritmética y de la Matemática en general, razón por la cual sería contradictorio pensar en trabajar la propuesta presentada sin cambiar la forma como se abordan los otros aspectos de la Matemática; un referente de apoyo para la básica Primaria lo constituye la propuesta "Descubro la Matemática" de Jorge Castaño.

La propuesta implica cambios radicales en relación con el sentido, el contenido y la metodología en la enseñanza, lo que hace que, además de enfrentarse a los miedos e inseguridades propios que esto genera, los docentes que la implementen deban lidiar con las resistencias de parte de padres y otros docentes que no la conozcan y que no estén interesados en el momento; es por ello que se necesita del apoyo institucional para implementarla y de una dinámica de reflexión-acción por parte de los docentes participantes y de la realización de talleres permanentes con los padres y los maestros que no participan, para estimular la sensibilización hacia alternativas pedagógicas, la reflexión y la toma de conciencia.

Adicionalmente, si se quiere garantizar el proceso de todos los alumnos y aprovechar al máximo el tiempo que los niños permanecen en la escuela, es necesario pensar en grupos con máximo 30 alumnos (en nuestra escuela los grupos son de más de 40 alumnos). Con frecuencia, las políticas de cobertura terminan deteriorando la calidad de los procesos por cuanto se obliga a los docentes a trabajar con grupos numerosos que no pueden atender adecuadamente pero que en cambio sí logran generar altos grados de estrés y baja tolerancia.

BIBLIOGRAFIA

BISHOP, Alan. Enculturación Matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural. Barcelona: Piados, 1999.

BUSTOS, F. Análisis crítico al constructivismo de la renovación curricular. Material mimeografiado. 1.992.

CARR , W y KEMMIS, S. Teoría crítica de la enseñanza: la investigación acción en la formación del profesorado. Barcelona: Martínez Roca, 1988.

CASTAÑO, Jorge. El conocimiento matemático en el grado cero. Bogotá: MEN. 1992.

_______________La Matemática en Preescolar y Básica Primaria. En Revista Educación y Cultura No 40. 1996.

_______________.Hojas pedagógicas 1 al 10. Colección Matemáticas. Serie lo numérico. Fundación Restrepo Barco. 1.995-1998

_______________ Robotín. Serie "Descubro la Matemática". Bogotá: Saberes y Escuela, 1999.

_______________ Descubro la Matemática. Cartillas de trabajo de Segundo y Tercero primaria. Bogotá, 1995. Material fotocopiado.

------------------y otros. Un marco para la comprensión del sistema decimal de numeración. Bogota: Univ. Javeriana-DIE-CEP. 1990.

------------------y FORERO, Amparo. Instrumento para la evaluación de logros en el conocimiento matemático. En Instrumento para la evaluación de logros en el conocimiento matemático y la lengua escrita. Bogotá: Corporación para el desarrollo de la educación básica-MEN. 1997

CARR, Wilfred. Calidad de la enseñanza e investigación acción. Sevilla: Díada editora. 1993.

COLL, C y otros. El constructivismo en el aula. Barcelona: Editorial Grao. 1993.

CARR, W. KEMMIS, S. Teoría Crítica de la enseñanza. Barcelona: Martínez Roca. 1.988.

DELGADO, J y GUTIERREZ, J. Métodos de investigación en Ciencias Sociales. Madrid: Ed. Síntesis. 1995

DICKSON L y otros. El aprendizaje de las Matemáticas. Labor, 1991.

FLAVELL, J. La psicología evolutiva de Jean Piaget. Buenos Aires: Paidós. 1968.

GOMEZ, Carmen. Procesos cognoscitivos en el aprendizaje de la multiplicación. Rev. Infancia y Aprendizaje. n°15. 1981.

HOPKINS, D. Investigación en el aula: Guía del profesor.
KAMII, C. El niño reinventa la aritmética. Madrid: Visor. 1981.

__________ Redescubriendo la Aritmética II. Madrid: Aprendizaje Visor. 1994
__________. Valor de posición: una explicación de sus dificultades e implicaciones educacionales para los alumnos de Primaria. Cuadernos de Psicología. 1988. Vol 9 N° 2.

KEMMIS, S. El currículo: Más allá de la teoría de la reproducción. Madrid: Morata, 1a
LERNER, Delia. La Matemática en la escuela. Buenos Aires: AIQUE. 1995.

______________. La Matemática aquí y ahora. Buenos aires: AIQUE. 1.998.

MESA Orlando. Criterios y estrategias para la enseñanza de las Matemáticas. Bogotá: MEN. 1.997

MOCKUS, A. Formación Básica y Actitud científica. En Revista Educación y Cultura No 8. 1.986

MOLL, L (compilador). Vigotsky y la educación. Buenos Aires: AIQUE, 1994

PIAGET, Jean. Desarrollo y aprendizaje. En Serie Fundamentos de la educación de Felix Bustos. Material mimeografiado .Traducción de Felix Bustos del original "Developmet and learning" en Piaget rediscovered de Ripple y Rockastle. Cornell University. 1964.

___________. La formación del símbolo en el niño.. Bogotá: Fondo de Cultura Económica, 1994.

PORLAN. R y otros. (compiladores). Constructivismo y enseñanza de las ciencias. Sevilla: Díada Editora, 1997.

POVEDA, Mery. El origen de las dificultades en el aprendizaje de la Matemáticas. Separata en Interacción Etnica N° 5. 1.996
_____________Construcción del conocimiento en Matemáticas y lengua escrita. Escola-net. Cuadernos pedagógicos N° 1. Bogotá: Pontificia Universidad Javeriana-Fé y Alegría, 1997

_____________Y otros. Reencuentro con la Matemática . En Revista Educación y Cultura N° 40. 1996

RESNICK, L. y FORD, W. La enseñanza de las Matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Madrid: Paidos y Ministerio de Educación y Ciencia. 1998

RODRIGO, M. ARNAY, J. (compiladores) La construcción del conocimiento escolar. Barcelona: Paidos. 1997.

SECRETARIA DE EDUCACIÓN PUBLICA DE MEXICO. Lo que cuentan las cuentas de sumar y restar. En: Serie Libros del Rincón. Mexico. D.F. 1993 .

SEGURA, D y otros. Vivencias de Conocimiento y cambio cultural. Bogotá: EPE-COLCIENCIAS. 1995

STONE, M. (compiladora). La enseñanza para la comprensión. vinculación entre la investigación y la práctica. Barcelona: Paidós, 1999.

VASCO, C. Un nuevo enfoque para la didáctica de las Matemáticas. Bogotá: MEN. 1994.

VERGNAUT, G. El niño las matemáticas y la realidad. México: Trillas. 1991.

VYGOTSKI, L. El desarrollo de los procesos psicológicos superiores. Barcelona: Editorial Crítica. 1.989.

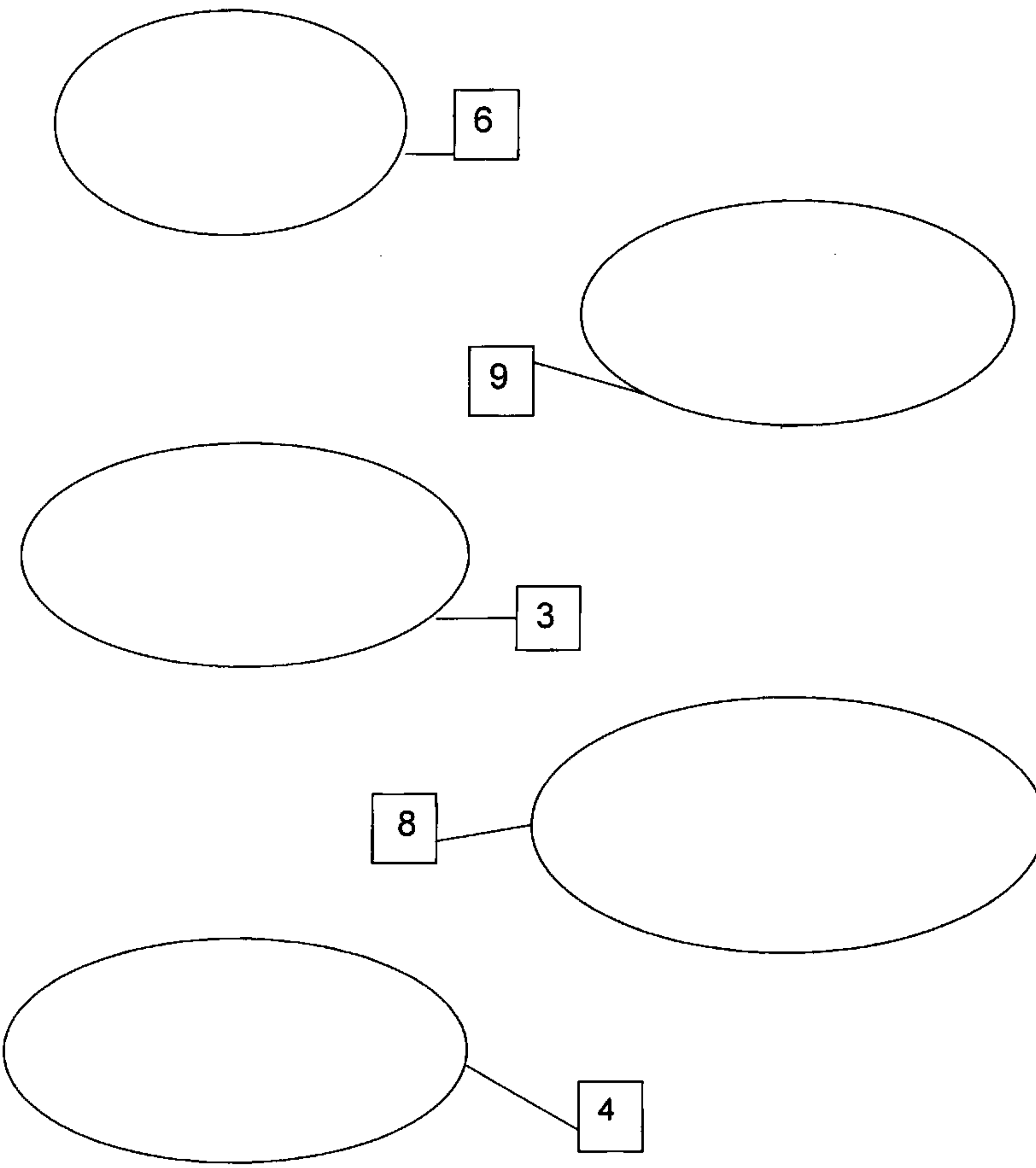
ANEXO I

PRUEBA DE DIAGNOSTICO SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN CURSO PRIMERO)

NOMBRE: ______________________________ **FECHA** ____________________

Cumpleaños ______________________________

1. Dibuja en cada óvalo la cantidad de bolitas que dice el número que está al lado



2. Sabe qué números son estos?

3 7 8 10 15 23 27 35

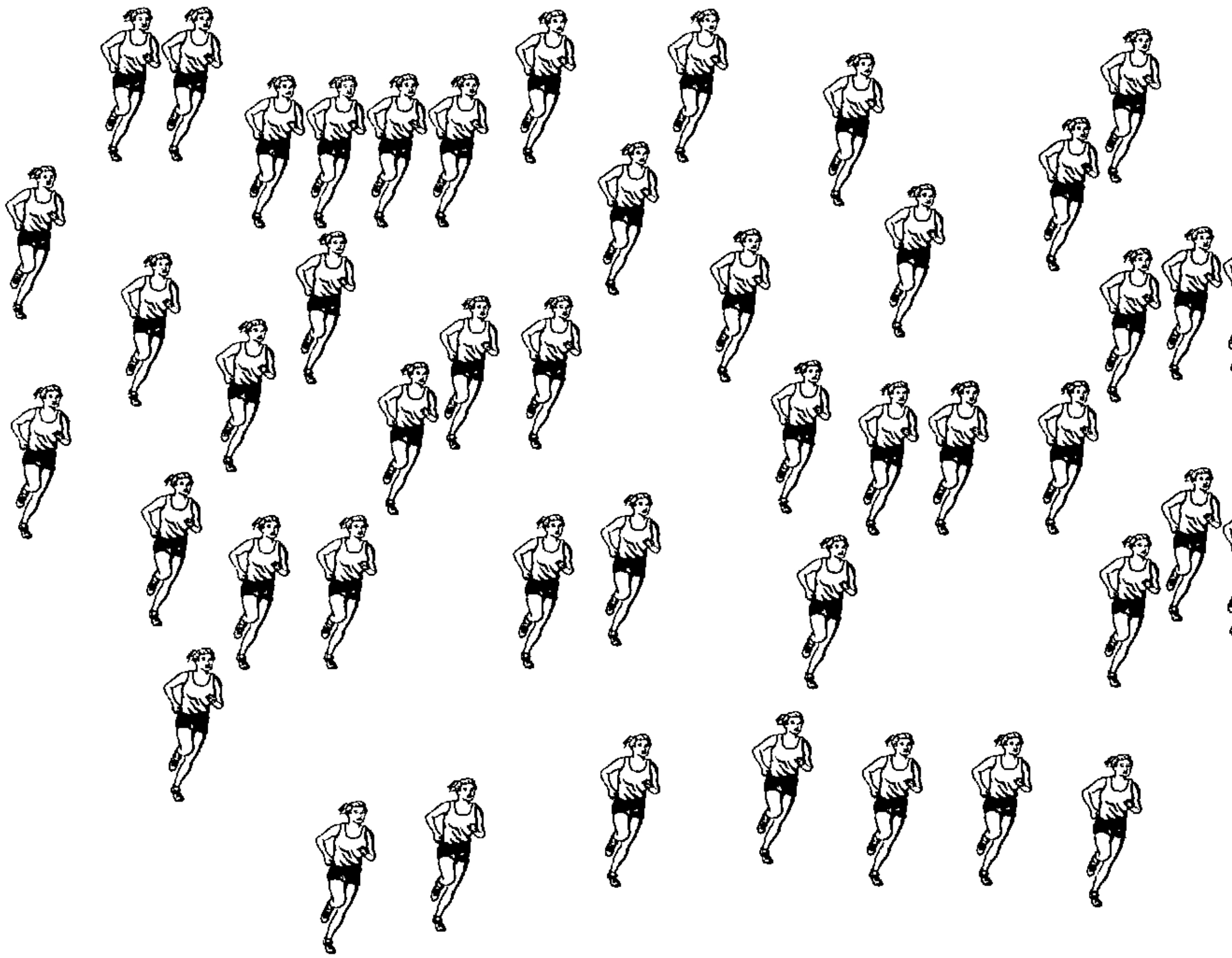
37 47 52 64 78 82 93

125 159 324 250 304

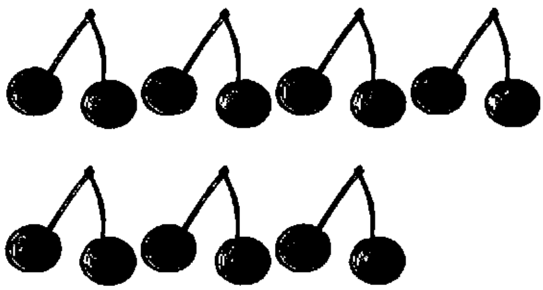
3. Escriba los siguientes números

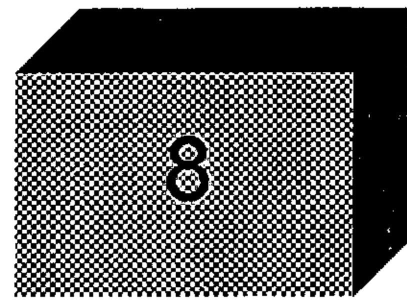
Siete, cuatro, catorce, dieciocho, veinticinco, treinta y cuatro, cuarenta y ocho, cincuenta y seis, sesenta y cuatro, setenta y dos, ochenta y tres, noventa y siete, ciento veinticinco, doscientos treinta, trecientos cinco

4. Cuántos deportistas hay en la hoja?.

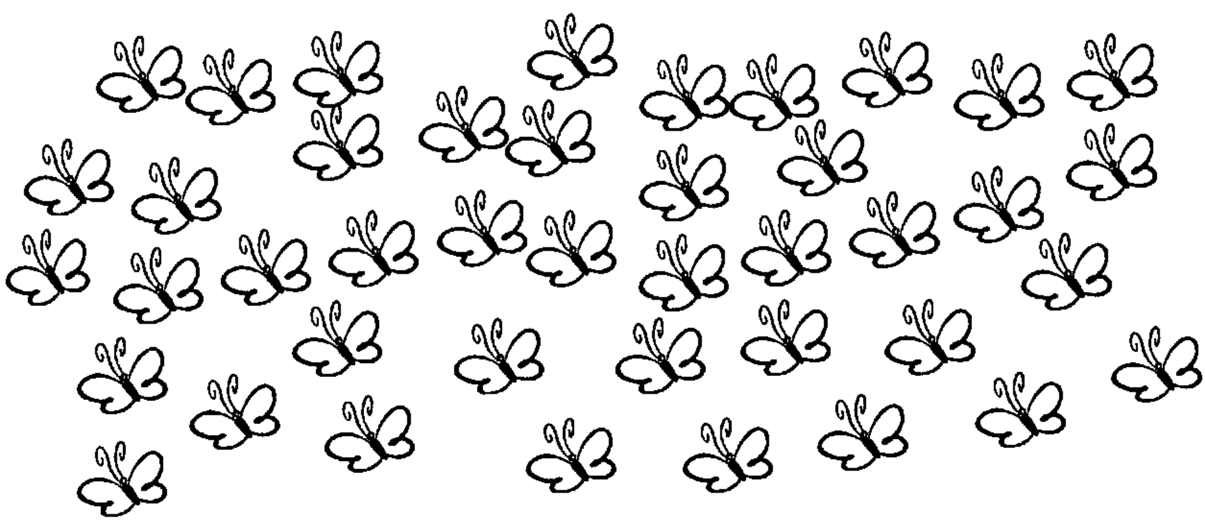


Un niño esta empacando cerezas. Ya empaco en la caja 8, ahora va a seguir empacando los que quedan por fuera y las va contando. ¿Cuántas cerezas habrá en la caja cuando termine de echarlas todas?

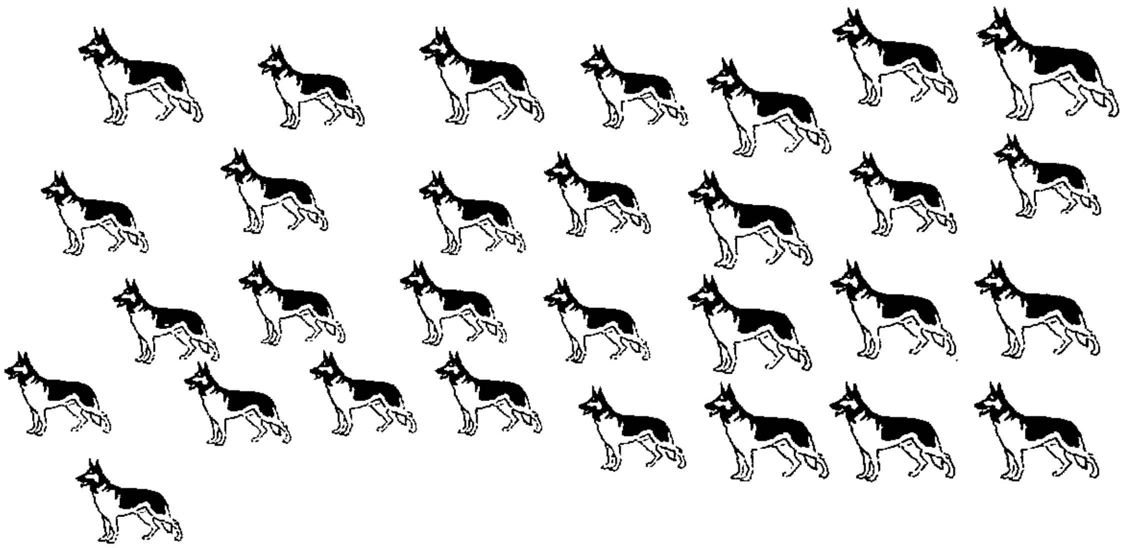




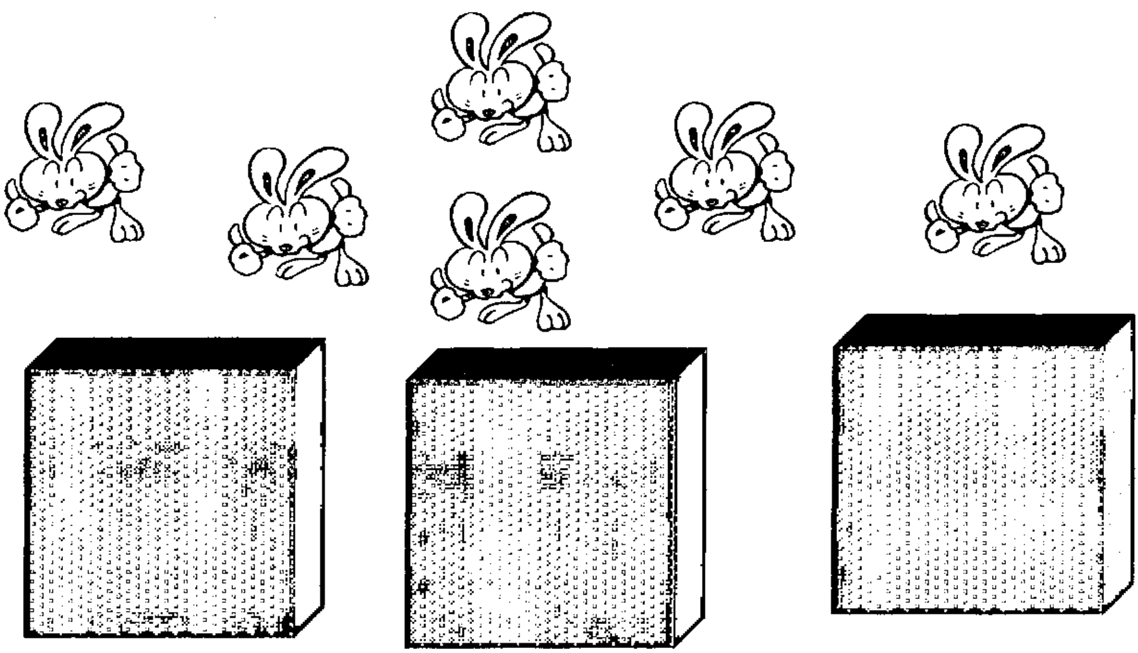
- Hay 42 mariposas y se deben empacar en bolsas. En cada bolsa solo se pueden empacar de a 10 mariposas. Cuántas bolsas se necesitan para empacar las 42 mariposas y cuántas quedan por fuera?



Se van a empacar 30 perros de juguete en cajas, en cada caja caben 10 perros. ¿Cuántas cajas se necesitan para empacar los 30 perros?



En estas cajas se empacaron de a 10 conejos de peluche en cada caja y quedaron estos seis por fuera. ¿Cuántos conejos hay por todos?



CED VILLA AMALIA- IDEP
MATEMATICAS CURSO SEGUNDO
DIAGNOSTICO SISTEMA DECIMAL DE NUMERACION

NOMBRE:____

Fecha________ **Edad**_____ **Cumpleaños**_________________________

1. Escriba el nombre de los siguientes números.

73____

60____

14____

356____

200____

480____

605____

2. Escriba los números correspondientes:

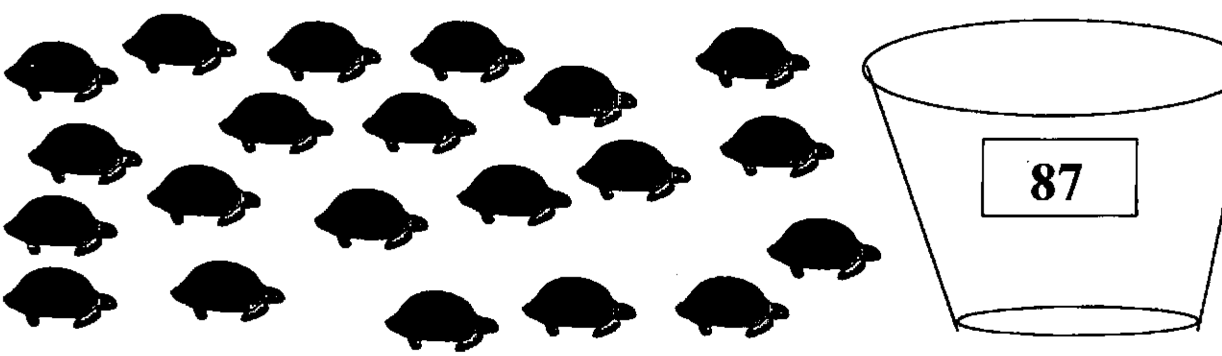
Trece:_________
Treinta y nueve______________
Setenta_________________
Seiscientos.________________
Noventa y cinco________________
Cuatrocientos cincuenta y tres______________
Trescientos Ocho_____________

3. Cuente de 10 en 10, empezando en el primer número que está escrito:

30						
70						
24						

4. Una señora está empacando las copas en la caja. Ya ha empacado 16. Cuánt copas deben quedar dentro de la caja cuando haya terminado de empacarl todas?

5. En un zoológico necesitan cambiar de lugar a las tortugas recién nacidas y l están echando en un balde. En el balde ya hay 57 tortugas. Cuántas tortugas ir en el balde cuando las hayan echado todas dentro?.



6. Unos niños están jugando a la tienda. Cada uno ha comprado dos cosas. ¿Cuán
dinero pagó cada niño por cada cosa que compró y cuánto gastó por todo?

CAMILO

Helado

1 1 10 10 1

Colombina

10 1 1 1 1 10 10

Por el helado pagó________________ Por la colombina pagó________________

Camilo gastó en las dos cosas____

PEDRO

Chicle

1 1 1 1 1 10 1 1

Arepa

10 1 10 1 1 1 1 1

Por el chicle pagó______________.Por la arepa pagó____________________

Pedro gastó en las dos cosas____

CARLOS

Emparedado

10 10 10 1 10 10 10 10 1

Jugo

1 10 1 1 10 10 10 10 10

Por el emparedado pagó______________ Por el jugo pagó________________

Carlos gastó en las dos cosas____

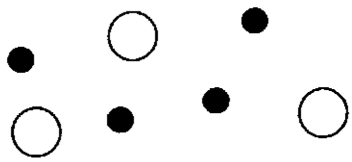
7. Unos niños están jugando en el patio con las canicas. Por cada canica que tien ganan puntos así:

● 1 punto

○ 10 puntos

¿Cuántos puntos ganaron los siguientes niños?

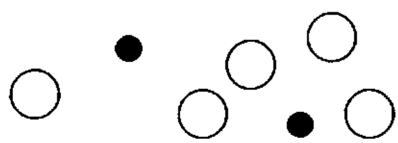
CARLOS



Carlos tiene ______________________

____

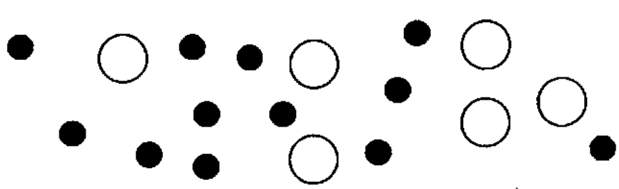
NICOLAS



Nicolás tiene ______________________

____

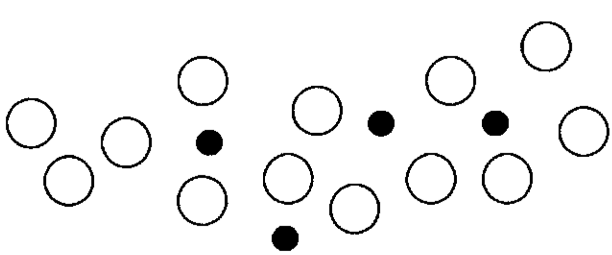
MARIO



Mario tiene ______________________

____

SEBASTIAN



Sebastián tiene ______________________

____

8. En una fábrica de colores empacan los colores en bolsas. En cada bolsa tien que echar de a 10 colores ¿Cuántas bolsas necesitan las siguientes personas pa empacar los colores que les dieron?

FELIPE: Tiene 40 colores

Felipe necesita____

JAVIER: Tiene 80 colores

Javier necesita____

PAOLA: Tiene 35 colores

Paola necesita____

ANDREA: Tiene 78 colores

Andrea necesita____

MARIO: Tiene 125 colores

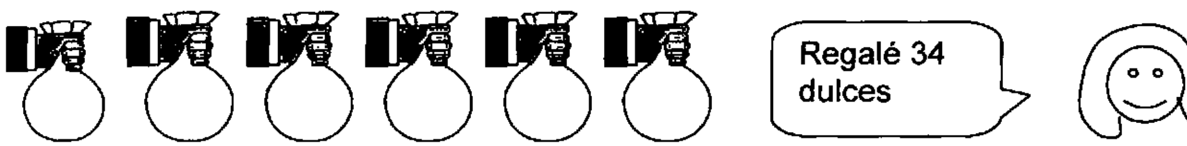
Mario necesita____

9. El día de los niños, Fabián y sus amigos fueron a un Centro Comercial recogieron dulces. Los echaron en bolsas de a 10 dulces y los que sobraban l dejaban sueltos. Cuando llegaron a la casa les regalaron a sus hermanit Cuántos dulces le quedaron a cada niño después de regalarle a sus hermanos?

FABIAN:

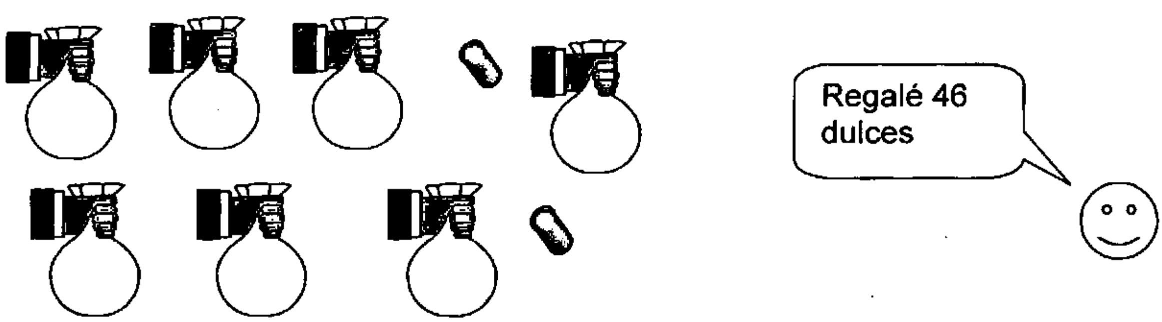
A Fabián le quedaron________________________________

CAROLINA:



A Carolina le quedaron____

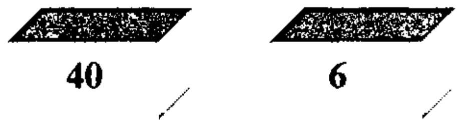
MAURICIO:



A Mauricio le quedaron:____

10.En una tienda, después de vender cada día dulces a los niños, en las caj quedaban algunos y el dueño las marcó con el número de dulces que quedaba ¿Cuántos dulces quedaron cada día?. Escriba con números y con letras cantidad:

LUNES

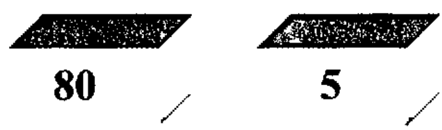


El Lunes quedaron ____

MARTES

El Martes quedaron ____

MIERCOLES



El Miércoles quedaron ____

JUEVES

El Jueves quedaron____

VIERNES

El Viernes quedaron ____

11.Clara está llenando un álbum de Pokemón y anota en cada hoja las láminas q
va pegando cada día. ¿Cuántas láminas pegó Clara cada día en su álbum?.

LUNES

8	6

TOTAL____________________
____

MARTES

7	50	4

TOTAL____________________
____

MIERCOLES

30	40	8

TOTAL____________________
____

JUEVES

5	40	80

TOTAL____________________
____

12. Unos niños están jugando a ganar fichas con cientos, dieces y unos como estas.

100	10	1

Ellos van anotando las fichas que se van ganando en unas tablas. Cuánto se ga cada niño?.

María:

Unos	5
Dieces	3

José:

Unos	O
dieces	5

María ganó________________________ José ganó________________________

Carlos:

Unos	13
Dieces	2
Total	

Adriana:

Unos	5
Dieces	14
Total	

Carlos ganó______________________.......Adriana ganó ______________________

Lucía:

Dieces	4
Cienes	2
Unos	3
Total	

Lucía ganó____

13. Unos niños están jugando a ser cajeros de una tienda con billetes que ell mismos inventaron y deben hacer la cuenta del dinero que ya han recibido por venta de algunas cosas. Cuánto dinero completa cada uno con los billetes que acaban de entregar?

Tengo **23** pesos y me dan estos billetes.

30	4

La niña completa______________________________

Tengo **28** pesos y me dan estos billetes

50	3

El niño completa______________________________

Tengo **53** pesos y me dan estos billetes

70	4

El niño completa______________________________

Tengo **65** pesos y me dan estos billetes.

80	7

La niña completa______________________________

14. Unos niños están jugando a ser compradores en una tienda con billetes que el
mismos inventaron. Cómo hace cada niño para pagar lo que compró y cuánto
sobra?.

40	6

Con estos billetes debo pagar **24** pesos

A la niña le sobran________________________________

80	6

Con estos billetes debo pagar **54**pesos

Al niño le sobran________________________________

5	40

Con estos billetes debo pagar **28** pesos

Al niño le sobran________________________________

..4	90

Con estos billetes debo pagar **78** pesos

A la niña le sobran________________________________

ANEXO III

PRUEBA DE DIAGNOSTICO S.D.N. CURSO TERCERO

NOMBRE:____
Fecha:____________________**Edad**________**Cumpleaños**___________

1. Escriba el nombre de los siguientes números.

873____

360____

504____

214____

700____

3.578______________________________________

4.200______________________________________

7.050______________________________________

5008_______________________________________

2. Escriba los números correspondientes:

Setecientos cincuenta y tres:__________
Doscientos ochenta._______________
Seiscientos.__________________
Quinientos doce________________
Trescientos Ocho_____________
Dos mil quinientos cuarenta y tres_____________
Tres mil doscientos __________________
Cinco mil ochenta.___________________
Cuatro mil seis.______________________

3. Cuente de 10 en 10 empezando en el primer número que está escrito:

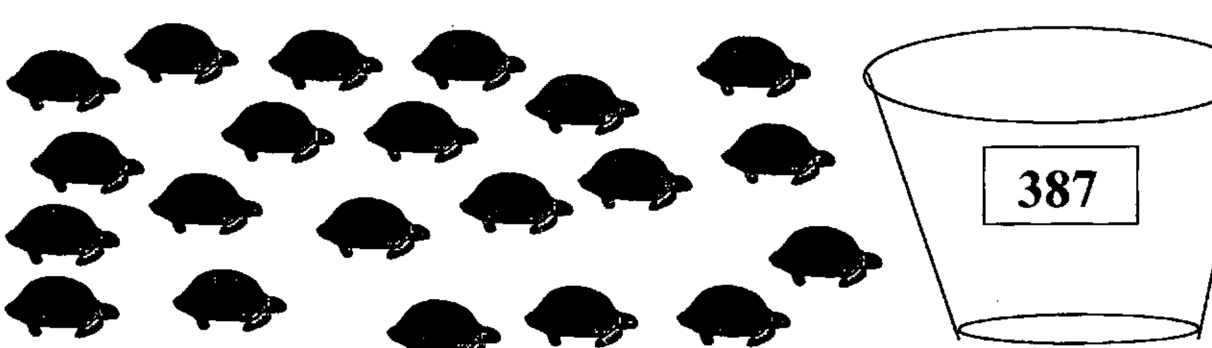
60						
53						
450						

Cuente de 100 en 100 empezando en el primer número que está escrito

600						
750						
523						

4. Una señora está empacando las copas en la caja. Ya ha empacado 97. Cuánt copas deben quedar dentro de la caja cuando haya terminado de empacarl todas?

5. En un zoológico necesitan cambiar de lugar a las tortugas recién nacidas y l están echando en un balde. En el balde ya hay 387 tortugas. Cuántas tortug irán en el balde cuando las hayan echado todas dentro?.



Unos niños están jugando a la tienda con billetes de juguete. Cada uno compró dos cosas. Cuánto dinero gastó cada niño en las dos cosas que compró?

CAMILO

Chicle

10 10 1 1 100

1 1 100 10

Colombina

10 1 100 1 100

1 100 1 1

Por el chicle pagó________________ Por la colombina pagó________________

Camilo gastó en las dos cosas________________________________

PEDRO

Arepa

100 10 10 1 1

1

1 100 1 100 1

100 1

Helado

100 100 1 1 100

1 1 1 1 1 1

Por la arepa pagó________________ Por el helado pagó________________

Pedro gastó en las dos cosas________________________________

CATALINA

Gaseosa

10 100 100 10

1 10 10 10

1 1

Emparedado

100 10 10 100

10 100 10 10

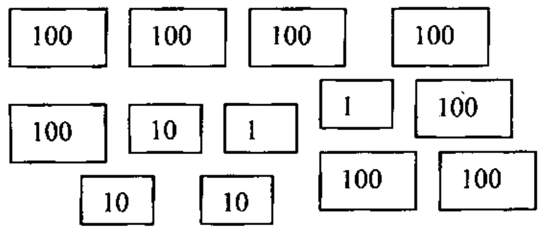
10

Por la gaseosa pagó________________ Por el emparedado pagó________________

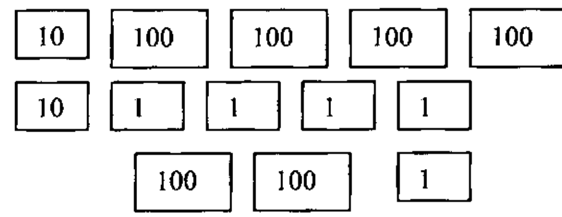
Catalina gastó en las dos cosas________________________________

JOSE

Hamburguesa



Kumis

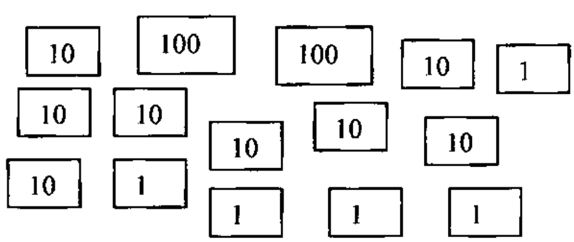


Por la hamburguesa pagó__________________ Por el kumis pagó__________________

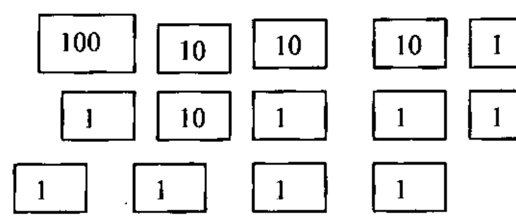
José gastó en las dos cosas____

ISABEL

Churro



Chicle



Por el churro pagó____________________ Por el chicle pagó ____________________

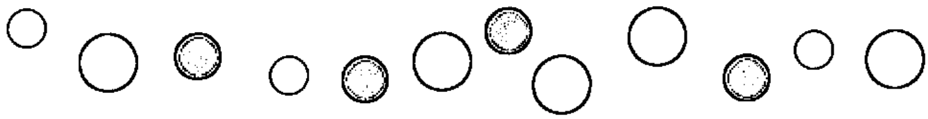
Isabel gastó en las dos cosas____

6. Varios niños están jugando canicas y según el color y el tamaño les están dan
diferentes valores así:

 **100 puntos**  **10 puntos**  **1 punto**

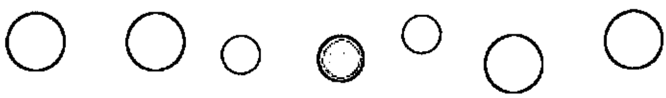
Cuántos puntos han ganado los siguientes niños?

CAMILO



Camilo ha ganado ______________________________

PEDRO



Pedro ha ganado ______________________________

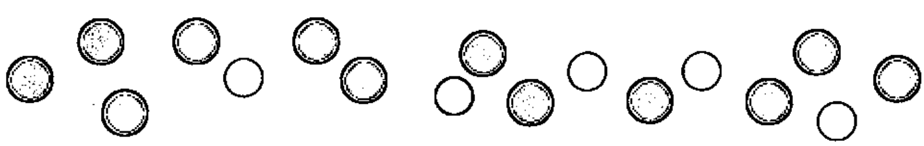
ANDRES

Andrés ha ganado ______________________________.

FABIO

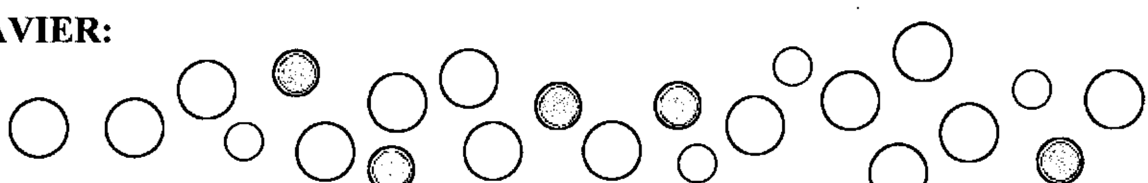
Fabio ha ganado ______________________________

OSCAR



Oscar ha ganado ______________________________

JAVIER:



Javier ha ganado ______________________________

7. En una fábrica de colores empacan los colores en cajas y en bolsas. En cada ca echan 100 colores y si sobran los echan en bolsas de a 10 colores. Cuántas caj y cuántas bolsas necesitan los siguientes empleados para empacar los colo que les dieron para empacar?:

ROSA: 635 colores.

Rosa necesita____________________________________

LUIS: 320 colores

Luis necesita____________________________________

SAMUEL: 504 colores.

Samuel necesita____________________________________

CARMEN: 1.256 colores.

Carmen necesita____________________________________

PABLO: 2.005 colores

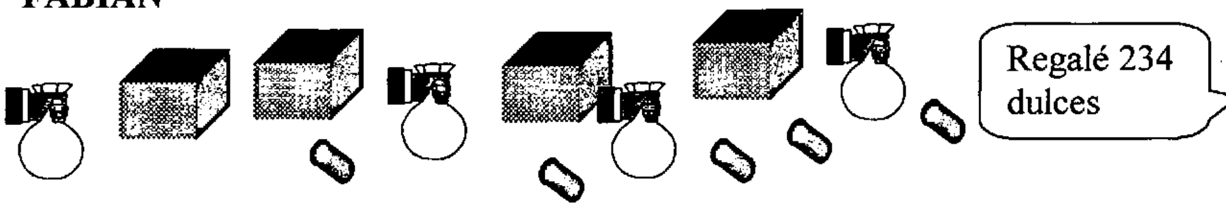
Pablo necesita____________________________________

JOSE: 3.840 colores

José necesita____________________________________

8. El día de los niños, Fabián y sus amigos fueron a un Centro Comercial recogieron dulces. Los echaron en cajas de a 100 dulces y los que sobraban l echaban en bolsas de a 10 dulces y si todavía sobraban los dejaban suelto Cuando llegaron a la casa les regalaron a sus hermanos más pequeños. Cuánt dulces le quedaron a cada niño después de regalarle a sus hermanos?

FABIAN



A Fabián le quedaron______________________________

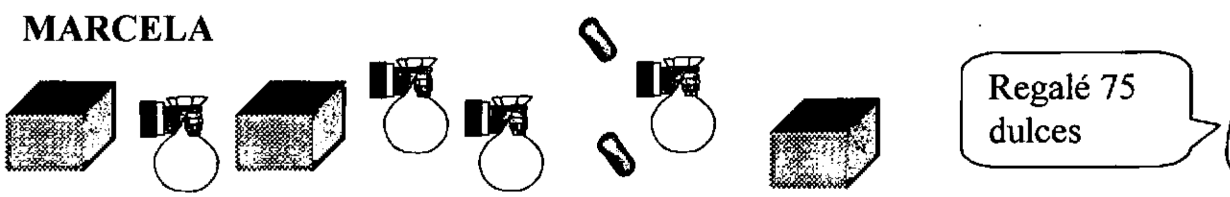
CAROLINA:

A Carolina le quedaron______________________________________

MAURICIO

A Mauricio le quedaron_____________________________________

MARCELA



A Marcela le quedaron___________________________________

PEDRO:

A Pedro le quedaron_____________________________________

9. En una tienda, después de vender cada día dulces a los niños, en las caj quedaron algunos y el dueño las marcó con el número de dulces que quedaro Cuántos dulces quedaron cada día?. Escriba con números y con letras cantidad:

LUNES

6 80 400

El Lunes quedaron ______________________________

MARTES

10 500 4

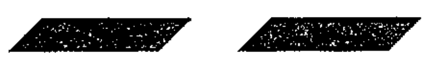
El Martes quedaron ______________________________

MIERCOLES

50 400

El Miércoles quedaron ______________________________

JUEVES



8 300

El Jueves quedaron ______________________________

VIERNES

500 60 2000

El Viernes quedaron ______________________________

10. Una niña está llenando un album y cada día va anotando las láminas que pegando en cada hoja. Cuántas láminas pegó cada día en total?

LUNES

7 | 20 | 5

TOTAL ____________________
____

MARTES:

70 | 4 | 60

TOTAL ____________________
____

MIERCOLES:

40 | 80 | 9 | 7

TOTAL ____________________
____

JUEVES

300 | 50 | 80 | 5

TOTAL ____________________
____

VIERNES:

400 | 60 | 70 | 8 | 4

TOTAL ____________________
____

11. Unos niños están jugando a ganar puntos con unas fichas que tienen cientos, dieces y unos.

100	10	1

Ellos van anotando las fichas que se van ganando en unas tablas. Cuántos punt se ganó cada niño?.

María:

Unos	5
Cienes	4
Dieces	8

José:

Unos	17
Cienes	2
Dieces	3

María ganó____________________ José ganó ____________________

Carlos:

Unos	17
Dieces	3
Cienes	2

Adriana:

Unos	3
Dieces	14
Cienes	4

Carlos ganó____________________........Adriana ganó____________________

Lucía:

Unos	3
Cienes	12
Dieces	4

Lucía ganó____________________

12. Unos niños están jugando a ser cajeros de una tienda con billetes que ell mismos inventaron y deben hacer la cuenta del dinero que ya han recibido por venta de algunas cosas. Cuánto dinero completa cada uno con los billetes que acaban de entregar?

Tengo **352** pesos y me dan estos billetes.

200	30	4

La niña completa ____________________

Tengo **238** pesos y me dan estos billetes

100	20	5

El niño completa ____________________

Tengo **476** pesos y me dan estos billetes

200	50	2

El niño completa ____________________

Tengo **924** pesos y me dan estos billetes.

400	30	5

La niña completa ____________________

Tengo **286** y me dan estos billetes

500	40	8

El niño completa ____________________

13. Unos niños están jugando a ser compradores en una tienda con billetes que ell mismos inventaron. Cómo hace cada niño para pagar lo que compró y cuánto sobra?.

500	80	6

Con estos billetes debo pagar **352** pesos

A la niña le sobran ______________________________

60	4

Con estos billetes debo pagar **28** pesos

A la niña le sobran ___________________________

200	50	6

Con estos billetes debo pagar **72** pesos

Al niño le sobran ______________________________

600	30	3

Con estos billetes debo pagar **278** pesos

A la niña le sobran ________________________________

300	40	1

Con estos billetes debo pagar **85** pesos

Al niño le sobran _________________________________

ANEXO IV
ENTREVISTA INICIALSOBRE EL SISTEMADECIMAL DE NUMERACIÓN
Nº 3-3 NIVEL B

Niña:Paola andrea Jaimes . Grado: Tercero Edad: 8 años 5 meses
Entrevistador: Mery Aurora poveda. Fecha: Mayo 7/2001

1. MANEJO CONVENCIONAL DEL NÚMERO

1.1 LECTURA

E: te voy a escribir unos números y tú me dices cuáles son:
E: 873
N: No sé
E:360
N: No sé
E: 504
N: 504
E: 214
N: 214
E: 360 (Nuevamente el número que le había señalado al comienzo)
N: 360
E: 873
N: ochos... No sé
E: 700
N: (va moviendo suavemente los labios) 700
E: yo vi que movías la boquita, como contado?
N: Sí
E: Cómo contabas?
N: 200,400,500,600,700
E: Y este 958
N: No
E: y este 900
N: novecientos
E: y este 800
N: ochocientos
E: y este 950
N: Novecientos cincuenta
E: y este 971
N: novecientos setenta y uno

1.2 Escritura.

E: Ahora te voy a dictar unos números y tú los escribes:
N: escribe correctamente) 753, 600, 280 512 (Se demora y finalmente lo escribe correctamente)
E: Te quedaste pensando, que pensabas?
N: Que no sabía
E: 308
N: 38
E: y este (38)
N: 38

E: (Señalando los dos números) que número es este (El 38 que había señalado como 308)
N: 308
E: y este (38)
E: ¿Es lo mismo escribir 308 qué 38?
N: Se queda mirando a la profesora a la expectativa)
P: ¿No sabes?
N: No
E: y este (2568)
N: No
E: y este (3200)
N: No
E: Intenta escribirlo como tú imaginas
N: 302
E: y 3452?
N: 30452
E: y como te imaginas, por ejemplo 2500
N: 2050
E: ¿por qué crees que se debe escribir un cero acá?
N: Por que si son 2000 debería ir ahí un cero

1.3 Sucesiones

E: En esta caja hay 60 fichas. Si echamos 10 más cuántas se completan?...y 10 más?
N: 70, 80
E: Como sabes tan rápido
N: por que si tengo 60 y echo 10 y son 70 y otros 10 son 80
E: y 10 más
N: 90
E: y 10 más?
N: (se demora) 110?.120.130
E: Esta seguro o me preguntas?
N: Sí
E: En esta otra caja tengo 73 fichas. Sí echamos 10 más, cuántas se completan?
N: (Se demora un rato)No sé
E: Ayúdate de los deditos ¿Sí le echamos 10 más? ¿Cuánto sería?
E: (Señalando los dedos)73 y uno más?
N: 74, 75 (No sé)
E: En esta caja hay 400,fichas.Sí echamos 100 más Cuántas se completan? Y 100 más
N: 500, 600, 700, 800, 900, (se demora) No sé más
E:
N: se demora (no sé)
E: En esta caja hay 730 fichas: Si le echamos 100 más cuántas se completan?
N: (Se demora)No sé
E: En esta caja hay 720 fichas. Si echamos 100 más, cuántas se completan?
N: 730, 740, 750

1.4 Conteo

E: Una señora está empacando las copas en una caja. Ya ha empacado 97. Cuándo ella termine de echar todas las copas, cuántas quedan dentro de la caja?
N: (Cuenta las copas de 1 en 1)97, 98... (bien hasta 106) 106, 108, 109, 110, 111, 112, 114, 115, 116

E: En un zoológico necesitan cambiar de lugar alas tortugas y las están echando en un balde: En el balde ya hay 398 tortugas. Cuando haya echado todas las tortuguitas, cuántas quedan en el balde?
N: 388, 389... (Demora) 380 y 10, 380 y 11, 380 y 12 y 380, 13 390 y 14 390 y... (Calla; silencio
E: En que estas pensando?
N: (Se le olvido)¿en donde iba?
E: vuelve a empezar
N: 388, 389, 380 y 13, 380 y 10, 380 y 11, 380 y 12, 380 y 13,380 y 14, 380 y15, 380 y16, 388, (para)
E: En esta caja hay 89 colores (Dibuja una caja). Si tuviéramos que echar estos que están por fuera (Dibuja 12 colores) ¿cuántos tendríamos?
N: 89, 90, 91, 92... 98, 99, 100, 101
E: Estas nerviosa?
N: sí
P: No te preocupes que lo estás haciendo muy bien y estamos aprendiendo mucho contigo sobre cómo piensan los niños como tú

2. COMPOSICIONES A PARTIR DE CIENTOS DIECES Y UNOS.

2.1. Referidos al manejo del dinero

2.1.1. Composición de una cantidad a partir de unidades decimales

E: Unos niños están jugando a la tienda. Estos son los billetes que pagó por un chicle. Cuánto valió el chicle (2 de 100, 3 de 10 y 4 de 1)
N: 234 (cuenta sobre cada billete de acuerdo con el valor)
E: Y la colombina (3 de 100 1 de 10 y 5 de 1)
N: 100, 200, 300, 310, 311, 312...313 (va contando sobre cada billete)
E: Y la arepa (4 de 100, 2 de 10, y 6 de 1)
N: 400, 410, 420, 421, 422, 423 (se enreda con los nombres de los números) vuelve a empezar 400, 410, 420, 421, 422, 423, 244, 245
E: Y el helado?
N: 100, 200, 300, 301...308
E: Y el emparedado?
N: 300, 310...360, 350, 360
E: 360 y 10 cuánto es? (sobre los mismos billetes sobre los que la niña había dicho 360)
N: 370
E: y 10?
N: 380

2.1.2. Composición de dos partes presentadas c/u en dieces y unos

E: Cuánto le valió el chicle y la colombina a Camilo? (234 y 415)
N: 100, 200, 300, 400, 500 (sobre los de 100) 510, 520, 530, 540 (sobre los de 10) 550, 560, 570, 580, 590 (sobre los de 1) (levanta la mirada como sí ya hubiera terminado pero aún no ha contado los billetes de 1 de la colombina)
E: Y los billetes de 1 de la colombina?
N: 590, 510, 530 , 540, 550 (sobre los billetes de uno. Además pasa de 590 a 510)
E: Cuánto valen estos billetes (señala los de 1)
N: 1
E: Y cuánto son estos dos?
N: 2
E: Y entonces cuántos es por todo?
N: 100, 200...500 (sobre los de 100) 510, 520...540 (sobre los de 10) 541, 542...549
E: Y Pedro cuánto paga por la arepa y el helado?
N: 100, 200...700 (sobre los de 100) 710, 720 (sobre los de 10) 721, 722, 724...(se le olvida donde va y vuelve a empezar) 100, 200.......729, 720 y 11 720 y 12 720y 13720 y 14
E: Puedes contar solo los de 1?
N: 1, 2...14
E: Puedes contar solo los de 10 y los de1?
N: 10, 20 21, 22....34 (sobre los de 10 y los de1)
E: Y ahora puedes contar con los de 100?
N: 100, 200....700 (sobre los de 100) 710, 720 (sobre los de 10) 721, 722...729, 720y 10, 720 y 11, 720 y 12, 720 y 13, 720 y 14
E: Y Catalina (gaseosa 253 y emparedado 380)
N: 100, 200...500 (sobre las de 100) 500, 520...590 (sobre los de 10) 510, 520, 530, 531, 532, 33 (pasa de 590 a 510)
E: Aquí dijiste 590 y 10 510 (sobre los billetes que había señalado antes la niña). 590 y 10 son 510?
N: 600
E: Entonces cuánto es por todo?
N: 600, 601, 602, 603 (sobre los otros billetes de 10) 604, 605, 606 (sobre los de 1)
E: Estos billetes cuánto valen? (sobre los de 10 que acaba de contar como de uno)
N: 100, 200...500, 510, 520...590, 600, 610, 611 (sobre uno de 10) 612, 613, 614 (sobre los de 1)
E: y José cuánto pagó por la hamburguesa y el kumis?
N: 100, 200... 900, 1000, 1100...1400, 1402, 1403, ,14
E: Aquí (el billete señalado por la niña como 1450) ibas en 1450 y con este (de 1) Cuánto sería?
N: 1451, 1452, 1453...1457
E: Y cuánto valió el churro y el chicle?
N: 100, 200, 300 (sobre los de 100) 310, 320...390, 310 (sobre los de 10 pasa de 390 a 310)
E: 390 y 310 son 310?
N: 400, 410 (sobre los de 10) 401, 402, 403...409, 500, 501, 502, 503 (Pasa de 410 a 401. Además de 409 a 500)
E: Después de 409 qué sigue?
N: 450
E: Puedes contar después de 458?
N: 458, 459, 411

E: Qué sigue después de 459?
N: 600
E: puedes contar después de 51
N: 51, 52...59, 60
E: 459 y 1 Cuánto es?
N: 600

2.2. Situaciones diferentes a manejo del dinero

E: Varios niños están jugando canicas y según el color y el tamaño les están dando diferentes valores: estas grandes valen 100 puntos (las señala), estas medianas valen 10 puntos y estas pequeñas valen 1 punto. Cuántos puntos se ganó Camilo? (5 de 100, 4 de 10 y 3 de 1)
N: (Cuenta señalando cada canica con los dedos) 100, 200... y 500, 510, 520, 530, (silencio) 540, 550 (cuenta una más de 10)
E: Cuantas hay de 10
N: Cuarenta (contando nuevamente sobre las canicas) 510, 520, 530, 540... (mirando y sin señalar con los dedos) 543
E: Y Pedro?(4 de 10,1 de 100 y 2 de 1)
N: (mirando solamente)400, 500... 520
E: Cómo contó?
N: (vuelve a contar señalando cada canica) 400, 500, 600, 620
E: Y Fabio? (3 de 100 y 8 de 1)
N: Trescientos... (cuenta mentalmente las 8)Trescientos ocho
E: Y Oscar 12 de 10 y 5 de 1)
N: Contando sobre las canicas)10, 20, 30... 80, 90 110(¡), 120, 131, 132, 133, 134, 135
E: Tú sabes contar de 10 en 10?
N: sí
E: Cuenta hasta 120
N: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120
E: después de 90 que sigue 100 o 110
N: 90, 100, 110
E: Y cuantos puntos ganó Javier?
N: 100, 200 (señalando con los dedos) 900, 1000, 1010, (silencio) 200, 300, 400, 500,510, 520, 540, (¿!) 560, 561, 562, 564
E: por todo?
N: 100, 200... 800,1000 (¿), Sobre las d 100 continúa de 1000 en 1000)2000 (¿)... 600, .6010, (sobre las de 10)6020, 6030, 6040, 6070, (¿), 6071 (sobre las de 1)6072, 6073, 6074

3. DESCOMPOSICIÓN DE UNA TOTALIDAD EN CIENTOS DIECES Y UNOS.

E: En una fábrica se necesita empacar dulces echando de a 100 en cajas y si sobran echando de a 10 en bolsas plásticas. Cuántas cajas y cuántas bolsas necesita Rosa para empacar los dulces que le dieron? (635)
N: (En silencio se queda mirando los números)
P: Entendió la pregunta
N: No
E: Vuelve a repetir la pregunta

N: 6 cajas
E: Y bolsas
N: 8
E: por que
N: por que acá hay 3 son 3 bolsas
E: En cada bolsa, cuantas se echan
N: 10
E: Y esto son 3 dulces (mostrando el 3 de 635)
N: No, 30
E: Cuantas bolsas necesitaba?
N: 3
E: Y los 5
N: 3 bolsas no, 8
E: para empacar 5 dulces se necesitan 5 bolsas
N: Sí
E: Por que?
N: Por que hay 5
E: Entonces cuántas cajas y cuántas bolsas necesita para echar los dulces?
N: 6 cajas y 8 bolsas
E: Y Luis? (320)
N: Son 3 cajas, una bolsa y quedan 10
E: Y esas 10 no las puede echar en otra bolsa
N: Sí, cajas 10 y bolsas 2
E: y Samuel (504)
N: 5 cajas y 4 bolsas
E: Se acuerda en cada bolsa cuantas hay que echar
N: de a 10
E: puede echar e 4 bolsas, 4 dulces
N: (Pensando) acá son 5 cajas (en el 5)y acá (en el 4) le queda una bolsa y quedan 3
E: (Pasa a la prueba de segundo). Cada niño debe echar de a 10 colores en cada caja. Cuántas cajas necesita Felipe? (40 colores)
N: 4 cajas
E: Cómo sabes?
N: Por que si le dieron 40 y son de a 10, necesita cuatro cajitas
E: Y Javier (80 colores)
N: (Inmediatamente) 8
E: Y Paola? (35 colores)
N: Sobran 5 y tres cajas
E: Cómo sabes que sobran 5?
N: Por que si tuviera otros 5 serían 4 cajas
E: Y Andrea? (78)
N: 7 cajas y sobran 8 colores

4. SITUACIONES QUE IMPLICAN SEPARACIÓN DE CANTIDADES PRESENTADAS EN CIENTOS DIECES Y UNOS.

E: El día de los niños Fabián y sus amigos fueron a un centro comercial y recogieron dulces. Los echaban en cajas de a 100 dulces y los que sobraban los echaban en bolsas de 10 y si todavía sobraban los dejaban sin empacar. Cuando llegaron a la casa les regalaron a sus hermanos más pequeños. Cuántos dulces le quedaron a Fabian (445-234)

N: Quito estos doscientos (señala las dos primeras cajas) quedan 200 y estas 3 bolsas, quedan 10 y estos cuatro dulces queda 1 entonces quedan 211
E: Y cuánto le queda a Carolina (52-27)
N: Quito estas dos bolsas (señala las dos primeras) y de esta (la tercera) quito 7 y quedan 3, entonces quedan 25
E: Y Mauricio (425-52)
N: (se queda pensando un buen rato)
E: De donde puede sacar cincuenta?
N: De acá (de uno de 100)
E: Y cuántas quedarían?
N: 500
E: Cuántas hay ahí (en la caja)
N: 100
E: Y si saca 50 quedan 500?
N: No sé
(Se muestra cansado y se suspende)

5. COMPOSICIÓN DE UNA CANTIDAD A PARTIR DE SUS COMPONENTES DECIMALES PRESENTADAS ADITIVAMENTE.

5.1. Con componentes decimales de diferente orden.

E: En una tienda, después de vender cada día dulces a los niños, en las cajas quedaron algunos y el dueño las marcó con el número de dulces que quedaron cada día. Cuántos dulces quedaron sin vender el Lunes?(700 80 6)
N: 786
E: Y el Martes?
N:514
E: Y el Miércoles?
N: 450
E: Y el Jueves
N: 308
E: Y el Viernes
N: 2560

OBSERVACIONES:
Estuvo nerviosa cuando se di cuenta que no podía hacer bien las cuentas: Pasa de 90 a 110 en más de una oportunidad.
Trabaja de 10 en 10 sin problema pero no coordina simultáneamente 100, 10 y 1 cuando debe componer.
Pareciera más difícil contar de 1 en 1 que avanzar de 10 en 10 después 100

5.2. Con agrupaciones de más de 10 unidades del mismo orden.

E: Una niña está llenando un album y cada día va anotando las láminas que va completando pero no puede sacar la cuenta de todas las láminas que lleva pagadas cada día. Cuantas lámina tenía el Lunes? (20, 7 y 5)
N: (Piensa un rato)32
E: Como lo hizo?
N: 27 (señalando el 20 y 7)28, 29, 30, 31, 32, (contando con los dedos

E: y el Martes? (70 60 4)
N: Si acá (en el 70) son 70 y 7 (contando con los dedos) 8, 9, 10 son 100, 110, 120, 130 y 4
E: y el Miercoles (40, 80, 9, 7)
N: 40 y 80 ...(con los dedos 50, 60, 80, (?) 90, 10, 120, 130, (luego miró al 9)113, 132....139, 110 (?) 111, 112, 113, 114, 115, 116
E: Me pareció que habías saltado un número. Si quieres puedes hacer la cuenta otra ves
N: (con los dedos)50, 60, 70, 80, 90, 110, 120, (sobre el 9 y con los dedos)121, 122...129, 1001, 1002. 1003, 1004, 1005, 1006,1007
E: "Tú sabes contar despues de 20
N: sí
E: que sigue después de 22
N: 23, 24...29, ...29
E: Aquí (sobre el 9 de la hoja) dijiste 129 ,1000.sigue 1000 después del 129?
N: hace señal de no con la cabeza)
E: Después de 29 que sigue?
N: 30
E:y después de 129 que sigue?
N: 1000
P Y el Jueves cuantas láminas tenía? (200,20, 30 5)
N:255
E: Estas son las láminas que tenía el Viernes Tú sabes que número es este (señalando el 300)
N: No (indicando con la cabeza)
E:300
N: (Cuenta con los dedos)135
E: Como hizo la cuenta ?
N:Aquí hay 300, (sobre el 300) y 5...50 y8 (mirando el 80 cuenta con los dedos)60, 70, 80, 90,...130 y 5 , 135
E:Tená 300 y luego me dices 135, quedaría bien?
N: No (con la cabeza)
E:Como quedaría mejor?
N: (no dice nada)
E: Tú Sabes contar de 10 en 100 despues de 300?
N: No
E:·300 y 100
N: 400
E:Y cien más?
N: 500
E: Estas fueron las láminas que tenía el Sabado
N: (Piensa un rato)148 (Hace la cuenta de 60 y 70 y 8 2 pero no la suma al 400)
E: Coó hizo la cuenta?
N:400 y 60 y 70, (sobre los dedos) 70, 80, 90, 100, 120, 130, (obre el 8) 138, (sobre los dedos)139, 110,(¿), 111, 112.
E: Con los 40 de aquí?
N: 400 y 60, 60 6 (pasa de 60 a 6), (sobre los dedos) 7, 8, 9, 10 son 100, 110, 120, 130 (sobre los dedos), 138, 139, 110 (¿), 111, 112 (también sobre los dedos)

6. COMPOSICIÓN DE CANTIDADES A PARTIR DE UNIDADES DECIMALES PRESENTADAS EN FORMA ADITIVA-MULTIPLICATIVA

E: Un niño esta anotando los puntajes que sacan sus amigos en un juego pero todavía no ha podido sacar la cuenta total de cada uno. Cuántos puntos sacó María (4 cienes, 8 dices, y 5 unos)
N: 485
E: Y José? (6 cienes, 1 diez, 2 unos)
N: 612
E: Y Carlos? (5 cienes y 4 dieces)
N: 540
E: Y Adrian?
N: (Se queda pensando un rato)
E: Sabes cuánto es 8 cienes?
N:800
E: Y 3 unos
N: 3
E: Y cuánto es 800 y 3?
N: 803
E: Cuántos puntos sacó Diego?
N. (Se queda pensando un buen rato y no dic nada)
E:Sabes Cuánto son 10 dieces?
N:20
E: Y 8 dieces?
N: 80
E: Y 10 dieces
N: 10
E: Un solo 10 son 10, pero 10 dieces?
N: 100 (se ríe al darse cuenta de lo que había dicho antes)
E: 10 dieces son 100 y 17 dieces
N: (Cuenta de 10 en 10 con los dedos) 180
E: Cómo hiciste la cuenta?
N: Si diez dieces son 100 y son 17, entonces 100 (cuenta con los dedos)110, 120, 130,150, 160, 170
E: 17 deces son 170 y 8 unos
N:178
E: Cómo supo?
N: como 17 cienes son 170 y le aumento 8, 178
E: Y cuántos puntos saco Lucí?
N: (Se queda pensando un buen rato)
E: En que piensas?
N: Es que no sé hacer la cuenta
E: Tü sabes cuanto es 10 cienes?
N.100
E: Un solo 100 Cuánto es?
N: 100
E: Y cien también son 100?
N: (Cuenta con los dedos de 100 en 100) 1000

E: 10 cienes son 1000, pero como son 12 cienes ?
N: (De inmediato) 2000? (insegura9
E: Cómo hizo la cuenta?
N: 100, (contando con los dedos) 200, 300, 400, 500,...1000, 2000

7. **SITUACIONES QUE IMPLICAN REUNION DE DE DOS CANTIDADES: UNA DESCOMPUESTA ADITIVAMENTE Y Y LA OTRA PRESENTADA CON SIGNOS CONVENCIONALES.**

E: Unos niños están jugando a ser cajeros de una tienda con billetes que ellos mismos inventaron y deben hacer la cuenta del dinero que ya han recibido por la venta de algunas cosas. Esta cajera tiene 352 pesos y le dan estos billetes (200 30 y 4). Cuánto reúne?

N: 300 y 200 (Con los dedos cuenta de 100 en 100) 500; 50 y 30 (con los dedos cuenta de 10 en 10) 80, y 4y 2 son 6 entonces son 586.

E : Este cajero tiene 238 pesos y le dan estos billetes (100 20 y 5).
N: (Va moviendo los labios y los dedos) 350 y 13.
E: queda bien decir 350y13?
N: No sé como se hace.

E: Este cajero tiene 476 pesos y le dan estos billetes (200 50 y2)
N. (Mueve los labios y los dedos. Se queda un buen rato pensando)
E. En qué estás pensando?
N. En 50 y 70. 30?
E. 50 y 70 son 30?
N. No sé cómo hacerlo

E: Esta niña tiene 924 pesos y le dan estos billetes (400 30 y 5)
N. (Cuenta con los dedos). No lo puedo hacer.
E. Hasta dónde hiciste la cuenta?
N: 900 y 400, 130 y 30y 20, 50 y 4 y 5 (con los dedos cuenta) 9, pero no sé más.

8. **SITUACIONES QUE IMPLICAN SEPARACION DE CANTIDADES PRESENTADAS EN FORMA ADITIVA Y CON SIGNOS CONVENCIONALES**

E: Unos niños están jugando a la tienda. Conoces estos Billetes? (los señala)
N: (La niña indica sobre los billetes) 500, 80, 6
E: Cuánto le queda a la niña después de pagar? (con 500, 80, y 6 pagar352)
N: le quedan 200, si son 500 (indica con los dedos) y quita 3 son 200, tengo, quito 6 y que dan 3, entonces quedan 30, tengo 6 quito 2, entonces quedan 4
E: Entonces por todo cuanto queda 200. 230. 234 (repite, nuevamente los cuenta)
N: Tengo 6 y le quito 2; quedan 40; no se puede quitar 8 a 4
E: ¿Con 64 no se puede pagar 28?
N: (no)
E: Que es más plata 64 o 28
N: 64
E: y no puede pagar 28

N: no, porque... a 4 no se puede quitar 8
E: y con los 40 no se puede pagar
N: (sonríe) (hace cuentas) no, no se puede
E: por que?
N: (No dice nada)
E: Con los cuarenta no se puede pagar 8?
N: (Haciendo cuentas) sí... Sobra 40 son 4 y con los otros 4 son 8 entonces no sobra nada
E: (Cambia a un nivel inferior). El día de los niños, unos niños fueron a recoger dulces a un centro comercial. Los echaron en bolsitas y en cada bolsa echaron de a 10.
Pedro llenó estas bolsas (dibuja 3 bolsas) y le quedaron 6 dulces por fuera (los dibuja)Si le dio a su hermano 18 dulces, cuántos le quedaron?
N: Sobran 5
E: Cómo hizo?
N: Acá hay 6, (señalando los 6 dulces), me faltan 2, se coge de esta bolsa, (señala una de las bolsas), me quedan 8, me quedan 18(teniendo en cuenta la bolsa que queda)
E: Camilo recogió estos dulces (8 bolsas y dos dulces sueltos) Cuántos dulces recogió?
N: Por todos hay 82
E: Y le regalo a sus primitos 35. Cuántos dulces le quedan?
N: (Mirando las bolsas) 32... (sigue mirando) 43
E: Cómo hizo la cuenta?
N: (Señala una bolsa) aquí quita 3 y me quedan 2 (hace cuentas como sí hubiera 5 en las bolsas
E: cuántos hay, 5 o 10?
N: (cuenta con los dedos). sobran 7
E: Y entonces cuántos dulces le quedan a Camilo?
N:.47, por que si acá (en una bolsa) tenía 3, sobran 7 y entonces acá hay 4 (las 4 bolsas que sobran), 47

OBSERVACIONBES
No diferencia Números de 2 o 3 ceros (200 o 2000)
Oscila entre lo aditivo y lo aditivo–multiplicativo; no logra componer una totalidad (se centra en una de las unidades)
No coordinación de 2 unidades con cantidades escritas en números

ANEXO V

CED VILLA AMALIA-IDEP
S.D.N.
INSTRUMENTO PARA SEGUIMIENTO NIÑO DE NIVEL ALTO .
CURSO SEGUNDO

1. En una fábrica de colores empacan los colores en cajas y en bolsas. En ca caja echan 100 colores y si sobran los echan en bolsas de a 10 color Cuántas cajas y cuántas bolsas necesitan los siguientes empleados p empacar los colores que les dieron para empacar?:

ROSA: 635 colores.

Rosa necesita____

CARMEN: 1.256 colores.

Carmen necesita____

1. Un niño está anotando los puntajes que sacan sus amigos en un juego pe todavía no ha podido sacar la cuenta total de cada uno. Ayudémosle colocan el total de cada niño, con números y con letras.

José:

Unos	17
Dieces	3
Cienes	2
Total	

Claudia:

Unos	3
Dieces	14
Cienes	4
Total	

________________________ ________________________

2. Unos niños están jugando a ser cajeros de una tienda con billetes que ell mismos inventaron y deben hacer la cuenta del dinero que ya han recibi por la venta de algunas cosas. Cuánto dinero completa cada uno con l billetes que le acaban de entregar?

Tengo **238** pesos y me dan estos billetes

100	20	5

El niño completa____________________________

Tengo **476** pesos y me dan estos billetes

200	50	2

El niño completa________________________________

3. Unos niños están jugando a ser compradores en una tienda con billetes q ellos mismos inventaron. Cómo hace cada niño para pagar lo que compr cuánto le sobra?.

60	4

Con estos billetes debo pagar **28** pesos

A la niña le sobran______________________________

200	50	6

Con estos billetes debo pagar **72** pesos

Al niño le sobran__________________________________

ANEXO VI

S.D.N.

INSTRUMENTO PARA SEGUIMIENTO NIÑOS DE NIVEL ALTO

CURSO TERCERO

1. Una niña está llenando un album y cada día va anotando las láminas que va pegando en cada hoja. Cuántas láminas pegó cada día en total?

VIERNES:

400	**60**	**70**	**8**	**4**

TOTAL ______________

____

1. En una fábrica de colores empacan los colores en cajas y en bolsas. En cada caja echan 100 colores y si sobran los echan en bolsas de a 10 colores. Cuántas cajas y cuántas bolsas necesitan los siguientes empleados para empacar los colores que les dieron para empacar?:

PABLO: 2.005 colores

Pablo necesita______________________________________

JOSE: 3.840 colores

José
necesita____

2. Unos niños están jugando a ganar puntos con unas fichas que tienen cientos, dieces y unos.

100	10	1

Ellos van anotando las fichas que se van ganando en unas tablas. Cuántos puntos se ganó cada niño?.

Carlos:

Unos	**17**
Dieces	**3**
Cienes	**2**

Adriana:

Unos	**3**
Dieces	**14**
Cienes	**4**

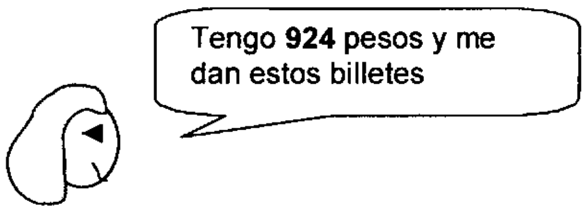
María ganó______________________ José ganó ____________________

Lucía:

Unos	**3**
Cienes	**12**
Dieces	**4**

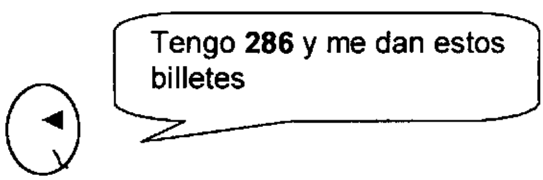
Lucía ganó_______________________

Unos niños están jugando a ser cajeros de una tienda con billetes que ellos mismos inventaron y deben hacer la cuenta del dinero que ya han recibido por la venta de algunas cosas. Cuánto dinero completa cada uno con los billetes que le acaban de entregar?



400	30	5

La niña completa______________________________



500	40	8

El niño completa______________________________

Unos niños están jugando a ser compradores en una tienda con billetes que ellos mismos inventaron. Cómo hace cada niño para pagar lo que compró y cuánto le sobra?.

300	40	1

Con estos billetes debo pagar **85** pesos

Al niño le sobran________________________________

600	30	3

Con estos billetes debo pagar **278** pesos

A la niña le sobran_______________________________

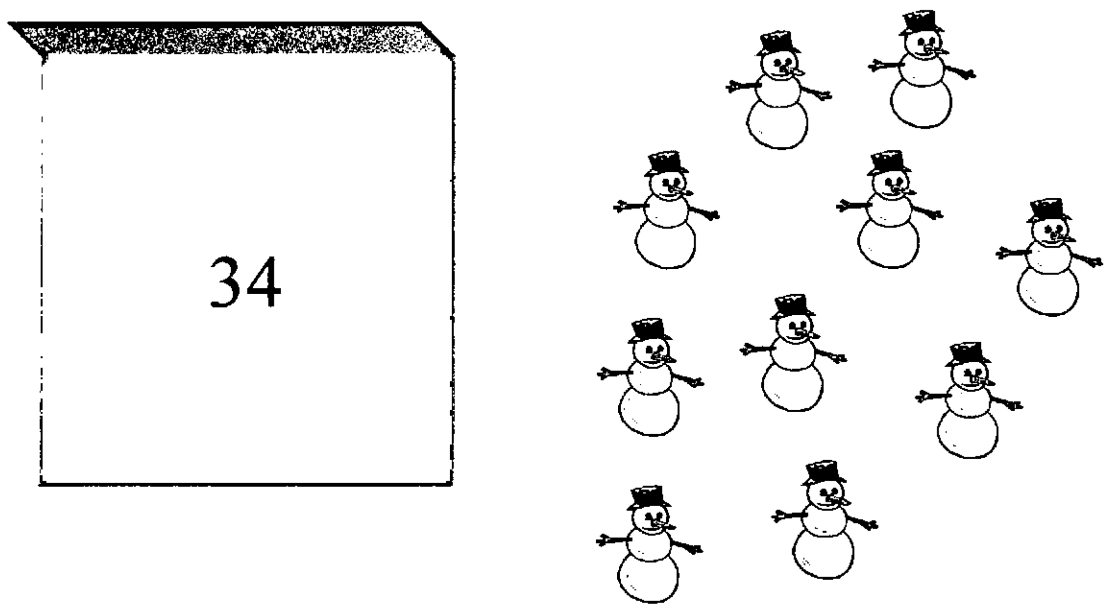
ANEXO VII

EVALUACIÓN FINAL SISTEMA DECIMAL DE NUMERACIÓN
CURSO PRIMERO

NOMBRE________________________________**FECHA**________________________

CUMPLEAÑOS____

Una niña está empacando unos muñequitos en una caja. Ya echó a la caja 34. Si echa los que quedan por fuera dentro de la caja, cuántos muñequitos quedan empacados dentro de la caja?



En una fábrica de colores empacan los colores en bolsas. En cada bolsa tienen que echar de a 10 colores ¿Cuántas bolsas necesitan las siguientes personas para empacar los colores que les dieron?

JAVIER: Tiene 80 colores

Javier
necesita____

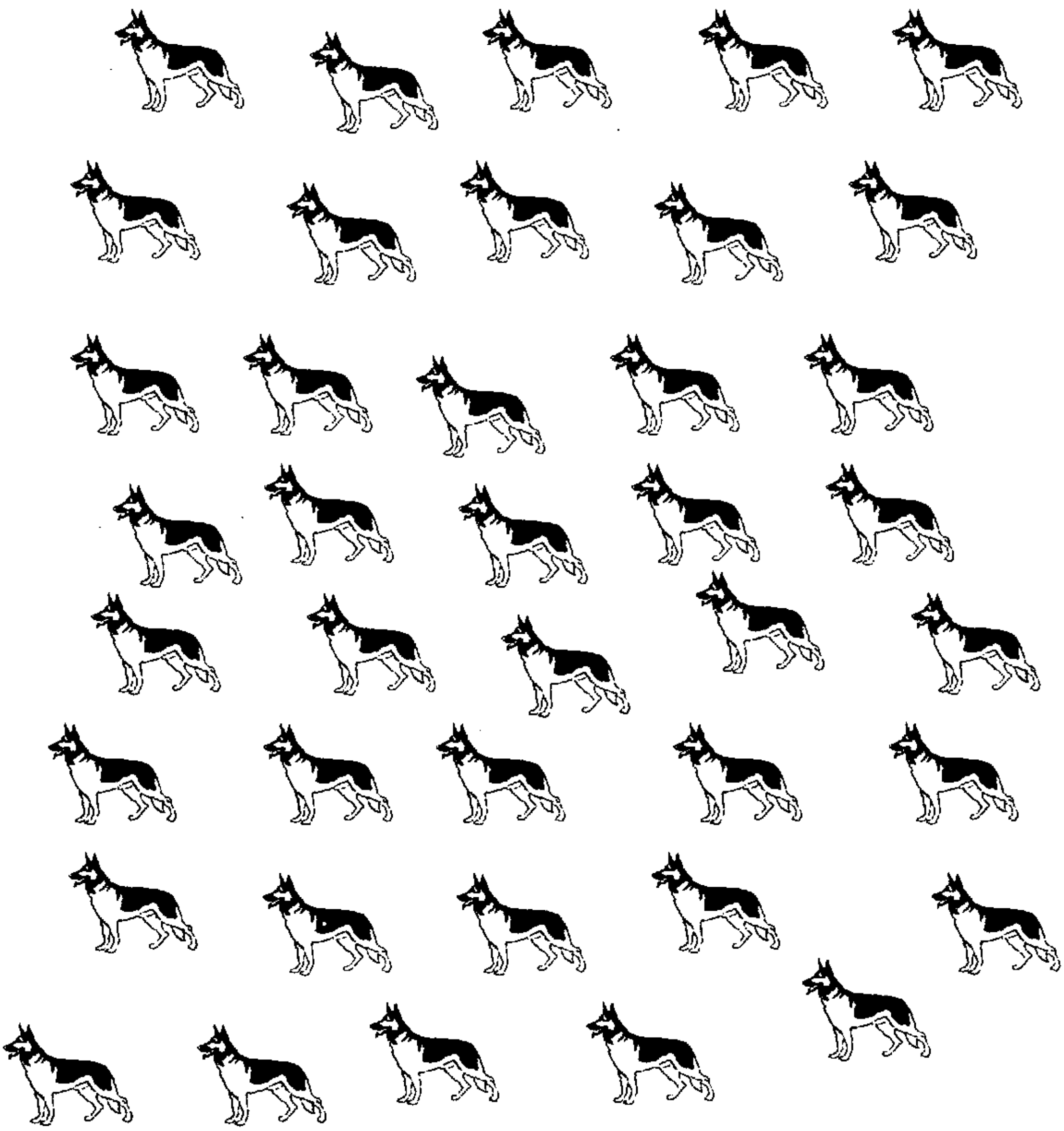
ANDREA: Tiene 78 colores

Andrea
necesita____

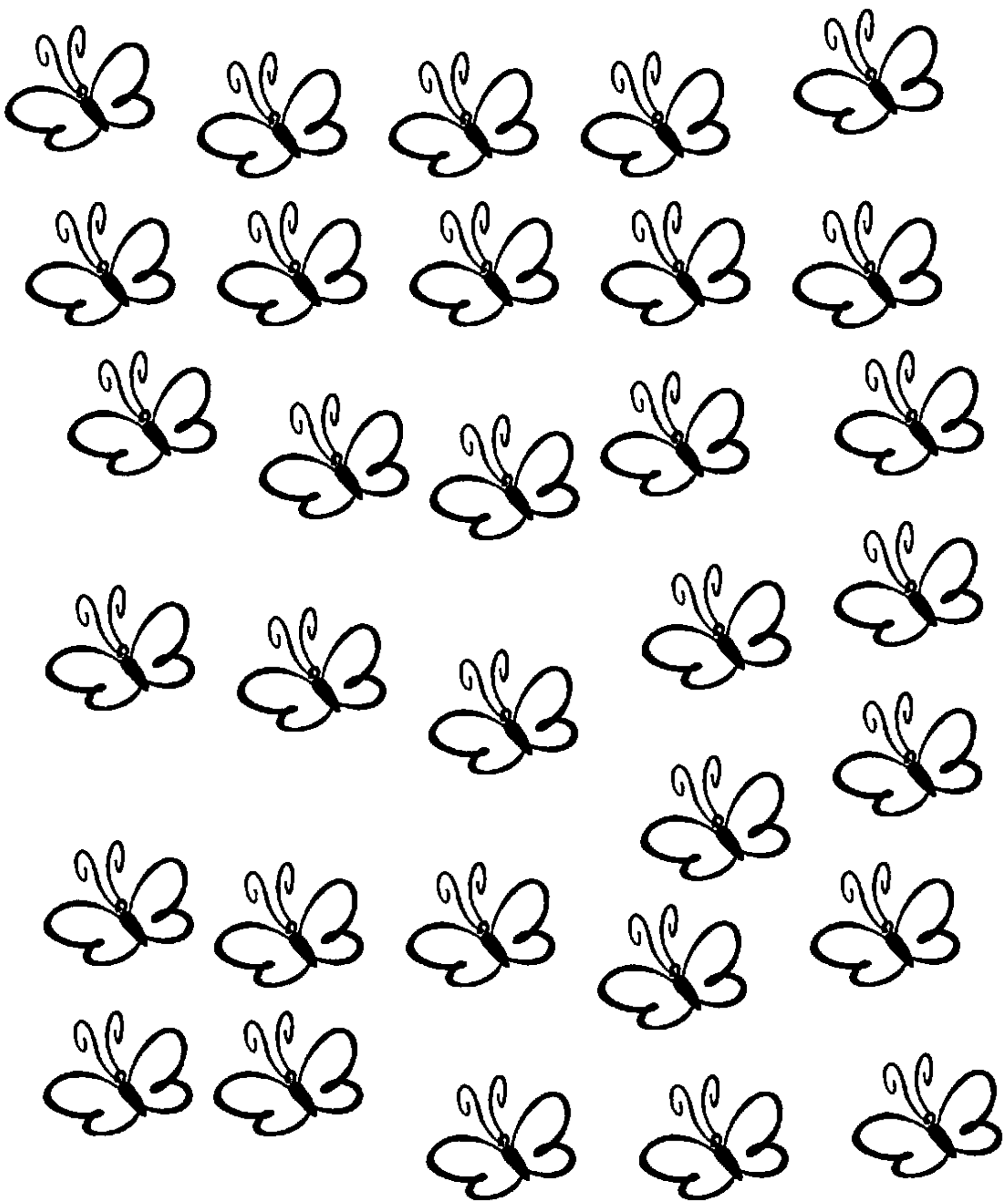
MARIO: Tiene 120 colores

Mario
necesita____

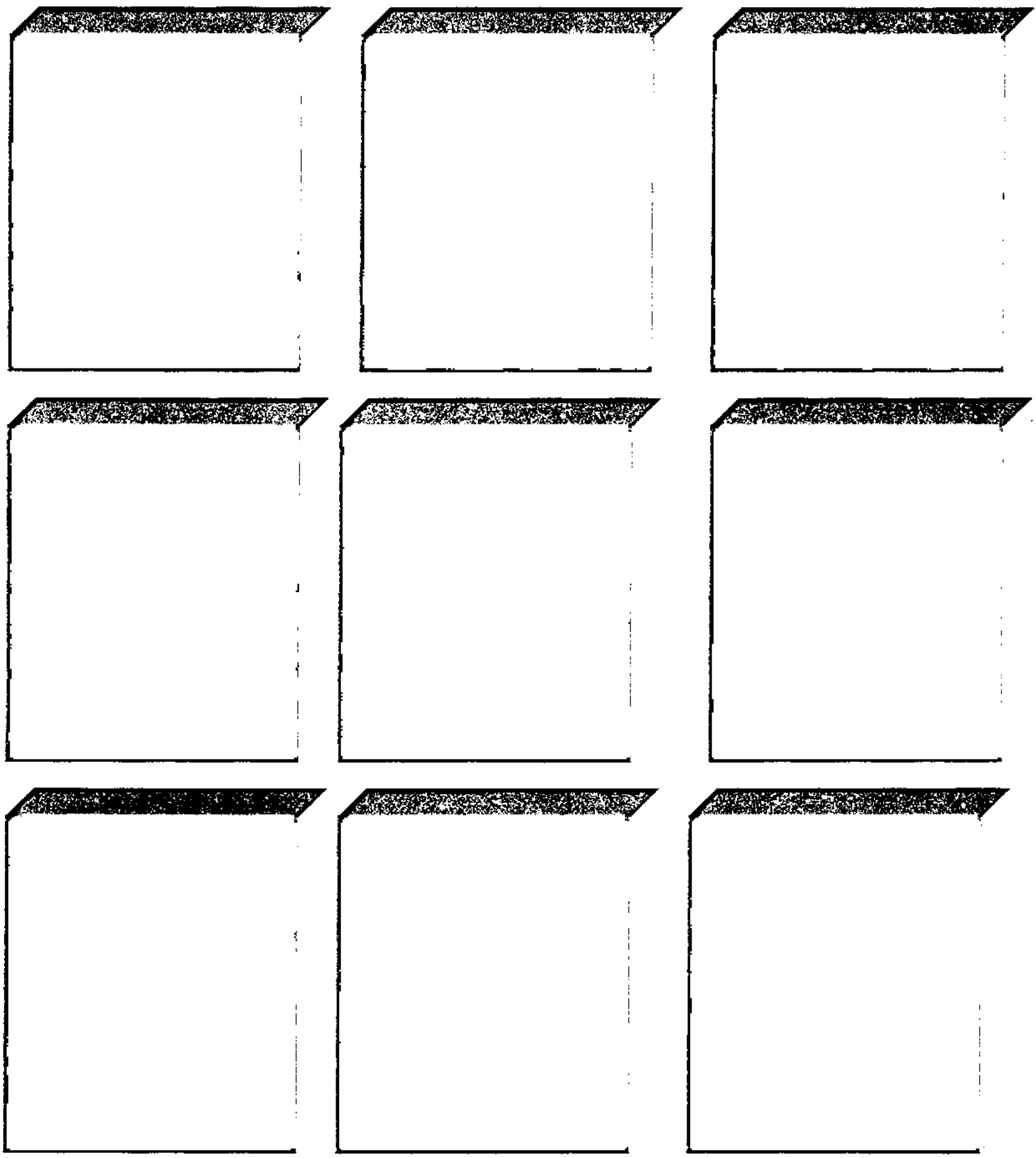
Es necesario meter 40 perros en jaulas, en cada jaula caben 10 perros.
¿Cuántas jaulas necesito para meter estos perros?



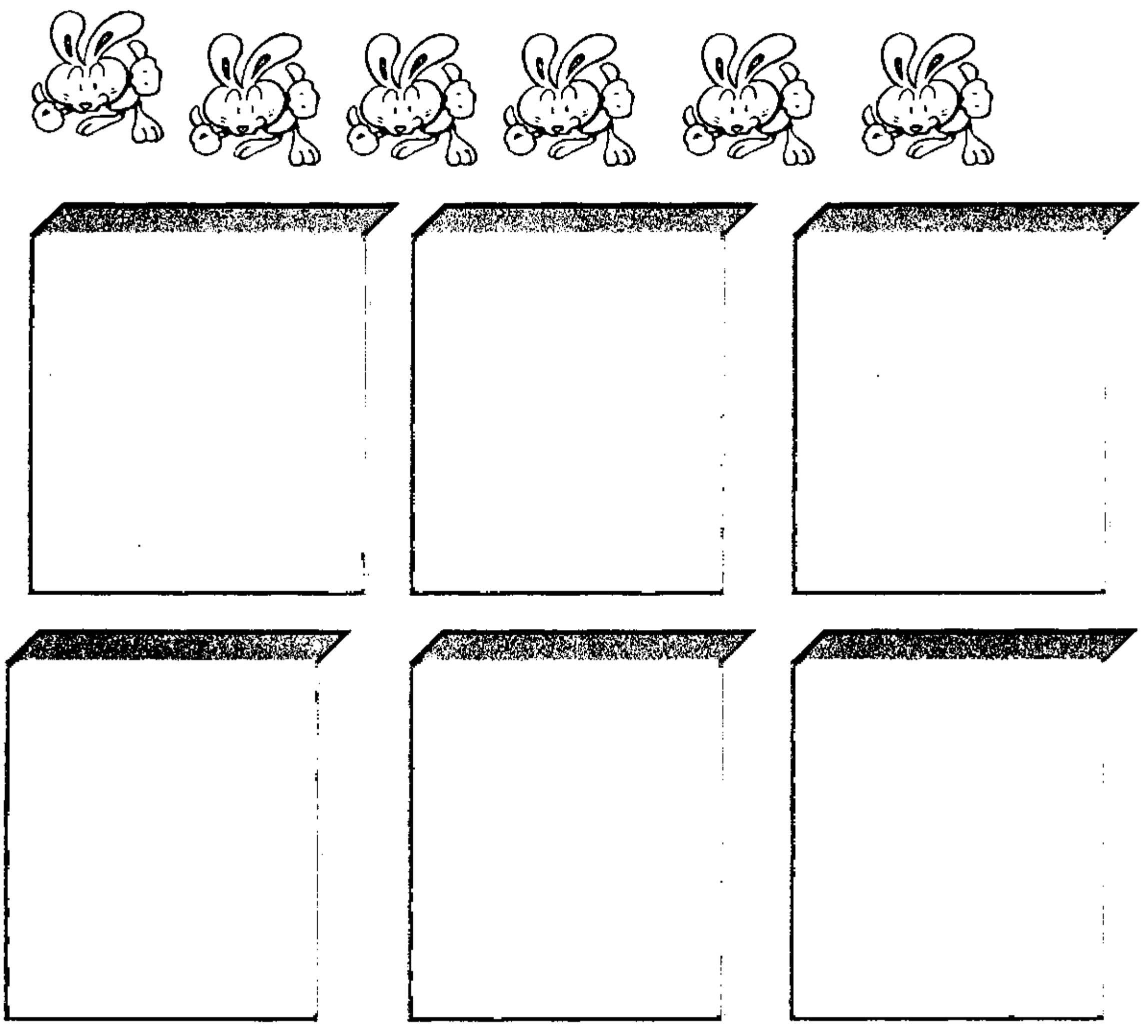
En una bolsa puedo empacar de a 10 mariposas y tengo 32 mariposas. ¿Cuántas bolsas necesito para empacar estas mariposas y cuántas mariposas me quedan por fuera?



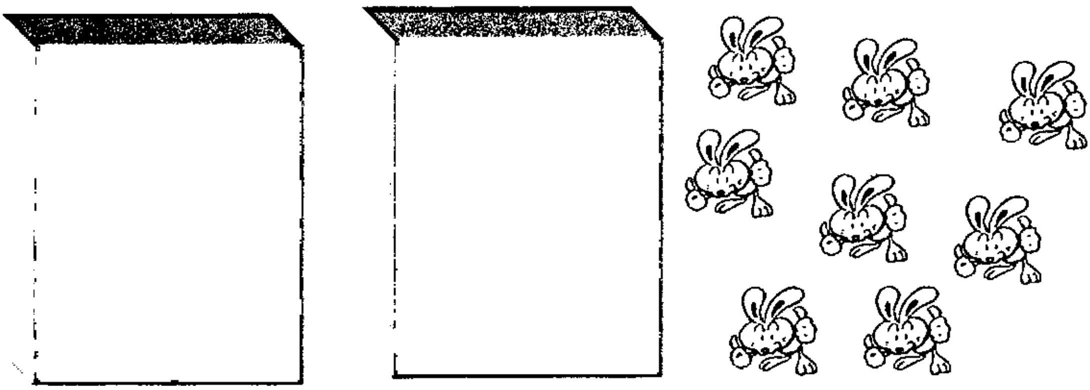
En estas cajas se empacaron de a 10 conejitos de peluche en cada caja.
¿Cuántos conejos hay por todos?

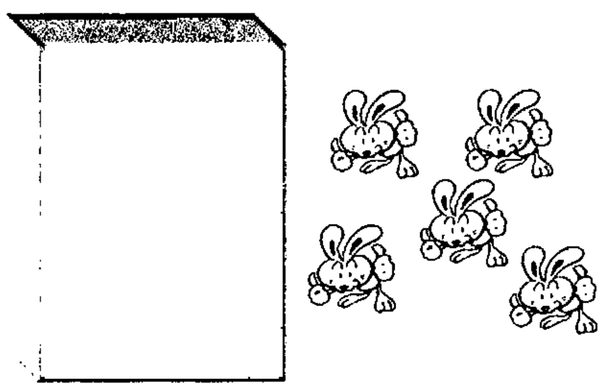


En estas cajas se empacaron de a 10 conejitos de peluche en cada caja y quedaron seis por fuera. ¿Cuántos conejos hay por todos?



En cada caja hay 10 conejos de peluche empacados y algunos por fuera. Dime ¿cuántos conejos se reunen por todos?





En la tienda de juguetes hay 4 cajas de peluches y cada una tiene 10 peluches.
Además hay tres peluches sin caja.
Una señora compra 2 cajas y 5 peluches más. Cuántos peluches quedan en la tienda?.