

# FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO MEDIANTE LAS REGLITAS DE CUISINAIRE

María Fanny Nava Serrano, Luz Marina Rodríguez Pachón  
Patricia Romero Ruiz, María Elvira Vargas de Montoya

Instituto Pedagógico Arturo Ramírez Montúfar-IPARM  
Universidad Nacional de Colombia



ALCALDÍA MAYOR  
DE BOGOTÁ D.C.  
EDUCACIÓN

Instituto para la Investigación Educativa y el  
Desarrollo Pedagógico



GOBIERNO DE LA CIUDAD



## PÁGINA LEGAL

Samuel Moreno Rojas  
Alcalde Mayor de Bogotá

Instituto para la Investigación Educativa y el Desarrollo Pedagógico, IDEP

Olmedo Vargas Hernández  
Director General

Luz Stella Olaya Rico  
Subdirectora Académica  
Jorge Alirio Ortega Cerón  
Subdirector Administrativo, financiero y de control interno

Luisa Fernanda Acuña Beltrán  
Profesional Especializado Subdirección Académica  
Supervisora del Proyecto

Andrea Bustamante Ramírez  
Profesional Subdirección Académica

Giovanna Castiblanco Alvarez

Juliana Cubides Martínez

Darcy Milena Barrios Martínez

Zulma Patricia Zuluaga

Investigadoras Principales – Asesoría en la sistematización de las 18 experiencias pedagógicas

Coordinación editorial y audiovisual  
Ramiro Leguizamo Serna, Edilson Silva Liévano  
Editorial Sumasaberes Limitada

Ilustración  
Daniela del Pilar Albarracín Moreno, Lina Marcela Otálora Serna, Pedro Steven Villabón Lozano

Corrección de estilo  
Eduard Arriaga, Yamilet Angulo Noguera, Carlos Hernando Rico Sánchez, Edith Johana Barrero Santiago

Diseño gráfico y montaje  
Jhon E. Florez Rivera, Elkin Hernández Mendoza

Título  
*Fortalecimiento del pensamiento numérico mediante las regletas de cuisenaire*

Autores  
**María Fanny Nava Serrano**  
**Luz Marina Rodríguez Pachón**  
**Patricia Romero Ruiz**  
**María Elvira Vargas de Montoya**

ISBN  
978-958-8066-72-1  
Avenida El Dorado No. 66 - 63  
Tels. (57 1) 324 1000 (57 1) 324 1000 Ext. 9012 / 9006  
www.idep.edu.co  
Bogotá D.C.  
IDEP- 2010



ALCALDÍA MAYOR  
DE BOGOTÁ D.C.  
EDUCACIÓN

Instituto para la Investigación Educativa y el  
Desarrollo Pedagógico



GOBIERNO DE LA CIUDAD

## PROLOGO

En la actualidad diferentes instancias educativas y gubernamentales están interesadas en promover la sistematización como otra posible forma de hacer investigación. Considero que la intención de estas líneas de acción es impulsar a los docentes de las instituciones educativas a que escriban y reflexionen sobre su quehacer pedagógico, por tanto, a poder cualificar sus prácticas. También, la sistematización hace que sus actores se apropien más de su propuesta, la transformen, la ajusten y se den cuenta de los alcances pedagógicos que tiene y sobre todo de reconocerse como docente investigador e innovador. Además, esta es una manera de rescatar de la memoria o de los recuerdos todo el saber cuasi empírico que habita en la mente de maestras y maestros y que proviene de las experiencias diarias de clases cuando se tiene claro un enfoque y unos principios que orientan la acción. Por otra parte, todo proceso de sistematización ha de integrar una concepción investigativa del docente, un enfoque interpretativo de la evaluación y un vínculo constante entre la teoría y la práctica, de modo que el aula se convierta en laboratorio viviente de innovaciones, aprendizajes y saberes con un rigor flexible y consistente. De ahí que ahora se haga público para que, en primera instancia los docentes de cada institución a la que pertenecen este grupo de docentes, se enteren de su trabajo, lo valoren y se colaboren para hacerlo cada vez más pertinente y consistente; en segunda instancia, para que trascienda de los

muros de cada aula y enriquezca las actuaciones de otros docentes en el aula, en la región y en el país e incluso fuera de él.

Esta experiencia, realizada en el Instituto Pedagógico Arturo Ramírez Montúfar (IPARM) de la Universidad Nacional, muestra que mediante el trabajo propuesto con las Regletas de Cuisenaire, las matemáticas pueden ser reconstruidas por los estudiantes día a día, ser divertidas, que es posible aprenderlas sin necesidad de hacer planas y recitar de memoria las tablas de cálculo. Además si se logra, como es el caso de las maestras que participan en este proyecto, la adecuada manipulación pedagógica del material y la guía del docente, alejado de las rutinas tradicionales, los niños ingresan al universo de las matemáticas con una visión creadora e interpretativa, es decir, constituyen las matemáticas desde ellos mismos. Es decir, mediante ensayos crean sus hipótesis, las confrontan con sus propios saberes y contextos con la ayuda del material, de sus compañeros de clase y de la profesora.

El lector tendrá la oportunidad de percibir, a través de la lectura, la riqueza y la complejidad de las clases, pues la interacción dialogante que reconoce al estudiante como creador de sus propios saberes, potencia la búsqueda y la comprensión de la estructura aritmética y de la algebraica.

De otro lado, con este escrito se pone en evidencia que es necesaria una actitud creativa, abierta y nada dogmática, de parte del docente, quien, con



una mirada precisa y un rigor abierto, con una posición comprensiva y con una intención investigativa, propone un camino acorde con las necesidades de los niños y las niñas y con las etapas psicológicas por la que atraviesan. Aquí, el pensamiento concreto y el juego son actividades no sólo gratificantes, generadoras de perspectivas de comprensión del mundo y el docente cumple un papel de mediador, estimula la relación con “los otros”, y guía el aprendizaje al formular preguntas que orientan las actividades, es decir, consolida saberes y a su vez encaminando procesos adecuados de aprendizaje en sus estudiantes. Sin duda, se requiere un ambiente institucional que integre todas las acciones de aula a ejes articuladores definidos, una concepción de formación por ciclos, un enfoque de evaluación que parta del saber hacer y no del mero saber y una visión de la cultura que parta de relaciones interdisciplinarias que se articulen con los contextos.

Para finalizar, quisiera decir que este un escrito hecho por cuatro maestras que poseen un compromiso inmenso con lo que significa ser maestro. Destaco el hecho de que mediante un material construido hace décadas se logra consolidar un aprendizaje con sentido, debido a que hay una apropiación del mismo con todas sus implicaciones disciplinares y pedagógicas. También el modo de abordarlo aún puede generar otros aprendizajes del área e incluso de otras como el lenguaje y la literatura, las ciencias, el arte, la historia, la geografía, en fin. Es decir, aún falta por explorar muchas de sus posibilidades, pero las maestras de esta experiencia ya han vislumbrado más perspectivas para construir conocimiento significativo para niños y niñas.

## DEDICATORIAS

A nuestros pequeños estudiantes del IPARM, quienes con su curiosidad, con el repertorio de sus inquietantes preguntas e ingeniosas respuestas, dieron luz a nuestro trabajo...

A mis estudiantes del Colegio Reino de Holanda, gracias por sus enseñanzas.

Agradecemos al IDEP por la posibilidad que nos brindó de dar a conocer nuestra experiencia en matemáticas.

A Giovanna por sus aportes, consideraciones y por su paciencia...

A cada una de las compañeras participantes, por su tiempo, compromiso y la riqueza de sus experiencias...



# ÍNDICE

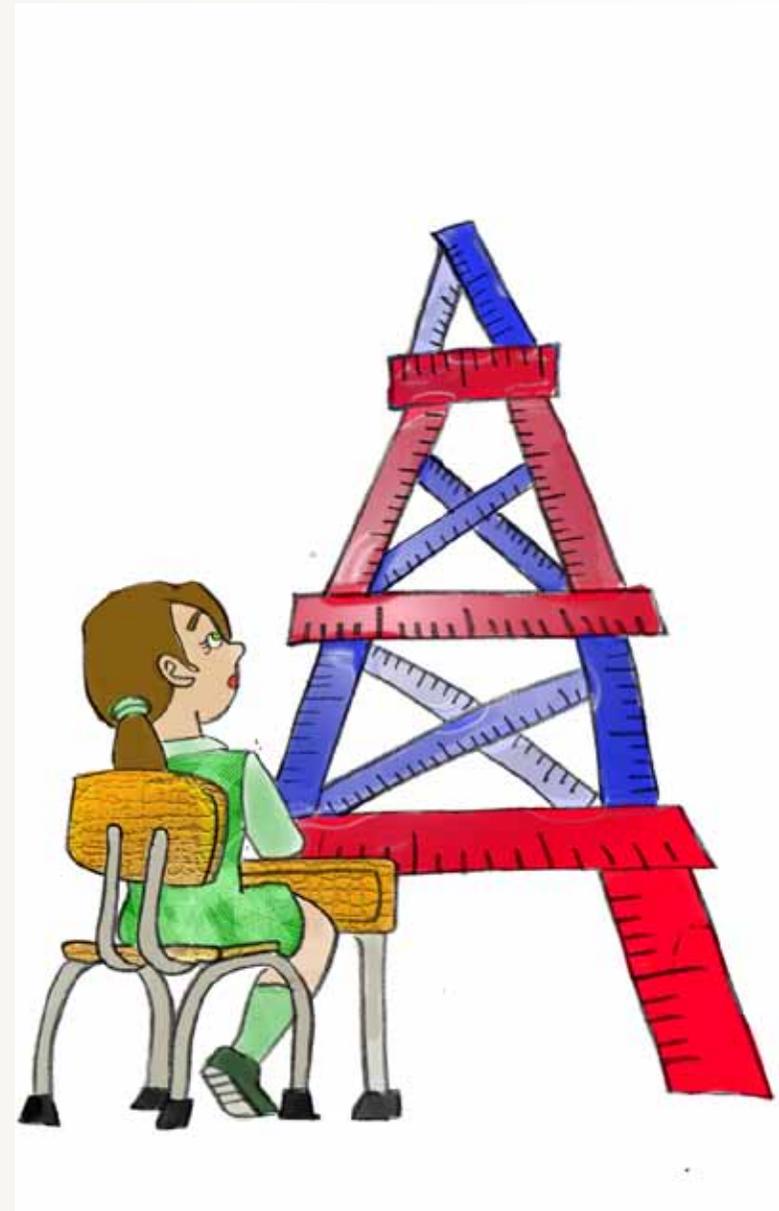
SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA	1.
CONTEXTUALIZACIÓN	2.
Objetivos de la experiencia	2.1.1.
DESDE ALGUNOS REFERENTES CONCEPTUALES	3.
LAS REGLETAS DE CUISENAIRE PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO	4.
Generalidades	4.1
Etapas que se siguen en el trabajo con regletas	4.2
La actividad espontánea	4.2.1.
Actividades dirigidas	4.2.2.
Sistematización y dominio de las estructuras	4.2.3.
NARRATIVA Y ANÁLISIS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA	5.
Construcción de la escalera	5.1
Equivalencias en blancas de cada regleta	5.2
Búsqueda de la longitud a través del tacto	5.3
Construcción de trenes	5.4
Aproximación a la adición	5.5
Descomposición de longitudes	5.6
Elaboración de planchones	5.7
Noción de la división	
PALABRAS Y SÍMBOLOS	6.
TALLERES CON PADRES DE FAMILIA	7.
CONCLUSIONES	8.



## PRESENTACIÓN

Este documento es el resultado de una sistematización, en la que se presentan algunos aspectos de la experiencia pedagógica en matemáticas, particularmente en lo que concierne al empleo de las Regletas de Cuisenaire, como recurso para potenciar competencias relacionadas con el pensamiento numérico, en el INSTITUTO PEDAGÓGICO ARTURO RAMÍREZ MONTÚFAR (IPARM) de la Universidad Nacional de Colombia.

Los elementos que aquí se reportan son la transformación de la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas mediante el manejo de las Regletas de Cuisenaire, el cual promueve espacios de interacción y de construcción de aprendizajes significativos en los que el lenguaje juega un papel relevante. Para esto se hace un recorrido por algunas de las situaciones básicas de los aprendizajes matemáticos por las que pasan los estudiantes de los grados preescolar hasta tercero en el IPARM, en las que las maestras reconstruyen sus prácticas para ser analizadas; así, la propuesta sistematizada, se constituye en herramienta fundamental para la transformación de las prácticas docentes que se considera han contribuido a mejorar la calidad educativa de los procesos de enseñanza y aprendizaje en la institución.



## INTRODUCCIÓN

El propósito fundamental de este trabajo de sistematización de la experiencia sobre el uso de las Regletas de Cuisenaire en el Instituto Pedagógico Arturo Ramírez Montúfar IPARM es visualizar, a través de la propuesta implementada, las ventajas de este recurso en el desarrollo del pensamiento numérico en estudiantes de preescolar a tercer grado de primaria en esta institución.

En este sentido, se presentan algunos análisis de situaciones de aula que se dan gracias al manejo de las Regletas de Cuisenaire. Pues su uso en el aula provoca una forma de asumir la enseñanza y el aprendizaje de conceptos numéricos, de manera lúdica, exploratoria, creativa y comprensiva. Con estas prácticas, se rompe con esquemas formales, rígidos y memorísticos que usualmente los docentes emplean al iniciar el aprendizaje del campo numérico en los primeros años de escolaridad e incluso en todos los ciclos de formación.

Con base en el cuestionamiento de la mirada tradicional de enseñar y de aprender las matemáticas, se propone una nueva forma de enfocar el trabajo de aula. A propósito de este aspecto, Rafael Porlán, en su libro *Constructivismo y escuela*, sostiene: “Es triste apreciar como los pequeños llegan a la escuela con avidez por aprender; ellos prueban, buscan, arriesgan ansiosos su aproximación hacia el aprendizaje, pero se encuentran con una tendencia a un pensamiento unidireccional, simplificador y estereotipado que no es el resultado natural de la persona, desde su niñez a la edad adulta, es más bien una manera de manipular y condicionar el aprendizaje”. De esta forma, los maestros han perpetuado modelos de enseñanza y metodologías que provocan en sus estudiantes procesos de domesticación y falta de comprensión. Se preserva, a través de ellos, una imagen mítica de la ciencia y del conocimiento, como un saber acabado, exacto, sin cambios, que se repite dogmáticamente. En esta concepción existe una disociación radical entre los conocimientos disciplinares, en este caso de las matemáticas con otras disciplinas y saberes, como el saber hacer y los aspectos formativos de los individuos involucrados en el aprender.

La investigación como tal, parte de un enfoque hermenéutico-etnográfico porque hace hincapié en la comprensión e interpretación de hechos escolares, mediante las narrativas de momentos vividos en clase y de eventos que generan diversos sentidos para cada uno de los participantes (docentes, niños, niñas, padres). En consecuencia, se generan explicaciones que son propias de una investigación cualitativa.

Los instrumentos empleados para recopilar la documentación fueron las observaciones y las memorias escritas por las maestras involucradas, los registros de actividades e historias fotográficas, los talleres realizados con padres y docentes pues se constituyeron en otros aportes para tener en cuenta. Con estos documentos se sistematizó, hasta categorizar y establecer una secuencia didáctica, con reflexiones personales de las profesoras, bajo continuidad y una orientación epistemológica y teórica como punto de partida. Se hizo además, recopilación, análisis, síntesis de cuadernos y trabajos de los estudiantes para estimar el alcance de la acción pedagógica, por último se evaluó, para identificar los frutos de la acción.

La intención de este trabajo no busca suministrar un recetario para el manejo de aula, más bien propende por propiciar el diálogo y las relaciones interpersonales en el aprendizaje matemático, fomenta la experiencia con las regletas, para lograr que los estudiantes actúen sobre ellas de manera reflexiva, consciente y dialogada. A su vez, busca desarrollar procesos cognitivos a través de la adquisición de los sistemas de numeración y del reconocimiento numérico. También este material incita a despertar el interés por la disciplina y tiene la intención de que los pequeños(as) desplieguen su creatividad, aprendan de los errores y de las dificultades, lleguen a establecer criterios flexibles y personalizados para desarrollar sus potencialidades en los procesos de aprendizaje de las matemáticas.

Esperamos que este trabajo sea un aporte para la institución y para la generación de educadores y estudiantes que nos suceden. Esta sistematización está abierta a la posibilidad de la confrontación y el debate, promulga la investigación y el reconocimiento de la complejidad en el aula; así que espera contar con el aporte de los interlocutores que lo validen, interpreten y critiquen con una intención constructiva y transformadora para enriquecerlo.



## 1. SISTEMATIZACIÓN DE LA EXPERIENCIA

La sistematización en el INSTITUTO PEDAGÓGICO ARTURO RAMÍREZ MONTÚFAR (IPARM) parte de una experiencia que se desarrolla en matemáticas, por docentes de educación preescolar y básica primaria. Su origen fue el proceso de implementación del trabajo con regletas, con el fin de desarrollar competencias numéricas. Posteriormente, al revisar los Lineamientos del área se vio la necesidad de ampliar el horizonte disciplinar y abordar el desarrollo de los pensamientos: de medida, variacional, de los sistemas de datos y el geométrico-espacial, para que los niños(as) de preescolar a tercero de educación básica del colegio logaran ser competentes en matemáticas.

Una vez presentada y aceptada esta experiencia por el IDEP para ser sistematizada, se comienza un proceso de distanciamiento para observar el trabajo implementado en las clases de matemáticas. Se inicia con la reconstrucción de los procesos de enseñanza y aprendizaje llevados a cabo hasta el momento, a través de la documentación elaborada en la institución como los trabajos realizados por los niños(as), los cuadernos de los estudiantes, las memorias de clase, los registros escritos, fotográficos y filmicos de los docentes. Se in-

tenta ordenarlos, categorizarlos e interpretarlos a través de la reflexión, a la luz de teorías pedagógicas y elementos teóricos disciplinares suministrados por la tutora que direcciona la sistematización y por las propias concepciones de los docentes participantes.

Además, se reconstruye la historia y el contexto, que están relacionados con la elaboración de los sentidos y prácticas de las personas involucradas, que son quienes establecen conexiones relevantes entre la experiencia y la teoría. Se busca rescatar, resaltar y concientizar aspectos fundamentales en la práctica, que no eran tenidos en cuenta hasta el momento. Es en este preciso momento cuando se generan tensiones que pueden ser consensuadas y negociadas para realizar finalmente de manera grupal el trabajo escrito.

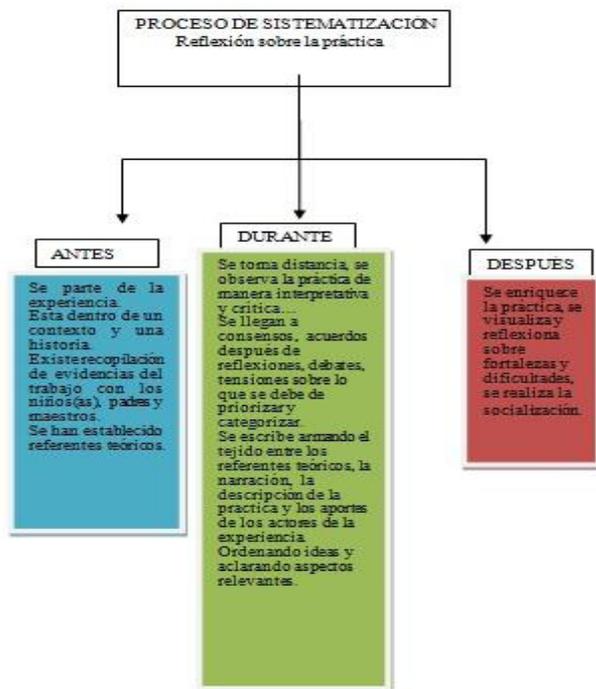
Para ello, fue necesario llegar al siguiente acuerdo: todos los sujetos participantes son sujetos de conocimiento, poseen una concepción personal y un saber producto de su hacer. Tanto la acción como el saber sobre la acción que poseen, es decir la teorización, son el punto de partida del proceso de sistematización. Por eso, fue necesario dialogar acerca de las prácticas, los saberes y llegar a acuerdos sobre lo que se iba a escribir. Una vez producida la escritura de los textos de las vivencias individuales y grupales, de nuevo se re-

flexiona para reelaborar y generar productos finales. Creando así un espacio para que esas interpretaciones sean discutidas, compartidas y confrontadas.

En el trabajo de sistematización se dan distintos niveles y grados de participación; pues no se trata de que cada uno haga todo el trabajo, ni de que todos participen durante el proceso en la misma forma, ni con la misma intensidad. Su aporte según sus circunstancias y compromiso es valioso.

Al final, lo importante es el enriquecimiento de la práctica, su comprensión, transformación reflexiva e interpretativa y el reconocimiento de los participantes, cualquiera haya sido su nivel de participación. Aquí, la propuesta está abierta para ser mejorada.

A continuación se presenta un cuadro que sintetiza el trabajo de sistematización:



## 2. CONTEXTUALIZACIÓN

El Instituto Pedagógico Arturo Ramírez Montúfar es una institución educativa adscrita a la Universidad Nacional de Colombia, organizada en ciclos de preescolar a tercero de primaria, cuarto a quinto de primaria, secundaria y media. Los estudiantes del IPARM son niños y jóvenes hijos de estudiantes de las carreras de pregrado y postgrado, de trabajadores, de pensionados, de profesores y de directivos de la Universidad Nacional. Esto hace que la institución reúna en sus aulas a estudiantes con experiencias socioculturales heterogéneas, aspecto que ha contribuido al enriquecimiento de las propuestas pedagógicas. La experiencia pedagógica que se va a desarrollar se ha venido implementando en el ciclo de preescolar en tercer grado de primaria en el área de matemáticas.

Se inicia el trabajo de renovación pedagógica hacia mediados de la década de los noventa, bajo la administración del profesor Antanas Mockus, quien invitó al profesor Manuel Vinent, de la Facultad de Ciencias de la Universidad, a acompañar al colegio para iniciar el cambio en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Se esperaba comenzar la innovación en los primeros años de escolaridad, para irradiar luego la experiencia implementada al resto del colegio; desafortunadamente, la transformación abarcó únicamente el preescolar y la primaria. Este docente en compañía del profesor Carlos Federicci Casa, asesoraron permanentemente la innovación.

Los anteriores asesores y el grupo de docentes en general compartían la preocupación por la manera tradicional como se enseñaban las matemáticas: se hacía de forma repetitiva y mecánica, los niños se aproximaban a la numeración con el conteo de colecciones estáticas, es decir, el profesor en el cuaderno o tablero dibujaba el numeral uno y un conjunto de un elemento, el estudiante hacía planas del numeral; esta práctica se repetía semana tras semana con los demás numerales. De esta manera, no se relacionaba entre sí la serie numérica. Luego se pasaba a la enseñanza de las cuatro operaciones básicas por medio de rutinas y elaboración de tablas de suma, resta, multiplicación y división; en esta actividad se mecanizaban las operaciones, sin entender el sentido de las mismas. Posteriormente, por la visión que se tenía de



las matemáticas, como una disciplina rígida y exacta, no se permitía aportes personales de los estudiantes; los textos imponían la secuencia de contenidos, los recursos didácticos y las respuestas; se fijaba además el tiempo en que debía concluir el aprendizaje. De esta manera, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas se realizaba de una manera progresiva, precisa y programada, es decir, rígida.

Otro factor de preocupación y cuestionamiento tenía que ver con las dificultades de los estudiantes en el proceso de aprendizaje de las matemáticas, debido (entre otras cosas) a que profesores y estudiantes consideraban esta área demasiado abstracta. Aspecto que hizo que muchos estudiantes le “temieran” a las matemáticas y manifestaran no poder comprenderlas y, por lo tanto, tenían poco interés por aprenderlas.

Estas circunstancias motivaron a los asesores a plantear talleres dirigidos a los profesores del colegio sobre el estudio de las “regletas de color” ideadas por el belga George Cuisenaire. Debido a que su implementación permite a los estudiantes ser protagonistas de su proceso de aprendizaje, sentirse seguros de lo que hacen, relacionar hipótesis, poder autocorregirse, exteriorizar sus conocimientos y aprender a través de su propia experiencia. Es decir, “aprenden haciendo” y jugando. Su uso permite a los maestros orientar las clases para que los niños realicen un trabajo inspirador y creador, es decir, en el aula se promueve una actividad matemática que privilegia la construcción de diferentes universos.

El uso de las regletas facilita a los niños la comprensión de estructuras matemáticas. Especialmente de las estructuras del dominio numérico a partir de la noción de la medida, proceso que es coherente con la evolución de la construcción del número<sup>1</sup> a través de la historia<sup>2</sup> y no desde la noción de

<sup>1</sup> Las regletas se utilizan para enseñar muchos otros conceptos matemáticos, pero en esta experiencia se limitará sólo los aspectos de la aritmética en los grados de preescolar a tercero de primaria.

<sup>2</sup> Para ampliar este aspecto se puede revisar el artículo “Cambios en las nociones de número, unidad,

conjunto, que es desde donde tradicionalmente se ha partido para su enseñanza y aprendizaje. Con este nuevo enfoque de enseñanza y aprendizaje de la aritmética, se pretenden superar las dificultades que se derivan, tanto de la visión conjuntista como de la exagerada importancia que se le ha concedido a los algoritmos.

Al tiempo que se avanza en la formación del buen uso de las regletas, los docentes del IPARM llegan a conocer que en el proceso de enseñanza no basta con presentar la definición matemática de los conceptos, sino que es necesario indagar sobre las formas como aprenden los estudiantes y las diferentes situaciones en las que se presentan los conceptos. Del mismo modo, se investiga sobre otras maneras de representación y se da importancia a considerar aspectos históricos, en los que intervienen las relaciones funcionales y sociales del lenguaje.

Por consiguiente, el lenguaje debe estar presente en todos los momentos del aprendizaje de las matemáticas en los estudiantes de estas edades, ya que en las actividades que exigen manipular, contar, medir y ordenar elementos concretos, el lenguaje actúa



cantidad y magnitud” de Bernardo Gómez Alfonso, en la página [www.uv.es/gomezb/19Cambios.pdf](http://www.uv.es/gomezb/19Cambios.pdf)

como agente mediador en el aprendizaje matemático. Esto se evidencia en los procesos de adquisición de la secuencia numérica, en el uso del número como ordinal, al expresar cantidades y en la utilización de diferentes estrategias para contar de manera exacta y aproximada, entre otros.

El reconocimiento de los anteriores elementos ha conducido a implementar actividades en las que se involucra un adecuado uso de las regletas, ya que Vinent llama la atención sobre el hecho de que, “la mayoría de los maestros que utiliza las regletas las asumen como un método y lo hacen de manera exclusivamente empírica. Sólo ven sus ventajas desde el punto de vista tradicional, que da importancia a los algoritmos y a los resultados de las operaciones” (s.f). Es necesario destacar que el trabajo con las regletas se está haciendo desde hace ya casi 20 años, en los grados de preescolar a tercero. Al mismo tiempo, ha hecho que, tanto profesores como estudiantes involucrados, permanezcan en constante actitud de investigación en sus clases, ya que este material respeta y despierta las actitudes creadoras de cada individuo.

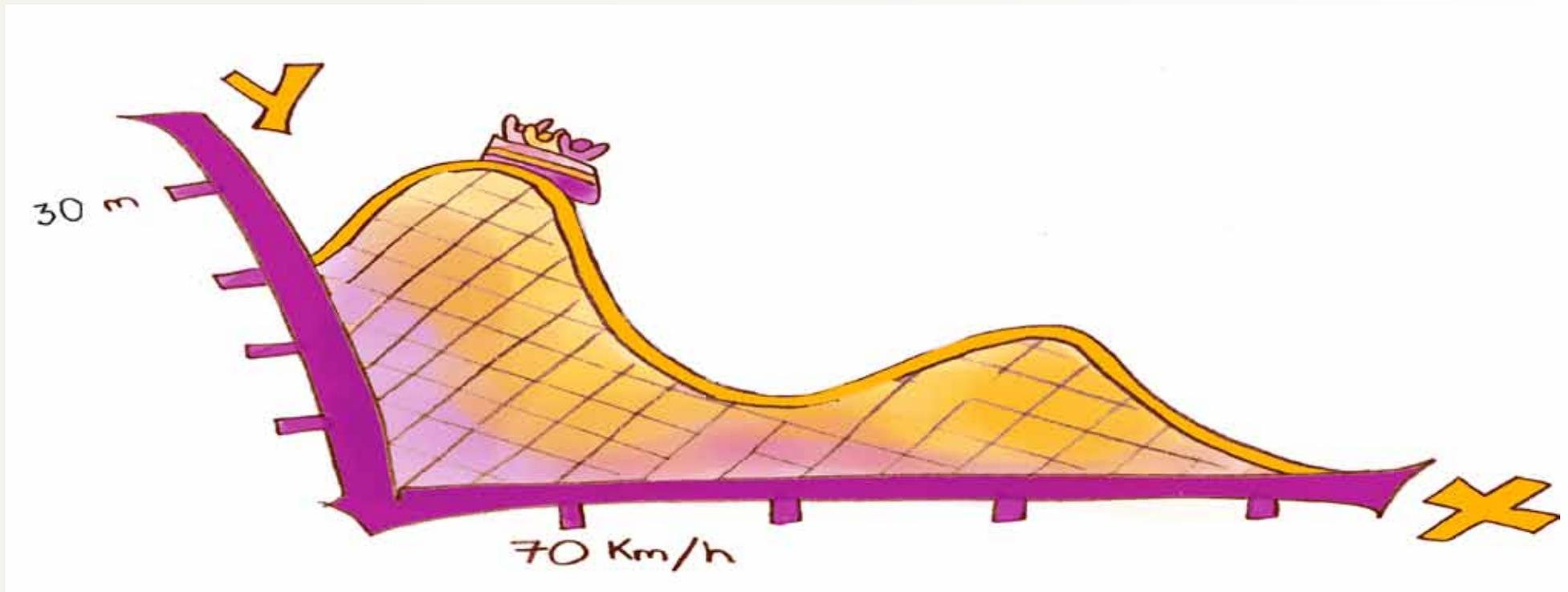
Por todo lo anterior, con esta sistematización se pretende, entre otras cosas, apoyar el buen uso de las regletas de Cuisenaire y demostrar, por medio de nuestra práctica, los alcances que se logran mediante su uso.

## 2.1. Objetivos de la experiencia

Un aspecto fundamental es la identificación de los objetivos, estos se pueden sintetizar de la siguiente manera:

- Promover una propuesta de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas que tenga en cuenta las etapas del desarrollo cognitivo por las que pasan los estudiantes de los grados de preescolar a tercero de educación básica para desarrollar procesos con sentido relacionados con el pensamiento numérico<sup>3</sup>

<sup>3</sup> “...el pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones” (MEN, 1988).



- Implementar pedagogías, en el contexto escolar, encaminadas a la comunicación para fortalecer el pensamiento numérico de los niños.
- Construir o modificar criterios pedagógicos para enriquecer la comprensión en el aprendizaje de las matemáticas.
- Una vez consolidada la experiencia en el plantel, irradiar nuestro campo de trabajo e influir en otras instituciones para mejorar el aprendizaje de las matemáticas.

### 3. DESDE ALGUNOS REFERENTES CONCEPTUALES

Para explicar por qué la implementación de las regletas de colores en el IPARM rompió con los conceptos consolidados de algunos docentes de matemáticas, quienes han creído que el aprendizaje de la aritmética se da de manera aislada y obedece a procesos mentales puramente “abstractos”, en los

que el estudiante identifica una serie de símbolos y algoritmos que luego aplica en la solución de problemas específicos, es necesario tomar algunos presupuestos constructivistas relacionados con la cimentación del pensamiento matemático, en particular del numérico.

Piaget <sup>4</sup> propone que el desarrollo de la competencia numérica del niño se encuentra relacionada con el desarrollo del pensamiento lógico-matemático. Éste se construye en el niño desde su interior a partir de la interacción entorno. La asociación de operaciones mediante la clasificación, seriación e inclusión, posibilita la movilidad y reversibilidad del pensamiento, necesarias en la construcción del concepto de número (Ruíz y García, 2003).

A partir de estas ideas, diferentes investigadores han concluido que en las clases en las que se pretende transmitir mecánicamente los conceptos aritmé-

<sup>4</sup> Para Piaget, los conceptos matemáticos primarios son construidos mediante la abstracción reflexiva, en la que el sujeto realiza una lectura de sus propias acciones sobre los objetos, lo que le permite descubrir relaciones entre ellas y luego, reflejarlas en la realidad exterior.



ticos, éstos no son asimilados por los estudiantes. Esto se debe a que dichos conceptos, más bien, son el resultado de actuaciones de un pensamiento autónomo, mediante la generación de hipótesis o regularidades que aplican como esquemas de pensamiento en situaciones posteriores. Precisamente, ésta es una de las ventajas que tiene el uso adecuado de las regletas, ya que las actividades que se proponen en los diferentes niveles no buscan la mecanización sin sentido de rutinas, por el contrario, implican reflexión, interpretación y análisis e involucran la auto regulación de procesos cognitivos y sociales, pueden generar distintas soluciones, y en su ejecución, se evidencia el uso de conceptos con significado.

Ahora bien, el enfoque histórico-cultural propuesto por Vygotski propone los lenguajes como apoyos instrumentales y sociales que, al ser asimilados y transformados por el niño, le permiten construir su pensamiento. Al respecto, Vygotski (1979) sostiene que: “todo tipo de aprendizaje que el niño encuentra en la escuela tiene su propia historia previa. Por ejemplo, los niños empiezan a estudiar aritmética en la escuela, pero mucho tiempo antes han tenido ya alguna experiencia con cantidades” (Ruíz y García, 2003).

Es así como el lenguaje obra como mediador. Los niños llegan a establecer acuerdos sobre las palabras que emplean los adultos, es decir, ellos no se refieren a conceptos sino a objetos concretos porque la formación de un verdadero concepto surge después de un largo proceso. Por ejemplo: pensar que al recitar una tabla de suma o de multiplicación los estudiantes están comprendiendo conceptos complejos o, cuando los padres inducen a los niños al aprendizaje de la secuencia de numérica, ellos erróneamente creen que el hecho de recitar los números en el orden correcto (por lo menos hasta 10) es un indicio de que ellos saben contar, pese a tener solo 4 años.

“El conteo implica otra serie de capacidades que superan ampliamente este nivel de la recitación de las palabras número” (Obando, et al.s.f). Ignorar este hecho hace que se desconozcan rasgos del desarrollo del pensamiento y se contribuya a la formación de vacíos conceptuales de los aprendices y se caiga en determinismos como los citados anteriormente.

Estas dos perspectivas ofrecen una riqueza conceptual para sostener la enseñanza y el aprendizaje de los números a partir de las regletas.

Por otro lado, Ruíz y García (2003) enumeran los siguientes principios a tener en cuenta en la enseñanza y aprendizaje de conceptos numéricos:

- Explorar los conceptos numéricos desarrollados por los niños en forma natural, con la finalidad de reconocer las reglas implícitas que ellos siguen y construir sobre aquéllas otros conceptos numéricos.
- Promover la resolución de problemas como estrategia didáctica que permita el desarrollo del razonamiento autónomo, al posibilitar la construcción y reconstrucción de soluciones.
- Promover la comunicación oral y escrita como forma de hacer con las palabras las mismas acciones que se hacen con los objetos, a fin de desarrollar la interiorización de las acciones externas y la capacidad lingüística, al sustentar afirmaciones mediante el uso de diversas formas argumentativas, desde el lenguaje común, hasta el lenguaje formal. En este sentido, la promoción de la aritmética oral debe ser tan importante como la escrita (Senn-Fennel, 1995; Orobio y Ortiz, 1997).
- Propiciar el desarrollo de la “reversibilidad” como estrategia cognitiva, debido a que en la acción de “devolverse” se debe lograr la comprensión de las nuevas relaciones que aparecen y de la forma diferente en que se manifiestan las acciones preliminares ahora transformadas.
- Considerar la importancia de la actividad lúdica con la ayuda de instrumentos simbólicos y reglas, mediante los juegos, puesto que implica ofrecer al niño la oportunidad de construir y reconstruir la realidad. En el juego se realizan los mayores logros del niño (Jiménez, 1998; Ferrero, 1991).

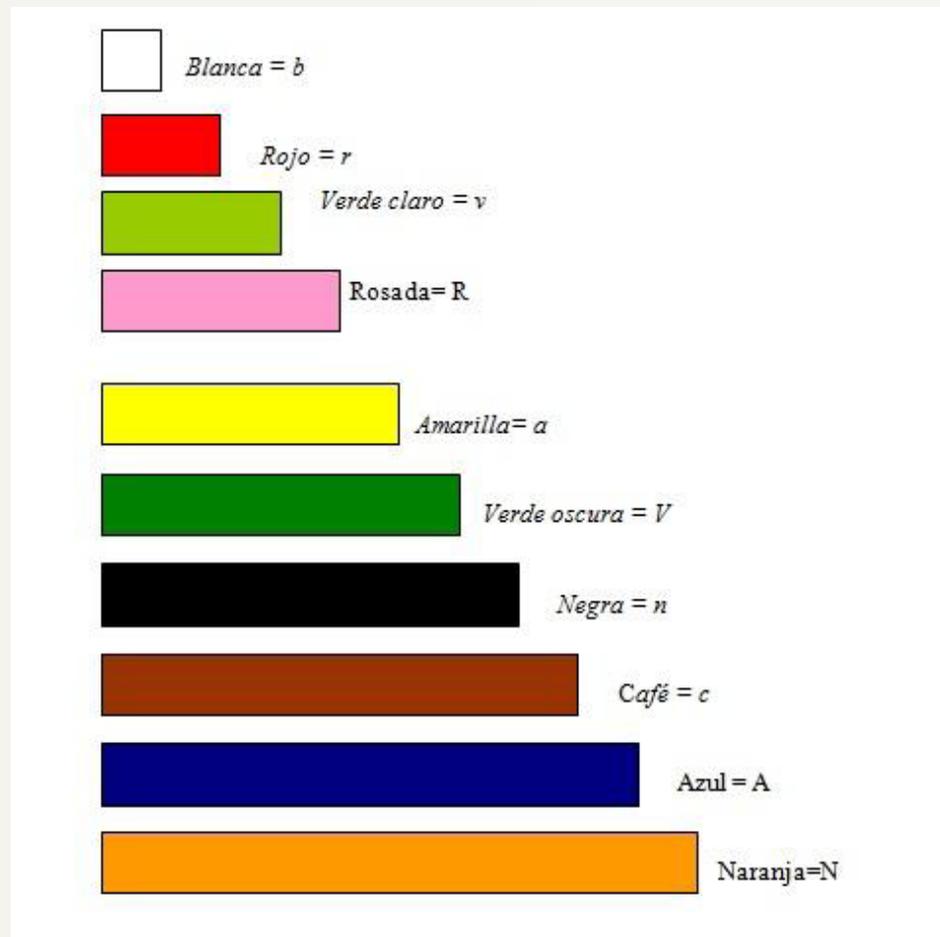
Entonces, las regletas atienden en una gran medida a estos requerimientos (como se verá más adelante) porque ponen en juego experiencias concretas y lúdicas, cercanas a los niños, además porque promueven escenarios en los que el papel de la interacción social y del lenguaje ocupan un lugar fundamental para potenciar la construcción de dichos conceptos. Gracias a esta interacción se posibilita el proceso de adquisición de las competencias lingüísticas, pragmáticas y conceptuales necesarias para el desarrollo de niños y niñas. (Obando, et al. S).



## 4. LAS REGLETAS DE CUISENAIRE PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO NUMÉRICO

### 4.1. Generalidades

Las regletas de color son un conjunto de paralelópidos de sección cuadrada (1cm<sup>2</sup>), de 1 a 10 cm de longitud, de modo que a cada longitud le corresponde un color <sup>5</sup>: (imagen 2 de regletas con las equivalencias)



<sup>5</sup> El nombre de cada regleta es su color y se representa con la letra inicial de este: blanca con b, roja con r, verde claro con v, rosada con r, amarilla con a, verde oscura con V, negra n, café con c, Azul con A y Naranja con N. La mayúscula se utiliza en las regletas de mayor longitud para que no se confundan con las regletas de menor longitud. Por ejemplo, la Naranja (N) y la negra (n) las dos comienzan con n, por ello, al escribirlas una va en mayúscula y la otra no. De aquí en adelante se utilizará esta convención.

Como ya se ha mencionado, el trabajo con las regletas está fundamentado sobre la noción de medida; por ello, la noción de número aparece a partir de la comparación de regletas de distintas longitudes. De esta manera, el número se puede presentar como un operador que transforma una medida en otra. Por ejemplo, cuando se escribe:  $2b=r$ , explícitamente se entiende que el número 2 es un operador multiplicativo, que actúa sobre una cantidad de longitud (1cm) y la transforma en otra cantidad de longitud, igual a 2cm, que corresponde a la medida de la regleta roja.

El uso de las regletas en el IPARM tiene el matiz de las ideas de la educadora francesa Madeleine Goutard: “estamos comprometidos con una pedagogía que se centra en la energía creadora del niño, más que sobre métodos preestablecidos”. Por esto, la definición de método como: “manera sistemática de hacer una cosa” no es tenida en cuenta en este trabajo porque encierra una notoria rigidez, que impide el uso de una pedagogía orientada hacia la comprensión, cuyo objetivo fundamental es la “flexibilidad” del conocimiento.

Así mismo, esta autora resalta, entre otros, los siguientes aspectos como fundamentales en el trabajo con regletas:

- La acción: la necesidad que siente el niño de actuar, halla una válvula de escape en la realización espontánea de numerosas combinaciones inventadas libremente por él y basadas en su comprensión de las relaciones y de las agrupaciones de números.
- La comprensión: ver y actuar conducen a comprender y facilitan la retención de resultados, pues se crean imágenes visuales, musculares y táctiles claramente precisas y duraderas.
- El cálculo: por el manejo de las regletas el estudiante establece nuevas combinaciones entre ellas, que no solamente aumentan su habilidad en el cálculo, sino también su interés, experiencia y conocimientos.
- La verificación: como el método es autodidáctico los estudiantes pueden verificar sus errores varias veces y autocorregirse y corregirse entre ellos.

<sup>6</sup> Lo que se quiere decir es que dos regletas blancas forman a una regleta roja.

- La comprobación: es una fase importante del trabajo experimental del niño y de la niña, ya que comprueban sus propios resultados y aprenden a confiar en su propio criterio para corregir sus equivocaciones.
- Los ritmos de aprendizaje: cada niño adquiere sus conocimientos desde la base de la aritmética, se ve obligado a redescubrirla por sí mismo a su propio paso y de acuerdo con su capacidad.

Al tener en cuenta los aspectos anteriores, queda claro que este material estimula el desarrollo de las capacidades mentales de los niños y las niñas y respeta su desarrollo intelectual. Se debe aclarar que el material por sí mismo no desarrolla capacidad mental alguna, sino que son las acciones que se realizan con este material las que estimulan el aprendizaje. Por eso, estas suscitan en los pequeños la observación, la creatividad, el análisis, la crítica y el diálogo con sus compañeros y generan una dinámica de grupo dialogante que aporta al desarrollo de sus capacidades sociales e intelectuales.

Por otro lado, la implementación de este material exige que los profesores del mismo o de distinto nivel se reúnan para trabajar cooperativamente en la preparación y reflexión de las clases y se enriquezcan unos a otros con sus experiencias. En consecuencia, el profesor que desee trabajar con este material “debe romper con los hábitos dogmáticos para asumir una aptitud de investigación, y la investigación se estimula con los numerosos contactos” (Goutard, 1964).

## 4.2. Etapas que se siguen en el trabajo con regletas

En el trabajo de las regletas se evidencian las siguientes etapas:

### 4.2.1. La actividad espontánea

Corresponde a la primera etapa que se desarrolla en los primeros años de escolaridad. Es exploratoria y lúdica, en ella se les brinda a los niños espacios para jugar con libertad. Los pupitres en los salones se distribuyen para el encuentro con el otro, hay también tapetes, en donde se reparte el material por cantidades arbitrarias, para que lo manipulen mediante el juego de armar figuras: casas, caminos, robots, castillos, torres, y otros objetos, sin intervención del adulto. En esta parte inicial del proceso se pretende que los niños se familiaricen con el material.





Algunas de las nociones que se llegan a tratar en esta etapa son:

- Clasificación por colores.
- Clasificación por longitudes.
- Ordenar de mayor a menor y viceversa: hacer escaleras.

El siguiente es un ejemplo en el que una maestra analiza la experiencia. Aquí se evidencia la forma como los pequeños enriquecen los ordenamientos ascendentes y descendentes desde su mirada tan particular:

*Se quiere que los estudiantes establezcan relaciones de comparación entre las regletas, identificando  $>$ ,  $<$  e  $=$ . Primero se recurre a que realicen ordenamientos de regletas por tamaño, se intenta que inicien el proceso de construcción del significado en orden ascendente y orden descendente; primero, desde la oralidad los niños relacionan el término ascender como subir y el término descender como bajar, o que el orden ascendente es partir de la regleta menor a la mayor, y el descendente es partir de la regleta mayor a la menor. Los pequeños hacen este tipo de ordenamiento con regletas, explican con sus palabras cuál es la condición de este ordenamiento, pero comienzan a entrar en contradicciones, debido a que no siempre se asciende de menor a mayor. Hay muchas posibilidades de establecer relaciones de ascenso (ver el caso del ordenamiento central de la primera foto, o el de la derecha) que rompen con los esquemas*

*conceptuales de ordenamiento ascendente y descendente a los cuales los estudiantes habían llegado. Así que les planteo que debemos desarrollar un pensamiento en el que a veces lo que creemos no se cumple en todas las condiciones; a veces la duda, nos brinda posibilidades de encontrar algo nuevo...Esto me dio la oportunidad de acercarlos a un aspecto del pensamiento científico: ser flexibles cuando nos estamos enfrentando a conocer "algo". Lo realmente positivo de esta experiencia es que se dio paso, a tan corta edad, a la confrontación de ideas, a ser críticos con la docente, a buscar otras maneras de ver las definiciones, a un conocimiento relativo.*



#### 4.2.2. Actividades dirigidas

En esta etapa los estudiantes desarrollan su actividad con una intención propuesta por el profesor. Él orienta hacia la comprensión matemática, por medio de preguntas que se van complejizando y priorizando según los requerimientos de la disciplina. Por ejemplo, cuando se les invita a los niños a comparar trenes de igual longitud y luego se les sugiere explorar cómo es esta relación.

Las tareas propuestas a los estudiantes, preferiblemente, deben surgir de la observación de aquello que algunos estudiantes de la clase realizan con el material. Es decir, algunos de ellos construyen organizaciones que fácilmente se



pueden encausar hacia las matemáticas; se trata ahora no de descubrimientos empíricos, sino conscientes, al nivel de las estructuras que van surgiendo. Sin embargo, en algunas ocasiones ha pasado que algunos maestros creen que los estudiantes han encontrado algo al manipular el material, cuando éste no ha sido más que el resultado de seguir atentamente las instrucciones dadas por ellos: “haz esto” y “ahora aquello”. Estas circunstancias hacen pensar que es importante respetar las posibilidades y el ritmo de aprendizaje de cada uno. No se debe forzar las situaciones porque así no están aprendiendo sino mecanizando.

Algunas de las actividades que se hacen son: familias de descomposición de longitudes, familias de diferencias equivalentes, tablas de productos equivalentes, familias de fracciones, entre otras.

#### 4.2.3. Sistematización y dominio de las estructuras

En este momento, los niños van dejando de lado las regletas a medida que se van familiarizando con ellas y van interiorizando sus aspectos estructurales.

Es decir, cuando han comprendido un ejercicio prescinden de lo concreto y pasan a escribir lo que entendieron; como los símbolos se manejan más fácilmente que los objetos materiales, por ello los niños abandonan el material sin que los adultos nos demos cuenta; la operación mental les parece más fácil en tanto que no requieran de un soporte concreto para realizarla. Por ejemplo, se sugiere a los niños escribir trenes sin tener sobre el puesto el referente de las regletas, esta actividad exige que los pequeños recurran a las representaciones mentales que han creado, es decir, no se pide copiar sino expresar por escrito lo entendido.

Estas etapas no se dan en estricto orden, no es que al principio se deba dar mayor importancia a manipular el material y después no. “En realidad se trata de un continuo movimiento de vaivén: desde el principio se esfuerzan los niños en calcular mentalmente, basándose en la experiencia adquirida dentro del proceso de las manipulaciones (el trabajo escrito, en particular, debe hacerse prescindiendo de las regletas); pero se vuelve al material para las comprobaciones, para el estudio de nuevas cuestiones o para profundizar más en las anteriores” (Goutard, 1964).

## 5. NARRATIVA Y ANÁLISIS DE LA SECUENCIA DIDÁCTICA

En lo que sigue se reconstruye, por medio de algunas memorias de clase, la secuencia didáctica que se desarrolla con las regletas y se plantean algunos análisis.

### 5.1 Construcción de la escalera

Ésta es la memoria de clase de una profesora en preescolar:

Se invita a los estudiantes a jugar con regletas. Luego de un tiempo prudencial (más o menos 15 minutos de juego libre) la maestra pregunta al grupo:  
- ¿Quién quiere contarnos qué construyó con las regletas?  
- Yo - dice Juliana, yo hice un parque de diversiones de muchos colores.  
- Alguien más quiere hablar de su trabajo, dice la maestra.  
Levanta la mano Diego. - Bueno, vamos a escuchar a Diego.  
-Yo hice una pista de carros.

Después de escuchar a varios estudiantes, la docente alterna la invención libre y el trabajo dirigido. Ella propone a los niños buscar una manera de ordenar las regletas. Se observa que los niños se interesan en la tarea y comienzan a realizar empíricamente clasificaciones por colores, por tamaños; unos elaboran rectángulos de colores, trenes de una misma longitud, comparan regletas de distinto color y aprecian su diferencia; algunos niños colocan las regletas sobre la mesa en forma horizontal y otros en forma vertical, lo que permite observar el material desde diferentes ópticas. Ya ha pasado un tiempo y la docente pregunta al grupo: ¿quién puede ordenar las regletas de la más grande a la más pequeña? La intención de esta pregunta es dar paso a la construcción de la “escalera de regletas”.

Aquí es importante notar que aquellos que han realizado su organización en el espacio responden fácilmente la siguiente pregunta ¿a qué se le parece esta figura?, rápidamente responden: “tiene forma de escalera”, así llegan a formar la “escalera de regletas”.

Luego de que el niño ha manipulado muchas veces las regletas, construye con gran habilidad la escalera.

La maestra pregunta: - ¿Quién quiere leer su escalera?  
Los niños quedan asombrados, pues no saben cómo leerla.  
Los estudiantes dicen: - Pero ¿cómo? ¿Por colores?  
La profesora responde; - ¡Sí, por los colores!  
Diego levanta la mano y dice: -Yo leo naranja, azul, café, negra, verde oscura, amarilla, rosada, verde clara, roja y blanca.  
-Muy bien, Diego. Ahora, - ¿Quién se atreve a leerla de otra forma?  
Interviene Estefannie: - Blanca, roja verde clara, rosada, amarilla, verde oscura, negra, café, azul, naranja.



Los estudiantes por medio de la lectura de la escalera en colores, van interiorizando y estableciendo relaciones de orden a partir de la comparación de longitudes. Esta actividad se hace de forma oral. A medida que los niños van leyendo las escaleras, la maestra escribe en el tablero el nombre de la regleta para luego, introducir la simbología.

### Reconocimiento de la simbología

Luego, la maestra pregunta ¿quién quiere pasar a escribir el nombre de una regleta y también escribir su símbolo?

-Yo, dice Ana. Ella escoge la regleta Naranja y escribe en el tablero su símbolo: n.

En este momento la maestra toma en su mano la regleta de color negro y le pide al grupo que escriba su símbolo.

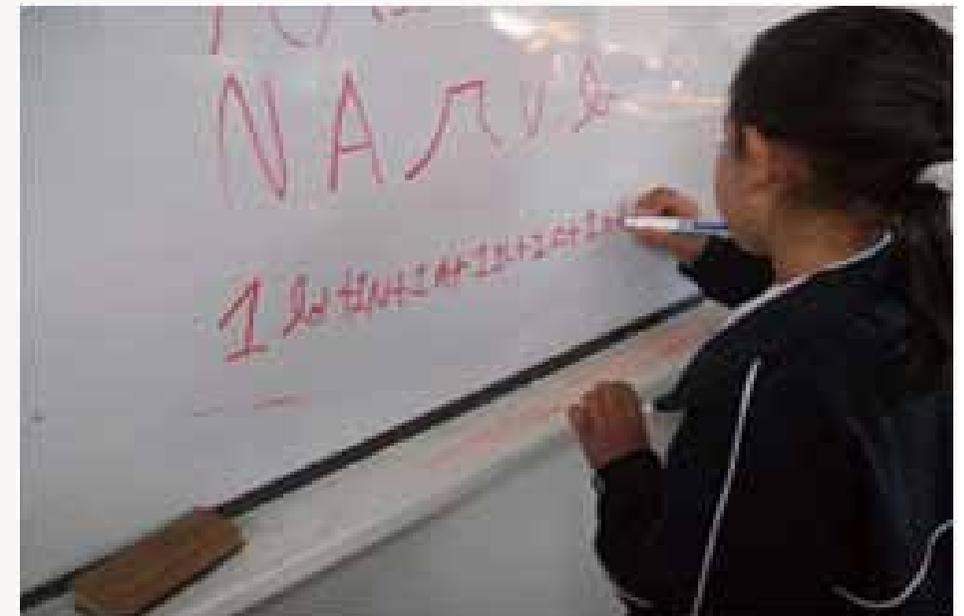
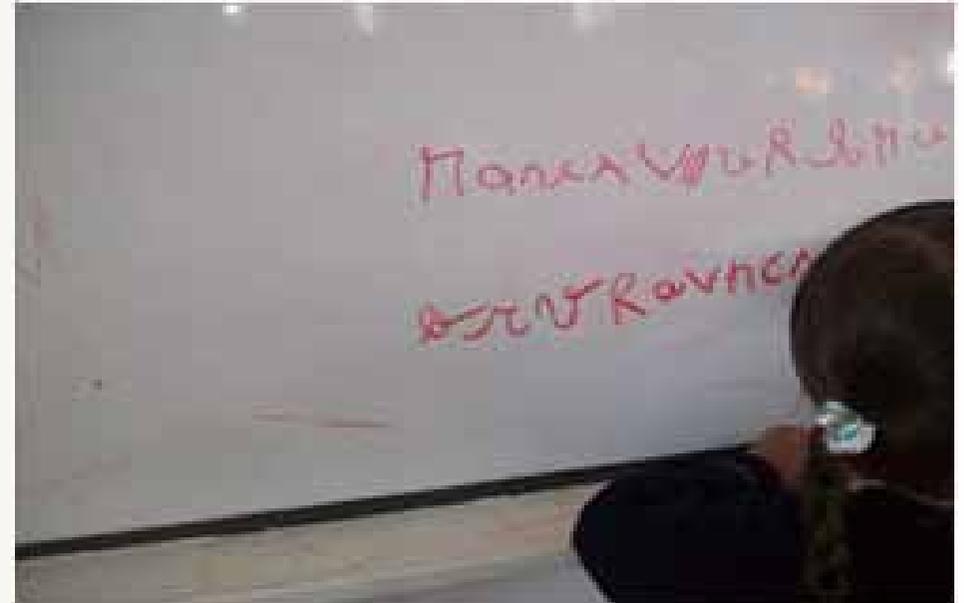
Iván pregunta: -Pero ¿cómo hacemos para saber cuándo estamos hablando de la regleta naranja o de la negra?

-Ya sé, dice Siomara, pues como la Naranja es más grande escribimos una N grande y como la negra es más pequeña la escribimos una n chiquita.

En este instante la maestra aclara las inquietudes y descubrimientos que han surgido espontáneamente.

Me parece muy buena su apreciación Siomara, afirma la profesora. Lo que ella quiere decir es que empleamos la letra mayúscula para el símbolo de la regleta larga que en este caso es la Naranja y la n minúscula, para el símbolo de la regleta negra porque es más corta.

Se continúa motivando al grupo para la escritura de la simbología de todas las regletas en el tablero.



De esta manera, se logra que los niños descubran la simbología de las regletas de forma natural, apoyándose en su experiencia pues les ha permitido diferenciarlas no sólo por el color sino también por su tamaño; y mediante el lenguaje que es el medio (oral y escrito) que les permite expresar espontáneamente sus ideas.

Aquí se observa que los estudiantes a través de la interacción con los otros y de la confrontación de sus pensamientos con lo que piensa y dice la maestra llegan a acuerdos sobre el uso de las palabras y los símbolos. Es decir no se imponen los símbolos, ni se piden hacer planas de estos, pues con la manipulación y guía del profesor se apropian de estos. Vygotski (1979) explica que para desarrollar la función simbólica, el niño debe tener una aproximación de la conducta intencionada de los otros, en este caso, de su maestro y de sus compañeros de grupo, es así como comienza a aprender de los demás. Por otro lado, los estudiantes al formar la escalera son conscientes de las relaciones de orden que allí se establecen, en este sentido, las utilizarán más adelante para organizar las familias de equivalencias y las tablas de diferencia.

En síntesis, el acuerdo sobre el símbolo se logra porque se asocia tanto la letra inicial del color como la relación de orden (tamaños) que explícitamente se da. De esta manera, se percibe una primera aproximación entre lenguaje y matemáticas.

## 5.2. Equivalencias en blancas de cada regleta

En esta actividad se guía a los estudiantes a que descubran la equivalencia en b (blancas) de cada regleta.

La pregunta que se hace para motivar dicho descubrimiento es: ¿cuántas blancas se necesitan para cubrir a una Naranja? Algunos niños instantáneamente responden que 10 blancas; otros recurren al material, construyen encima de la regleta N (Naranja) una fila de blancas igual a la longitud de la regleta Naranja y luego, responden 10 blancas; y otros dan diferentes respuestas. La profesora invita a los estudiantes a argumentar sus respuestas oralmente y al tiempo recorre el salón para observar el trabajo que han realizado sobre su puesto con las regletas, hecho que le permite reconocer los procedimientos implícitos utilizados por éstos. Además, la maestra resalta la equivalencia correcta. Los pequeños continúan indagando el valor en blancas de cada una de las otras regletas.

Este ejercicio es fundamental porque facilita más adelante la escritura de trenes equivalentes y el cálculo mental. Pero, quizás su importancia radica

en que es la primera vez que explícitamente se trabaja el conteo (en blancas) para asignarle a cada regleta una cantidad de longitud, es decir, que el número natural se usa como medida.

Blanco (b) 1 cm<sup>3</sup>  
Rojo (r) 2 cm<sup>3</sup>  
Verde Claro (v) 3 cm<sup>3</sup>  
Rosada (R) 4 cm<sup>3</sup>  
Amarilla (a) 5 cm<sup>3</sup>  
Verde Oscuro (V) 6 cm<sup>3</sup>  
Negro (n) 7 cm<sup>3</sup>  
Café (C) 8 cm<sup>3</sup>  
Azul (A) 9 cm<sup>3</sup>  
NARANJA (N) 10 cm<sup>3</sup>



Es importante mencionar que se comparte la idea de que la introducción del número como medida no excluye, de ninguna manera, el uso del número

natural como cardinal<sup>7</sup>. Es evidente el valor que tiene el uso de las regletas, ya que permite a los niños por medio de la exploración establecer las equivalencias y decidir, autónomamente, si su razonamiento es correcto o no. De esta forma, la función del profesor es conducir por medio de cuestionamientos a que los estudiantes tomen conciencia de las relaciones establecidas y no hacerlo por ellos. Pues, es más fácil para los docentes escribir en el tablero dichas equivalencias que hacer que se las memoricen.

Una vez que los estudiantes enuncien verbalmente las relaciones a las que llegaron, sin acudir a usar las regletas, se les pide que las expresen de forma escrita.

### 5.3. Búsqueda de la longitud a través del tacto

El juego consiste en cubrirle a un pequeño los ojos y darle una regleta. Luego, se le pide que saque de una bolsa o que tome otra que sea del mismo color de la que tiene en la mano. Una situación de clase ejemplifica esto:



Luis ya tiene vendados los ojos y una regleta en su mano, ahora se dispone a escoger la regleta adecuada, el salón está en silencio. La maestra solicita a Ángela que escriba en el tablero la respuesta que da su compañero, esto como preámbulo a que surjan varias hipótesis. Luis sacó una regleta verde oscura, que es diferente a la que se le había dado.

En este momento la profesora convierte ese error en fortaleza y dice:

-¿Son del mismo color, de la misma longitud o difieren en longitud y color? Para Luis, la Verde oscura es igual a la amarilla. Ángela escribe en el tablero V y dice: - ésta no es igual a la amarilla porque la Verde oscura es más grande que la amarilla.

- ¿Cómo podemos comprobar esto?, pregunta la profesora.

- Muy fácil, responde Rafael, no ves que la verde oscura equivale a 6 blancas y la amarilla es igual a 5 blancas. - Muy bien, Rafael.

- ¿Quién podría decir de otra manera esta relación?, pregunta la maestra. Levanta la mano Ankou, - me parece que es así: la amarilla es más pequeña que la Verde oscura.

Como se evidencia en la anterior situación los estudiantes deben acudir a su memoria perceptiva y visual, así como a las equivalencias en blancas, hechas anteriormente para lograr realizar el ejercicio adecuadamente; lo que se busca es asociar color con tamaño (cantidad de longitud). Otro aspecto a resaltar son los diferentes argumentos que expone cada uno de los niños para sustentar su respuesta, aspecto que deja ver el valor que se le otorga a la comunicación de las ideas a la hora de aprender matemáticas. Pues, el docente propicia el escenario para que expresen libremente lo que piensan, permite y promueve varias respuestas a las problemáticas planteadas. Esta actitud conduce implícitamente a que en un futuro los estudiantes no tengan dificultad para entender que un problema puede tener varias soluciones y se les facilite comunicarlas de manera formal.

<sup>7</sup> Al respecto Godino (2003) dice: “algunos autores consideran la medida como un contexto de uso diferente de uso de los números naturales, hablando incluso del “número de medir”. Pensamos que este uso es equivalente al de cardinal. Al medir una cantidad de magnitud tomando otra como unidad se trata de determinar cuántas unidades (o bien múltiplos y submúltiplos) hay en la cantidad dada. De manera equivalente, hablar del cardinal de un conjunto se puede ver también como “medir” el tamaño o numerosidad del conjunto considerado tomando el objeto unitario como unidad de medida...” (pag).

## 5.4 Construcción de trenes

Para formar los trenes de igual o diferente color, las regletas se colocan una detrás de la otra, es decir se unen punta con punta. Luego, de que los estudiantes construyen trenes pasan a leerlos:

- Naranja, blanca, café.
- Rosada, rosada, rosada, rosada.
- Hay una roja, más otra roja, más una rosada, más una verde clara, más una naranja, más otra naranja, más una café.
- Una azul más otra azul más otra azul.



Es prudente comentar que la primera lectura que el niño realiza de su tren es identificando los colores de las regletas que lo forman y después utilizando la palabra más. Al respecto una docente dice: “primero se hace que el estudiante tome conciencia de la acción con las regletas para formar el tren. Entonces, se puede decir explícitamente que estamos uniendo o agregando longitudes”. Así, la adición aparece vinculada con la acción de agregar o unir longitudes (construir trenes) y su símbolo primero se usa en forma oral.

## 5.5. Aproximación a la adición

Luego, se da paso a la escritura del tren, se les pregunta ¿cómo lo escribirían? Este cuestionamiento invita a los niños a crear sus propios símbolos, pues necesitan expresar o traducir al lenguaje escrito la lectura del tren que cada uno ha hecho. Lo escriben a través del uso de la simbología de cada regleta sin darle ningún valor fonético a la letra, a veces las dibujan y, por último, se les insinúa que recurran a los símbolos. En este momento, se da paso a la escritura espontánea de trenes unidos a través de signos arbitrarios.



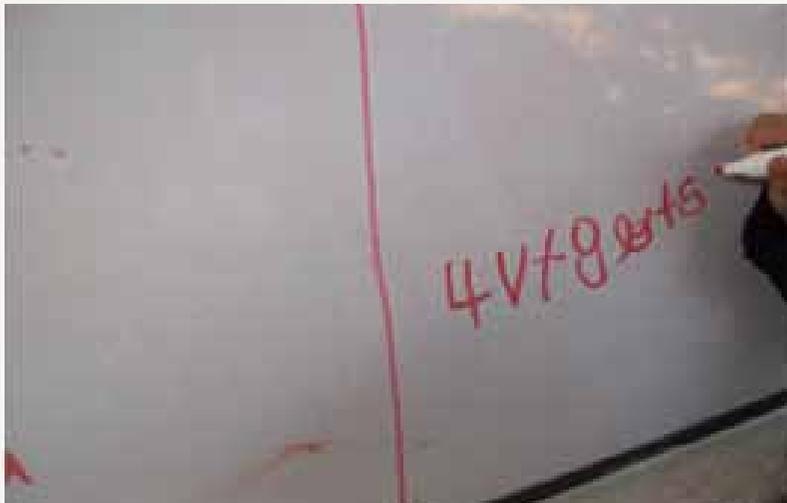
Primero socializan el hallazgo de escritura y número en el tablero, generalmente ingresan con el uno, luego con números mayores.

Entonces, en la oralidad el niño antepone el número, dice:

-una verde clarita, más una roja, más una roja, más una azul...

Se le pregunta: - ¿Se podría leer de otra manera? Algún estudiante puede decir que en lugar de una roja, más una roja, se puede decir dos rojas. Después, un niño escribe este tren en el tablero:  $v + r + r + a + v + v + v$

-¿Se podría escribir de otra manera?, pregunta la profesora. Surgen muchas hipótesis hasta llegar a:  $1v + 2r + 1a + 3v$



Obsérvese que los estudiantes muestran comprensión de las relaciones dinámicas entre las partes (en este caso cada vagón o regleta) y el todo (el tren) cuando realizan cambios sobre una o varias de las partes y reconocen que la suma de dos números (naturales) es más grande que el primero de ellos. La escritura evidencia que hacen paquetes (o agrupaciones) de regletas de igual longitud para expresar el tren de una forma más "sencilla". Se podría decir que implícitamente hacen uso de la propiedad asociativa. Cuando los trenes

no tienen los vagones del mismo color contiguos, primero usan la propiedad conmutativa y luego sí la asociativa.

Además, claramente se ve que se establece una relación entre cantidades por medio de una función, que para este caso es la suma. En la representación de dicha relación matemática y el análisis de la situación (construcción, lectura y escritura del tren) se usan símbolos algebraicos (la letra como etiqueta) para representar y comprender las relaciones cuantitativas.

### Comparación de trenes

También es posible comparar trenes, es decir, medir las diferentes longitudes; los estudiantes fácilmente identifican cuál tren es más largo, corto o si son iguales.

Ejemplo de una situación propuesta en una clase de indagación sobre el reconocimiento y escritura de los símbolos  $<$ ,  $>$ ,  $=$ :

Un niño pasa al tablero y escribe el siguiente tren:  $A+V+n+R+b$  y otro  $c+r+n+A$

La maestra pregunta: - ¿qué tren tiene mayor longitud?

Un estudiante responde: el primero.  $A+V+n+R+b$

La docente de nuevo indaga: - ¿Por qué?

-Porque este tren tiene vagones más largos y el otro vagones más cortos. Se observa varias hipótesis de signos en el tablero hasta llegar a acordar la notación convencional de  $>$ ,  $<$ . Y los pequeños comienzan a introducir estos símbolos en la comparación de regletas, dentro de trenes cortos y largos.

Luego se invita a que otro niño escriba un tren de la misma longitud que:

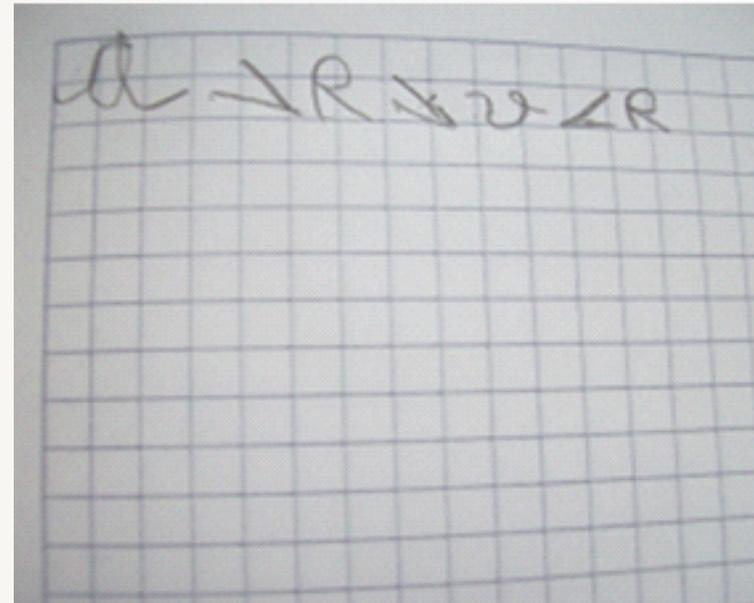
$A+V+n+R+b$

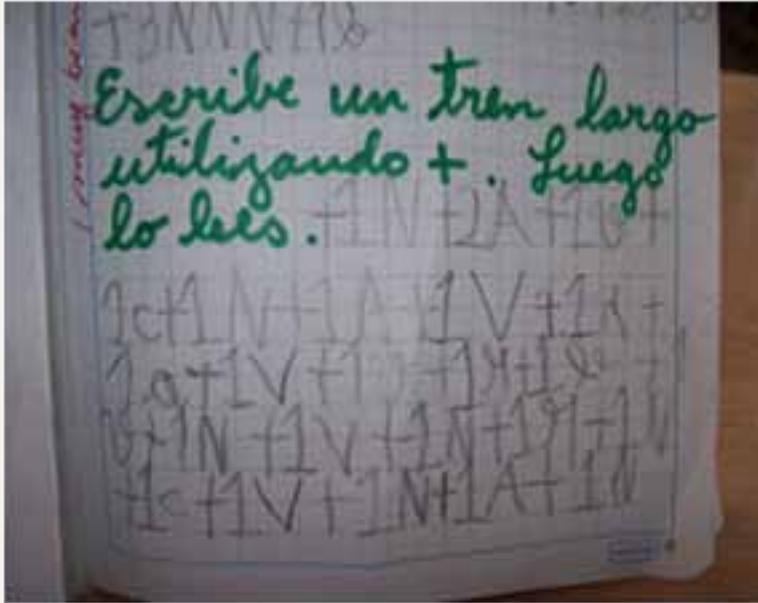
El niño escribe:  $N+c+a+R$

La docente pregunta: ¿Cuál de estos trenes es más largo?

-Son iguales de largos contestan los niños. Se propone que otro chico pase a escribir un símbolo que identifique la igualdad.

$$A+V+n+R+b=N+c+a+R$$





Posteriormente escriben los trenes sobre el papel, como en la foto.

Cabe anotar que los niños desde Realizan con regletas equivalencias, luego las escriben.

su medio cultural y social han tenido aproximaciones a las nociones de orden, que en la escuela se reafirman y consolidan; así el concepto de las relaciones de comparación ha estado implícito en todo el proceso.

Hacen sencillas comparaciones utilizando  $<$  y  $>$ .

Al analizar las formas como los estudiantes expresan sus hipótesis se podría decir que logran el aprendizaje de métodos (generalidades) para hacer cálculos aritméticos. Este proceso implica que interiorizan generalidades que se encuentran implícitas, relativas a la estructura de la aritmética. Desde esta perspectiva, la aritmética se centra en la obtención del resultado y permite establecer una estrecha relación con el álgebra, que proporciona las formas estructuradas de obtener dicho resultado. De este modo, por ejemplo, ser capaz de contar requiere trabajar algebraicamente ya que es necesario tener una forma, estructurada y organizada, de contar (Molina, 2006).

### Trabajo de permutaciones

Un ejercicio que se puede plantear a los pequeños es comparar las longitudes de los trenes construidos con las mismas regletas, pero en distinto orden, es decir, comparar:

$$n+a+r \text{ con } r+n+a$$

Se debe insistir que, bajo el criterio de la ubicación de las regletas, son trenes distintos pero de igual longitud.

Luego, se pregunta ¿cuántos trenes distintos se pueden formar con las mismas regletas?; los estudiantes manipulan las regletas y concluyen que hay 6 trenes distintos, pero de igual longitud. Ésta es la respuesta de un estudiante:

$$\begin{array}{ccc} n+a+r & a+n+r & r+n+a \\ n+r+a & a+r+a & r+a+n \end{array}$$

Obsérvese que la disposición de los trenes tiene cierta regularidad y cuando se le indaga ¿por qué son 6 trenes?, responde: – “porque cada uno vale por dos y  $2+2+2=6$ ”.

Esta respuesta, junto con la manera de colocar los trenes, denota fácilmente que hay dos permutaciones que comienzan con la misma regleta, que es lo que quiere decir “cada una vale por dos”.

La actividad se puede ampliar al caso de cuatro y más regletas con el fin de lograr construir una tabla que relacione: número de regletas del tren, número de trenes distintos y diferente manera de hallarla.

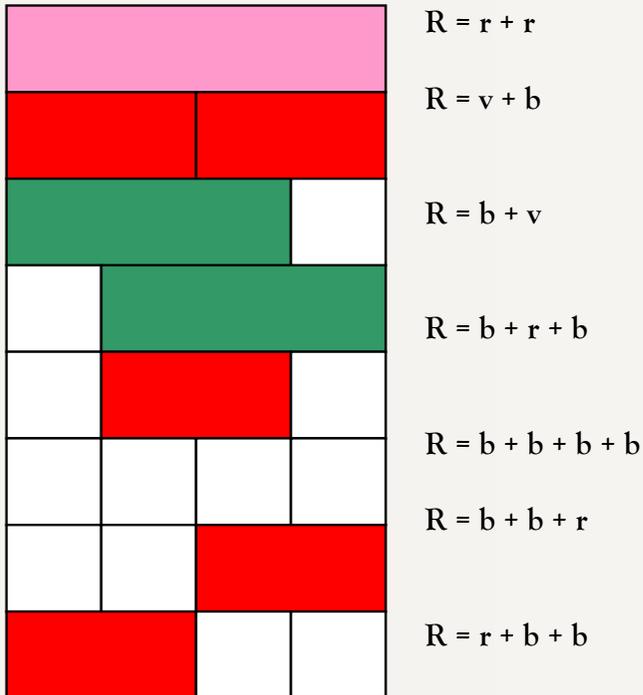
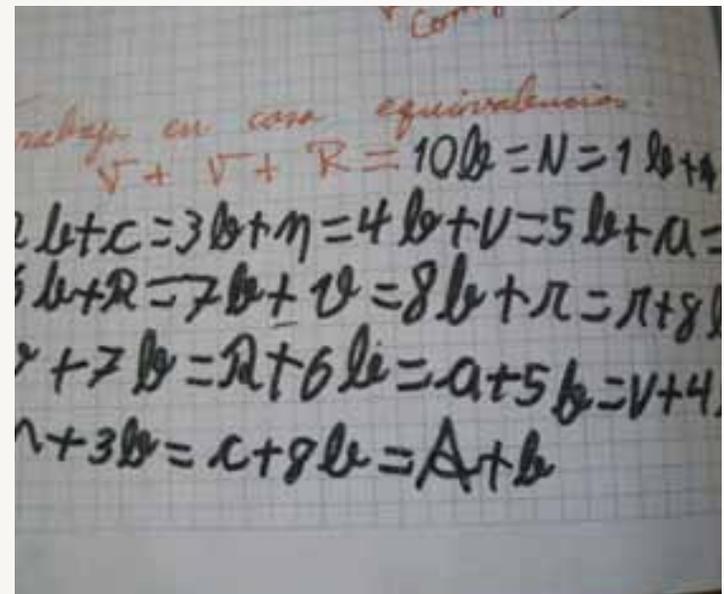
### 5.6. Descomposición de longitudes

Estas son operaciones que encierran múltiples actividades, para consolidar la comprensión de la cantidad y de las equivalencias. Una docente expresa:

Al iniciar se les propone hallar todos los posibles trenes iguales de largos a una regleta roja; siempre debemos tener en cuenta la regleta base que se dio; con la roja salen dos trenes iguales de largos. Luego, se trabaja con la regleta verde clarita y se deja que los niños realicen varios intentos hasta lograr hacer los cuatro trenes iguales de largos a una verde clarita. Así sucesivamente se sigue trabajando con las otras regletas hasta llegar a concluir que a partir de esta descomposición estamos utilizando las propiedades de la suma. Además ocurre que a medida que la longitud aumenta se va duplicando la cantidad de trenes, por tanto, se encuentran otras formas de escribir un número hasta lograr con la Naranja que son 512 veces.

Los estudiantes establecen por ejemplo, que la  $R = b + b + b + b = r + r = b + r + b = r + b + b = b + b + r = v + b = b + v$ . De esta manera, los niños aprenden a expresar cantidades de diferentes formas; el caso anterior se puede traducir numéricamente de la siguiente manera,  $4 = 1 + 1 + 1 + 1 = 2 + 2 = 1 + 2 + 1 = 2 + 1 + 1 = 1 + 1 + 2 = 3 + 1 = 1 + 3$  ó  $4 = 4 \times 1 = 2 \times 2 = 1 \times 2 = 2 \times 1$ .

Hay estudiantes de tercer grado, que llegan a comprensiones asombrosas, como la de la foto anterior.



Algunos estudiantes de tercer grado llegan a comprensiones asombrosas, como la de la foto.

Así, los estudiantes van trabajando con cada regleta de manera independiente. En el descubrimiento del número en descomposiciones de trenes con cada regleta, los niños establecen la siguiente relación con la cantidad de trenes: (Imagen 13 tabla de descomposiciones)

$r = 2$ trenes	$V = 32$ trenes
$V = 4$ trenes	$n = 64$ trenes
$R = 8$ trenes	$C = 128$ trenes
$A = 16$ trenes	$A = 256$ trenes
	$N = 512$ trenes

Algo interesante para analizar en las actividades de descomposición es el uso explícito de las propiedades conmutativa y asociativa. Al respecto algunos autores aseguran que la comprensión de la propiedad conmutativa es inicialmente dependiente del contexto y del tamaño de los números, sin ser entendida como un principio general hasta que se alcanza el nivel operacional (Baroody y Ginsburg, 1986; Baroody, Wilkins y Tiilikainen, 2003, citado por Molina, et al. 2007). Obsérvese que la búsqueda y la escritura “formal” de las descomposiciones o equivalencias ayuda en gran medida a lograr dicha comprensión, es decir, para que los estudiantes no tiendan a sobre-generalizarla a todas las operaciones.

En relación con la propiedad asociativa se observa que, a diferencia de la propiedad conmutativa, no emerge de forma espontánea, a partir de la exploración de los números y sus operaciones; el docente debe sugerirla, así como el uso de los paréntesis.

Por otro lado, el uso del lenguaje horizontal llama la atención porque tradicionalmente es más propio del álgebra que de la aritmética. Esta forma de

Handwritten mathematical work on a whiteboard showing various equations and calculations involving square roots and numbers. The work includes:

$$20 - 90 = 20 - 10 = 580 - 570 = \sqrt{\quad}$$

$$= \sqrt{16} + 4 + 2 = 3^2 + \sqrt{4} - 1 = \sqrt{9} + \left(\frac{1}{2} \text{ de } 8\right) + 8 + 14 + \sqrt{16} - 21 = \sqrt{4} + \sqrt{\quad}$$

$$(9 + 3) - (\sqrt{25} + 2 = \sqrt{36} + 1 = \sqrt{100} = 30 + \quad)$$

$$= 20 + 30 + 9 - 49 = 30 - 20 = 10 + 200 - \sqrt{\quad}$$

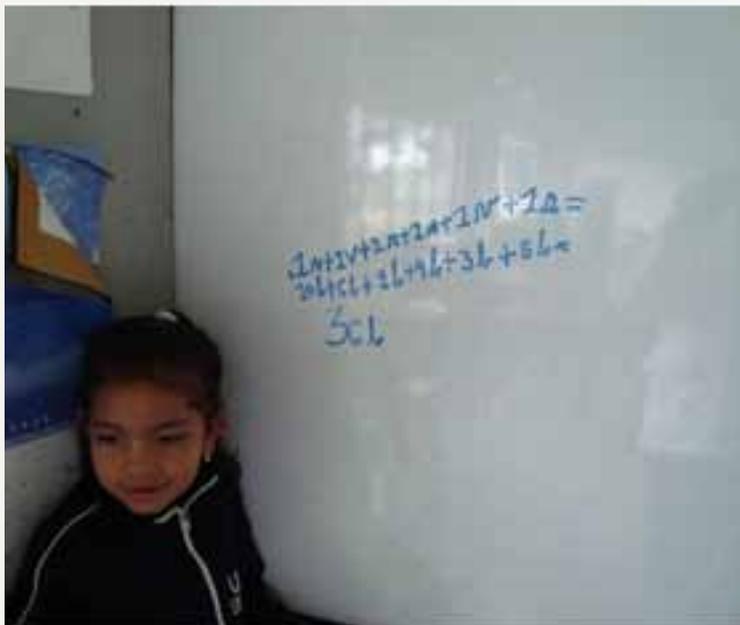
$$250 - 50 - 100 - 90 = 24 - 14 = 3^2 + 3 + 1 = (\quad)$$

$$8 + 8 + 8 + 5 + 1 = 20 = \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4} + \sqrt{4} =$$

$$\sqrt{9} + \sqrt{9} = 4 \times 4 + 4 = 80 + 70 + 50 + 100 =$$

$$0 = 100 - 50 + 5 - 15 - \frac{1}{2} \text{ de } 80 + \sqrt{9} + \frac{1}{2} \text{ de } 40$$

$$3 - 10 + 5^2 - \sqrt{9} - 2 - 10$$



escritura para los pequeños les es más familiar y favorece la exploración de la igualdad como la representación de una relación estática entre dos expresiones, así como la interpretación bidireccional de las igualdades.

*Aproximación a la sustracción*

Cuando los niños han asimilado la suma con las regletas y se han apropiado de la representación simbólica de esta operación, se inician ejercicios enfocados en la búsqueda de diferencias con las regletas. Para ello, el docente simultáneamente propone al grupo actividades en las que se den procesos de reversibilidad del pensamiento; es decir, se realizan al tiempo la adición y la sustracción.

Un ejemplo de pregunta que da paso al conocimiento de la sustracción es: ¿qué le falta a la regleta amarilla, para ser igual a la negra?

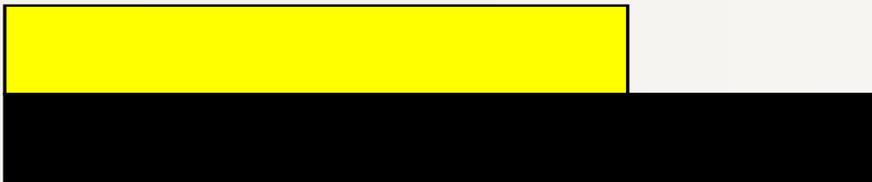


Para este ejercicio se ubican las regletas una sobre la otra (minuyendo debajo y el sustraendo encima). Nótese que es importante la ubicación de las regletas: la regleta más larga va debajo y la más corta, encima; esta ubicación favorece el sentido de la resta como complemento, es decir,  $7-5=2$  porque el complemento de 5 con respecto a 7 es 2. De otra manera,  $5+2=7$  aspecto que como se había dicho, muestra la resta como operación contraria de la suma.

*Búsqueda de parejas cuya diferencia sea una regleta*

¿Busquemos las parejas de regletas cuya diferencia sea la rosada? (se le muestra la regleta rosada), para este caso los niños encontraron 5 parejas, es decir 5 formas de representación de la longitud de la regleta rosada utilizando la resta:

$$N - V = R \quad A - a = R \quad c - R = R \quad n - v = R \quad V - r = R$$



$$n - a = 2b$$



$$N - c = r$$

Es claro que la resta se trabaja como complemento y no en el sentido de “quitar”, que es como tradicionalmente se ha hecho. Además, la pregunta con la que se inicia el aprendizaje de la resta se puede vincular a la formulación de problemas de comparación, por ejemplo: Enrique tiene 9 carros y Francisco 3, ¿cuántos carros más tiene Enrique que Francisco?, ¿cuántos carros menos tiene Francisco que Enrique? y ¿qué diferencia hay entre el número de carros que tiene Enrique y el número de los que tiene Francisco?

*Cómo pasar de una diferencia a otra:*

Ejemplo de una situación:

Surgió en el grupo este ejercicio:  $c - v = a$

La maestra pregunta ¿qué otras parejas de regletas podemos encontrar que conserven la misma diferencia?, una respuesta de un estudiante de segundo es: agregándole una  $r$  a cada una y escribe:  $(c + r) - (v + r) = aN - a = a$

El paréntesis pudo haber surgido antes con la propiedad asociativa o puede resultar como una necesidad para operar, lo llamamos a veces paquetes.

Estos tipos de ejercicios son un poco más complejos, se realizan con el fin de que los estudiantes tengan la posibilidad de realizar, de maneras sencillas los cálculos, al expresar una sentencia de diferentes formas. Este aspecto hace que necesariamente reconozcan ciertas estructuras de la aritmética que son importantes para el álgebra (en álgebra ejercicios como,  $3x+7y$  a simple vista no son realizables, pero si se buscan relaciones entre las expresiones, será posible).

## 5.7 Elaboración Planchones

Para esta actividad se solicita a los estudiantes elegir 2 regletas de diferente color y elaborar con ellas dos trenes con vagones de igual color a los elegidos y que tengan la misma longitud.



Posteriormente, se les solicita que lean su tren, ejemplo: 4 veces la naranja es igual a 10 veces la Rosada. A algún niño se le pide que escriba lo que él dijo en el tablero; generalmente, lo escribe con palabras. Se indaga al grupo sobre el reconocimiento del símbolo para reemplazar la palabra veces y se llega a la  $\times$ . Este es un proceso que se desarrolla a largo plazo y hace que los pequeños se familiaricen con esta operación. La actividad anterior lleva a la representación de la multiplicación como suma repetida.

Luego, cada tren se convierte en planchón<sup>8</sup> al colocar los vagones de los trenes uno al lado del otro. Después, se recubre o sobrepone uno encima del otro (pero de forma cruzada)



<sup>8</sup> Se recurre a la imagen del planchón que es un medio de transporte, aún utilizado en Colombia y otros lugares, para cruzar por ríos anchos vehículos y objetos pesados

A continuación se halla el valor en b de cada planchón, entonces  $4 \times N = 10 \times R$  porque cada N equivale  $10b$  esto permite a los niños relacionarlo con la siguiente sumatoria:  $10+10+10+10$  multiplicación que lleva a encontrar el 40; y  $10 \times R = 40b$  porque una R equivale a  $4b$  y sumada 10 veces  $4+4+4+4+4+4+4+4+4+4$  es igual a 40. Vale la pena aclarar que se pueden establecer planchones equivalentes con otras regletas, en este caso, la amarilla, con la roja y la blanca.



Es necesario aclarar que no todos los trenes equivalentes se convierten en planchones, ni todos los planchones en trenes equivalentes; se debe tener en cuenta que el planchón de base debe coincidir al cruzarse con el largo del planchón sobrepuesto.

$$4 \times N \text{ no coincide con } 8 \times a$$

De lo anterior se puede decir que, con un manejo adecuado del material en torno a los planchones, se logra ampliar la noción de multiplicación como sumas repetidas a producto de medidas. Así mismo, es decisivo desarrollar la propiedad distributiva con la manipulación de las regletas ya que promueve distintas maneras de calcular productos. Por ejemplo,

- $18 \times 35 = (10+8) \times (30+5) = (10 \times 30) + (8 \times 30) + (5 \times 10) + (5 \times 8) = 300 + 240 + 50 = 630$
- $18 \times 35 = (20-2) \times 35 = (20+35) - (35 \times 2) = (20 \times 30) + (20 \times 5) - (35 \times 2) = 600 + 100 - 70 = 630$ .

De esta manera, “los niños que tienen un perfecto conocimiento de estas leyes no son esclavos de un mecanismo aprendido y siempre encuentran caminos para llegar al resultado” (Goutard, 1964).

### Noción de la división

Para iniciar la división se escoge una regleta y se va guiando al estudiante por medio de las siguientes preguntas, a manera de ejemplo:

-¿En cuántas partes iguales se puede dividir la regleta Naranja con relación a las otras regletas?

Algunas posibles respuestas de los estudiantes:

- En 2, porque una amarilla, más una amarilla es igual a una Naranja.
- Una Naranja es igual a diez blancas
- Una Naranja tiene 2 amarillas.
- Una Naranja es igual a cinco rojas.

De esta manera, los niños inician sus acercamientos a la operación de la división.

Los niños preguntan: Profesor, ¿qué se hace con este espacio que sobró? Aquí se llega a establecer que hay divisiones exactas e inexactas. Para estas últimas se siguen los mismos pasos, sólo que se resta lo que sobra.

$$1 a = 1r + 1r - b, \text{ es decir } 5 = 2 + 2 - 1$$

Y así sucesivamente, con todas las regletas. Así, aparece la división como un proceso en el que nuevamente las equivalencias son importantes.

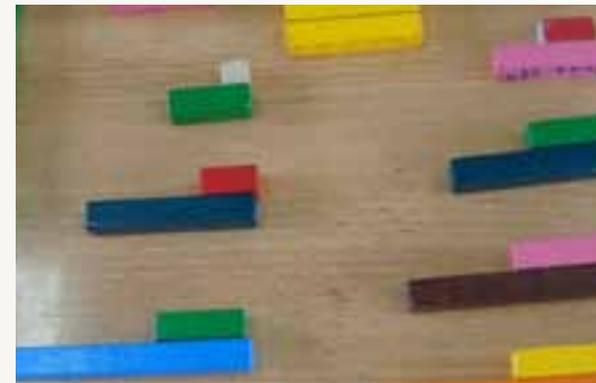
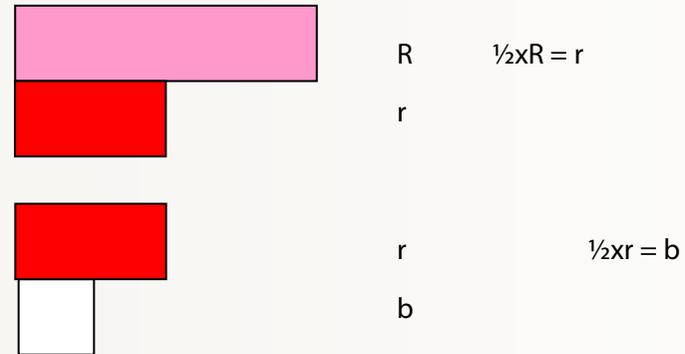
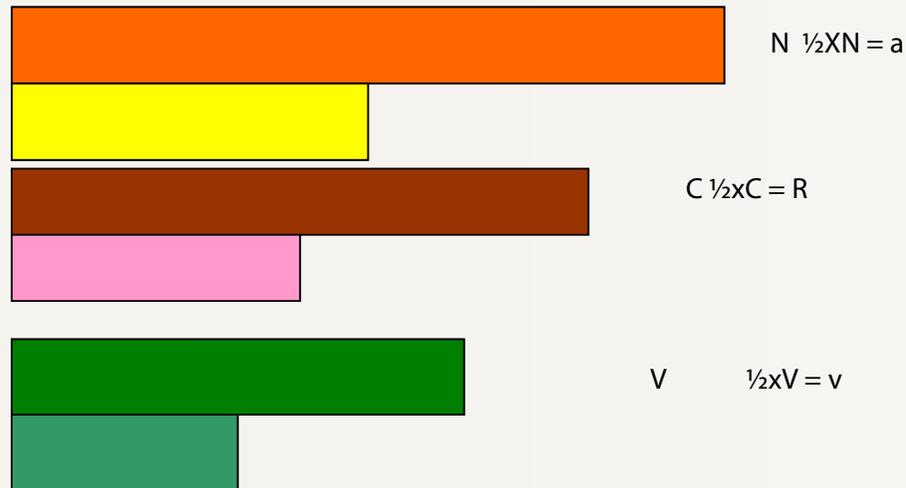
Es pertinente hacer preguntas con diversas regletas y luego pasar a los números; para ello se hacen preguntas como la siguiente: ¿Cuántos nueve hay en dieciocho? Y ¿cuánto sobra?

Además, como una manera de afianzar y profundizar en el acercamiento a las divisiones y fracciones, se les plantea a los estudiantes lo siguiente:

¿Qué es la N de la a?

1/2 de N = a    1/2 de C = R    1/2 de R = r    1/2 de r = b    1/3 de A = v    1/3 de v = r  
 1/3 de A = v  
 Con 1/4, 1/5, 1/6, 1/7, 1/8, 1/9, 1/10

Se le pide al niño tomar dos regletas en donde una sea la mitad de la otra, la tercera, o la cuarta parte...



Esta es una presentación breve del trabajo con regletas que se hace con los estudiantes de los primeros años en el IPARM para desarrollar la comprensión de los conceptos básicos, relacionados con el pensamiento numérico. Es necesario aclarar que en grados más altos, como segundo y especialmente tercero, se sugiere retomar el trabajo con regletas propuesto para el primer nivel. Se continúa el estudio de las distintas operaciones, suma, producto, y sus inversas, se agregan las potencias mediante el uso de diferentes algoritmos con el fin de no mecanizar los procesos operatorios. Todas las operaciones se van complejizando e incitando al estudiante a buscar posibilidades y a manejar esquemas de pensamiento matemático más comprensivo.

## 6. PALABRAS Y SÍMBOLOS

Se pueden distinguir dos momentos bien diferenciados en el paso del manejo de las regletas a los números. Se inicia con la manipulación, se incentiva la creatividad y la oralidad; luego, en el segundo momento, cuando el niño tiene dominio del material y puede dejarlo a un lado se inicia con el apoyo de sus compañeros de clase y del profesor para escribir las relaciones numéricas que ha encontrado; lo hace sin dificultad y busca nuevas posibilidades de expresión matemática que enriquezcan su saber.

La escritura nace de la necesidad que tiene cada niño de traducir y comunicar por escrito lo que está en su mente. Si hay dificultad en comprender los símbolos es porque se han enseñado rápidamente como realidades absolutas existentes por sí mismas; por ello, el niño debe “descubrir” la notación de la misma manera que descubre sus ideas; se llegan a acuerdos en la clase y se presentan como convenciones cómodas y prácticas que se inventaron para cubrir la necesidad del momento. En contraste están las clases en las que se comienza la escritura por medio de la copia del tablero y la plana, se observan unos niños que titubean y que están más preocupados por no salirse del renglón que por entender lo que están escribiendo. El docente puede insinuarles los símbolos, pero ellos deben de poder manipularlos y relacionarlos, como lo hacen con las regletas y con las palabras. Goutard (1964) presenta este ejemplo, “los paréntesis, como el punto y la coma, no se enseñan, sino que se hace comprender a los niños su necesidad de usarlos... Toda operación se refiere a sólo dos números. Efectivamente, cuando se quiere hacer  $7+4+2$ , hay que hacer  $(7+4)+2$  ó  $7+(4+2)$ ” ().

Por otro lado, en las narraciones de la secuencia didáctica se observa que al estudiante se le solicita que explique la forma como está comprendiendo la actividad, que dé razones sobre lo que hizo, para facilitar que sea consciente de las acciones y por tanto, de la transformación de ellas en operaciones, llamadas también acciones mentales; en fin, de que reflexione sobre lo que hace y que se pregunte si habría podido hacerlo de otra manera.

Si se considera la estrecha relación que existe entre las matemáticas, el pensamiento y el lenguaje, se acepta que las matemáticas aportan una parte funda-

mental al desarrollo cognitivo, social y a la comprensión del lenguaje en los escolares; pero a la vez, se establece que al facilitar la comunicación y la expresión en clases, el docente contribuye al desarrollo del pensamiento lógico y matemático de los niños.

Un aspecto que ayuda a enriquecer la relación social y comunicativa en matemáticas, especialmente en los primeros años de escolaridad, es promover un ambiente lúdico como una manera de que los pequeños se socialicen más fácilmente bajo reglas dadas pero a su vez con la posibilidad de crearlas. Esto da frutos pues agiliza la comprensión, como vimos con anterioridad, puede ser realizado a través de las regletas.

Hasta aquí el aporte del trabajo en regletas que se realiza de preescolar a tercer grado de primaria en el IPARM. Sin embargo, es importante tener en cuenta que éste no es el único camino empleado para desarrollar el pensamiento numérico, pues la posibilidad de comprensión se amplía cuando se analizan los lineamientos curriculares del área de matemáticas y se identifican en la práctica procesos allí enunciados, para trabajar en el aula los cinco pensamientos que se proponen en este documento. En este link <http://vargasmariae8.blogspot.com/p/v-behaviorurldefaultvml-o.html> (Propuesta de trabajo con otros recursos) se presentan experiencias en las que se evidencian algunos avances en el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes.

## 7. TALLERES CON PADRES DE FAMILIA

En nuestro proyecto pedagógico los padres de familia son coadyuvadores de los procesos de aprendizaje de sus hijos. Por esta razón, debemos prepararlos para que en un momento dado sean el apoyo de este trabajo espontáneo y lúdico en casa, de otra forma se presentarían dificultades ya que nuestros padres aprendieron las matemáticas a partir de la repetición y mecanización de las operaciones básicas.

Al iniciar el año se invita a los padres de familia a participar de los talleres

de regletas, realmente estos encuentros hacen que se cambie de mentalidad de ver y aprender otras formas divertidas de conocer las matemáticas básicas.

El taller de regletas que se realiza con ellos se hace de igual forma que con los niños, podríamos afirmar que los padres se divierten, gozan estas vivencias y manifiestan que si ellos hubieran tenido otra forma de aprender habría sido maravillosa pero la pedagogía tradicional y autoritaria no les permitió. Se sienten felices que a sus hijos se les enseñe otras formas de hacer las matemáticas. Con esta actividad los padres observan que su hijo entiende lo que hace, realiza niveles de abstracción, disfruta de su aprendizaje y lo más importante se autocorrigie sin traumatismos, llegando a lograr unos niveles de cálculos matemáticos, facilidad en la resolución de problemas de su cotidianidad, son niños que a partir de un buen trabajo de regletas se están apropiando de su aprendizaje y no de los temas impuestos por un currículo y por cumplir con unos contenidos.

Por otra parte los logros obtenidos de este taller dependen en gran parte el interés y la atención que se preste. Al finalizar cada sesión se solicita que en la semana traten de compartir con sus hijos lo aprendido en el taller y cualquier duda se podrá solucionar en el transcurso de la semana o en el siguiente encuentro.

Es importante anotar que en cada sesión se inicia haciendo un barrido con lo trabajado en la anterior semana esto con el fin de que no se quede ninguna duda por resolver. El tiempo de estos talleres se decide de acuerdo con los padres y nuestro interés es que los padres así como los niños hablen un mismo idioma en cuanto a las matemáticas. Muchas veces se consigue con este trabajo y la motivación de algunos padres que ellos quieran conocer o tener más bibliografía sobre este tema para poder compartir no solo con sus niños sino con algunos familiares como ayuda pedagógica.



Los maestros cuando nos apropiamos del material y le encontramos el sentido a nuestro trabajo pedagógico, disfrutamos nuestro quehacer. Ante todo debemos de tener una actitud de cambio interior para aprender y ver otras formas de enseñar a nuestros niños. Debemos darles la oportunidad de aprender de otras maneras, compromiso muy especial en nuestra labor, seguir procesos de observación permanentes frente a su trabajo, ser más creativos y dejando volar nuestra imaginación y actuando con responsabilidad.

Si aprendiéramos a ver a nuestros estudiantes como son y no como nos gustaría que fuesen la situación de muchos, tanto en la escuela como en la vida sería muy diferente. El maestro nace no se hace.

El tesón de las personas que realizaron esta sistematización es incansable, a pesar de los obstáculos y dificultades, se estará con la mente abierta para los cambios, para aceptar nuevas situaciones, siempre y cuando se originen en el estudio serio y concienzudo de la realidad escolar y que aporten al mejoramiento de la calidad educativa.

## CONCLUSIONES

Al escribir y sintetizar la experiencia en matemáticas en el IPARM, se llega a establecer que se deben resaltar los siguientes aspectos:

En el trabajo de la sistematización se aborda de una manera específica la enseñanza y el aprendizaje del saber matemático. En este caso a partir del trabajo con regletas, se establecen estrategias de investigación en el aula, como observación detallada, registro y análisis de lo que se realiza en ella.

Para organizar la secuencia didáctica que allí se propone como objetivo para enseñar las operaciones básicas y el reconocimiento del sistema de numeración; lo primero que se hizo fue desarrollar con los profesores procesos de reflexión que condujeron a que fueran conscientes que en sus prácticas los estudiantes realizaban procesos provechosos de comunicación tanto oral como escrita, de reconocimiento de la reversibilidad, de identificación de estrategias para calcular mediante el uso con sentido de las reglas de formación del sistema de numeración decimal, además, la ejecución de algoritmos, el reconocimiento de nombres, definición y propiedades de las operaciones básicas. Es decir se utiliza y se orienta a que los estudiantes usen de manera reflexiva el material de apoyo.

Otro aspecto que hay que resaltar es que esta investigación se considera como un proceso de construcción interpersonal, en la que el lenguaje es considerado una herramienta para propiciar la elaboración cultural de saberes, el docente a través de la dinámica de preguntas cada vez más complejas, guía a los pequeños para que desarrollen su intelecto, por medio de la atención deliberada, deducciones, planteamiento y resolución de problemas y establecer así el reconocimiento de las matemáticas como una disciplina que se encuentra al alcance de su condición y que tiene aplicación en la realidad. Mediante el proceso de valoración continua, el maestro plantea y replantea la forma como se ha llevado la práctica hacia el conocimiento; los errores y fracasos, a la vez los logros y adquisiciones, proporcionando una valoración de su quehacer y contribuyendo a implementar dinámicas en clase que contribuyen a mejorar su labor.

A su vez, los estudiantes se involucran plenamente en las experiencias de aprendizaje, como un camino de exploración continua con la orientación del docente, pasando por ciclos de reflexión, discusión, corrección y reelaboración; hasta llegar a versiones de trabajos más pulidos, en donde los niños tienen alternativas de selección sobre caminos de acción, para buscar sus propias soluciones, así potencializar su saber, contribuyendo a generar su autonomía y formación integral. De igual modo, cada pequeño va construyendo en la interacción con el otro, su estructura cognitiva, saberes, actitudes, destrezas y competencias, que los ayudan a replantear, cuestionar y transformar no solo su realidad, sino también la escolar, a través del aporte que se hace a sí mismo y a los demás.

Finalmente, este trabajo de implementación en el campo matemático con las regletas, ha trascendido, al salir de las paredes de IPARM, e irradiarse a otros ámbitos escolares, a través del trabajo de formación docente, se ha llegado a propiciar cambios en la manera de abordar la educación matemática en planteles de otras localidades del Distrito Capital, incluso ha establecido influencias en otras regiones del país como en Putumayo, Guaviare, San Andrés y Cundinamarca.

## BIBLIOGRAFÍA

- Cuisenaire, G. (1952). Método para la enseñanza de la aritmética en los primeros grados.
- Cid, E., Godino, J. & Batanero, C. (2003). “Sistemas numéricos y su didáctica para maestros”. Recuperado el día 24 de marzo de 2010 de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Dickson, L., Brown, M. & Gibson, O. (1991). El aprendizaje de las matemáticas. Barcelona, España: Labor, S.A.
- Goutard, M. (1964). Catorce charlas sobre números en color. Madrid, España: Cuisenaire.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). Lineamientos Curriculares, Matemáticas. Bogotá, Colombia: Cooperativa editorial Magisterio.
- Molina, M., Castro, E. y Castro, E. (2007). “Desarrollando una agenda de investigación: pensamiento relacional en la resolución de igualdades y sentencias numéricas”. Recuperado el día 27 de agosto de 2010 de <http://digibug.ugr.es/bitstream/10481/4719/1/Molina%20Castro%20y%20Castro%20version%20publicada.pdf>
- Molina, M., (2009). “Una propuesta de cambio curricular: integración del pensamiento algebraico en educación primaria”. Recuperado el día 27 de agosto de 2010 de <http://www.pna.es/Numeros2/pdf/Molina2009Una.pdf>
- Mockus, A. (1983). Epistemología, historia y didáctica de la matemática. Bogotá, Colombia: Universidad Nacional de Colombia.
- Obando, G., Vanegas, M. & Vásquez, N. (sin fecha). Pensamiento Numérico y sistemas numéricos. Universidad de Antioquía, Facultad de Educación y Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquía.
- Piaget, J. (1.971). Psicología y pedagogía. Barcelona: Ediciones Ariel.
- Porlán, R. (1.985). Constructivismo y escuela: Hacia un modelo de enseñanza-aprendizaje basado en la investigación. Editorial Díada.
- Ruiz, D. & García, D. (2003). “El lenguaje como mediador en el aprendizaje de la aritmética en la primera etapa de educación básica”. Revista Educere, 7, (23), 321 - 327. Recuperado el 24 de junio de 2010 de la base de datos de la Biblioteca Digital Andina.
- Terigi, F. & Wolman, S. (2007). “Sistema de numeración: consideraciones acerca de su enseñanza”. Revista Iberoamericana de educación, enero-abril, (43), 59 - 83. Recuperado el 10 de mayo de 2010 de la base de datos Redalyc.
- Vinet, M. (2000). “¿Qué significa aprender? Un punto de vista sobre el concepto de competencia”. En Bogoya, D., Vinet, M., Jurado, F., García, M., Acevedo, M., Restrepo, G., & (Eds). Competencias y proyecto Pedagógico ( ). Bogotá, Colombia: Universidad nacional de Colombia.
- Ruiz, M. (2003). “La construcción del número natural y la numeración”. En Chamorro, M. (Eds). Didáctica de las matemáticas para primaria (187-220). Madrid, España: Pearson Prentice Hall.
- Vergnaud, G. (2000). El niño, las matemáticas y la realidad. México: Trillas.
- Vigotsky, L. (1.993). Pensamiento y Lenguaje. Buenos Aires: Ediciones Fausto.

# AUTORES



## MARÍA FANNY NAVA SERRANO

Nacida en Bogotá el 28 de octubre de 1957.

Correo electrónico: [fannynava@cable.net.co](mailto:fannynava@cable.net.co) - [mfnavas@unal.edu.co](mailto:mfnavas@unal.edu.co)

Licenciada en Educación con especialización en Administración Educativa de la Universidad Cooperativa de Colombia.

Título de Escuela Nueva MEN, Planeamientos Institucional en Consultores de Educación, Evaluación y Cambio Educativo, Universidad de San Buenaventura.

Premio a la Mejor Educadora de la Institución Educativa, IPARM, Universidad Nacional de Colombia, otorgada por la Secretaría de Educación del Distrito, Bogotá 17 de abril de 1996.

Experiencia Pedagógica Ejemplar. Fundación Premio Compartir al Maestro. Bogotá junio del 2000. Medalla Manuel Ancizar, Universidad Nacional de Colombia. Bogotá 19 de septiembre de 2005

## LUZ MARINA RODRÍGUEZ DE HERNÁNDEZ

Nacida el 16 de noviembre de 1953

Correo electrónico: [lmrodriguezde@unal.edu.com](mailto:lmrodriguezde@unal.edu.com) - [luzmrodriguez-753@hotmail.com](mailto:luzmrodriguez-753@hotmail.com)

Licenciada en Educación Pre- escolar (1983)

Magister en Educación con Énfasis en Lectura y Escritura, de la Pontificia Universidad Javeriana, (1996).

Investigaciones:

Instituto para la Investigación Educativa y Desarrollo Pedagógico (IDEP) “Emociones y razones para innovar en la enseñanza de las ciencias”, (2003).

Universidad Nacional de Colombia, sede Bogotá - Facultad de Ciencias,” enfoque didáctico y pedagógico del gas natural”, 2004.

Instituto para la Investigación Educativa y Desarrollo Pedagógico (IDEP) “Sistematización de 14 experiencias para el mejoramiento de la calidad educativa” (2009).



# AUTORES

*MAGDA PATRICIA ROMERO RUÍZ*

Nació en Bogotá, marzo 26 de 1.963.

Correo electrónico: [mpromeror@unal.edu.co](mailto:mpromeror@unal.edu.co)

Licenciada en Educación Preescolar, Universidad Pedagógica Nacional (1992)

Corporación Internacional para el Desarrollo Educativo -CIDE- pfpd:  
"Gestión y desarrollo de procesos culturales y pluriculturales en los niveles de preescolar, básica y media" nivel I, II y III (2008).



*MARÍA ELVIRA VARGAS DE MONTOYA*

Correo electrónico: [meveco@yahoo.com](mailto:meveco@yahoo.com)- [mevargasd@unal.edu.co](mailto:mevargasd@unal.edu.co)

Licenciatura en Ciencias Sociales, Universidad de la Sabana, febrero 1985.

Especialización en Docencia de las Ciencias Sociales, Universidad del Tolima, trabajo de grado con calificación meritoria, 1996.

Maestría en Educación Especial, máxima calificación en el trabajo de grado. Instituto Superior Pedagógico José Varona en La Habana Cuba, diciembre de 1999.

Investigaciones:

Instituto para la Investigación Educativa y Desarrollo Pedagógico (IDEP) "Emociones y razones para innovar en la enseñanza de las ciencias", (2003).

Instituto para la Investigación Educativa y Desarrollo Pedagógico (IDEP) "Sistematización de 14 experiencias para el mejoramiento de la calidad educativa" (2.009).



